This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

1817
ARTES VERITAS SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE

QC
19
.T34

FRANCISCI TESSANEK
S. J.
PHILOSOPHIÆ DOCTORIS, PROFESSORIS, & EXAMINATORIS
REGII

# ELEMENTA PHYSICÆ
## PARS I$^{ma}$

OLOMUCII

TYPIS JOSEPHÆ HIRNLIANÆ, MARTINO FRANCISCO KARLETZKY FACTORE;
ANNO M. DCC. LXVIII.

*demo eam forte partem, qua* ROGERIUS BOSKOVICH *e S. J.; ſummis ætate hac noſtra Geometris accenſendus, ab Eo receſſit.*

*Omnem doctrinam breviter dare conor, ac dilucide; ſcribo enim lectiſſimæ Diſcipulorum Coronæ, qui dogmatum Philoſophicorum obſcuritatem oderunt non minus, quam prolixitatem.*

*Si quando tamen a propoſita brevitate nonnihil deflecto, veniam dabit Benevolus Lector. Urgebant alii aſſiduo ingerentes: Tyronibus nunquam ſatis. Monito ſubinde acquieſcendum erat.*

PARS

Hist of Sci.
Andre
2-3-30
21206

# Conſpectus Operis.

4-13-40 MBW

*Elementa Phyſicæ in tres partes diſtribuo: Prima complector corpus generatim ſumptum, & pleraſque affectiones cuivis corpori communes. Ad ſecundam evoco corpora totalia. Ad tertiam partialia. Pars prima Phyſicam generalem abſolvit; ſecunda, & tertia ſpecialem.*

*Placuit, placere immo debuit Syſtema Viri præſtantiſſimi* ISAACI NEWTONI,

*demo*

*Coroll.* Ergo etiam rationes æquales uni 3tiæ ſunt æquales inter ſe; in rationibus enim ſpectatur quantitas exponentis.

V. Æqualia æqualibus ſubſtitui poſſunt.

VI. Si quantitates inter ſe æquales æqualiter augeantur, vel minuantur, etiam auctæ vel minutæ manent æquales.

*Coroll.* Ergo ſive æqualibus æqualia *addas*, ſive ab æqualibus æqualia *demas*; ſemper *ſummæ* aut *differentiæ* erunt æquales. II. Sive quantitates æquales per eandem, vel æqualem quantitatem *multiplices*, ſeu *dividas*: iterum *facta*, aut *quoti* æquabuntur inter ſe.

VII. Si quantitates inter ſe inæquales æqualiter augeantur, vel minuantur, manebunt ſemper inæquales; ſed tamen in eadem ratione, in qua prius erant quantitates nondum auctæ, vel imminutæ.

*Schol.* Quod ultimum dixi, rectius ad theoremata refertur, quam axiomata; planeque idem eſt cum illo: *Si ejusdem rationis G. termini per eandem quantitatem multiplicentur, aut dividantur, facta vel quoti manebunt in eadem ratione.*

## Leges motus.

§. 2. *LEX I. Corpus omne perſeverat in ſtatu ſeu quietis, ſeu motus uniformiter in directum, niſi a viribus impreſſis* ( ſive a cauſa movente ) *cogatur ſtatum ſuum immutare.* Sic Metaphyſici. Probatur breviter 1mo: Omne corpus perſeverat *in ſtatu quietis*, niſi &c. quia dum corpus quieſcit, vis ejus motrix ad motum determinata non eſt; ſed neque ſe ipſam determinare poteſt, cum

age-

agere ex determinatione propria ſolis ſpiritibus proprium ſit ; ergo. 2do : Omne corpus perſeverat *in ſtatu motus*, quia dum movetur, vis ejus motrix eſt determinata ad motum, non ad quietem ; determinatio hæc eſt ratio ſufficiens motus, non quietis ; proinde. 3tio : Omne corpus perſeverat *in ſtatu motus uniformiter in directum* ; quia dum movetur, determinatum eſt ad certam *directionem*, & certum *celeritatis gradum* ; ergo ut aliter moveatur, opus eſt nova determinatione ; quare cum corpus ſe ipſum determinare, h. e. aliquam ſtatus ſui mutationem ſibi ipſi inducere nequeat, eadem continuo directione, & celeritate ferri debet, niſi &c.

*Coroll.* Ex data lege fluunt ſequentia. I. Corpus ſuapte natura ad quietem non tendit ; neque magis ad quietem propendet, quam ad motum ; ſed exigit perſeverare in eo ſtatu, in quo eſt.

IIdo. Motus omnis natura ſua æquabilis eſt, & rectilineus ; quare ut corpus in linea curva incedat, pluribus viribus urgeatur, neceſſe eſt ; cum enim linea curva æquivaleat peripheriæ polygoni infinite multorum laterum, ſingula autem latera aliam directionem exprimant, opus eſt nova continuo directione.

IIItio. Corpus utcunque vaſtum quacunque directione projectum, ſurſum ſive, ſive deorſum, perpetuo & eadem celeritate moveretur, ſi cauſa quæpiam extrinſeca vel directionem illius, vel celeritatem non immutaret, aut prorſus extingueret. Immutat autem fere *medium reſiſtens*, ut in corporibus projectis aër ; vel *frictio*, dum corpora ſupra aliorum corporum ſuperficies ſcabras incedunt ; vel *gravitas*, quæ oritur ab attractione e. c. terræ. Unde dum corpora projecta per medium reſiſtens, vel per

ſuperficies ſcabras deferuntur, vel vi gravitatis deorſum urgentur, amittere debent eam motus ſui partem, quam ſuperandis hisce obſtaculis impendunt; & amittere debent hoc majorem, quo majus fuerit obſtaculum.

*Schol. Dices 1mo.* Motus projectorum paulatim langueſcit, & ipſa mobilia ultimo ad quietem perveniunt; ergo videntur corpora mota per ſe ad quietem tendere. ℞. Langueſcit, imo extinguitur *propter medium reſiſtens* C. A. *per ſe*, N. A. & C. Sicut corpus non poteſt figuram ſemel ſibi inductam exuere, & aliam *abſque cauſa extranea* induere: ſic neque motum, ad quem ſemel determinatum eſt.

*Dices 2do.* Vi legis iſtius poſſet lapis ſub mundi principium ejectus uſque hodie moveri ſine ulla motus immutatione; quod incongrue dici videtur. ℞. poſſet, ſi motus *in vacuo*, ſeu ſpatiis liberis *abſque gravitate* fieret. C. A. ſecus, N. A. & C. Poſſet imo etiam *in medio aliquatenus reſiſtente*, ſi ſcilicet lapis omnino ingens foret, celeritas magna, & medium tenuiſſimum. Sic planetæ uſque hodie motus ſuos conſervant, quia moventur in medio rariſſimo. Certe teſte *Keillio* materia illa omnis, quæ *totum ſpatium planetarium implet*, *fortaſſe* non adæquat illam, quæ *in uno digito cubico* noſtri aëris continetur.

*Dices 3tio.* Corpus motum eſt in ſtatu violento; atqui nullum corpus natura ſua exigit perſeverare in ſtatu violento; ergo nec in ſtatu motus. ℞. N. M. Corpus omne natura ſua iners eſt, ac propterea *indifferens* tam ad motum, quam ad quietem.

*Dices 4to.* Corpus omne natura ſua indifferens eſt ad motum, & quietem; ergo mobile, dum movetur, non magis ad continuandum motum propendet, quam ad quietem; ac proinde natura ſua non exigit perſeverare in ſtatu motus. ℞. D. A. eſt indifferens hoc ſenſu, quod ſe ipſum ad mutationem ſtatus determinare non poſſit. C. A. tanquam ſi ſemel motum deinceps moveri non exigat, N. A. & C. ℞. 2do eſt indifferens ante deter-

mina-

minationem ad motum, vel quietem. C. A. facta determinatione. N. A. & Cm. Corpus jam ſemel determinatum cuiſibet ſtatus ſui immutationi reſiſtit; neque magis reſiſtit, cum tranſeundum eſt a quiete ad motum, quam cum a motu ad quietem. Atque ex gemina hac reſiſtentia, cæteris paribus *utrinque æquali*, conficitur indifferentia corporis ad motum, vel quietem.

§. 3. LEX II. *Motus ſemper eſt proportionalis cauſæ adæquatæ*; *ſeu*, ut Neutonus loquitur, *vi motrici impreſſæ*. Pr: Motus eſt *effectus plenus* vis motricis impreſſæ; atqui (*per Ætiol.*) effectus pleni ſunt cauſis ſuis proportionales; ergo.

*Coroll. I.* Vis igitur dupla duplum, tripla triplum producet effectum.

*Coroll. II.* Ergo eadem eſt menſura vis, quæ motus; h. e. Vis = MC. Niſi forte iſtud intelligendum ſit de viribus mere *mortuis*, non de *vivis*. Sed de hoc infra.

*Coroll. III.* Si corpus quieſcens urgebitur viribus *æqualibus*, ſed ſecundum *contrarias* directiones, manebit immotum; cum vires æquales oppoſitis directionibus agentes ſe elidant.

*Coroll. IV.* Si corpus quieſcens urgebitur viribus ſpectata directione oppoſitis, & *inæqualibus*, movebitur ſecundum directionem vis majoris; & motus proportionalis erit differentiæ virium.

*Coroll. V.* Idem ſentiendum de corporibus in motu conſtitutis, ſi vi alia ſive æquali, ſive inæquali ſecundum directionem oppoſitam urgeantur.

*Schol. I.* Effectus plenos eſſe cauſis ſuis æquales ſic demonſtratur: in effectu creato non poteſt eſſe *plus*, quam in cauſa adæquata; ſecus erit *illud plus* ſine cauſa, & ratione ſufficiente. Nec poteſt eſſe *minus*; ſecus *pars aliqua virium* applicabitur ſine ratione ſufficiente.

*Schol. II.* Neutonus *vim motricem impreſſam* dicit actionem in corpus exercitam ad mutandum ejus ſtatum quieſcendi, vel movendi uniformiter in directum ; quam vim docet conſiſtere in ſola actione, neque poſt actionem permanere in corpore, cum corpus omne *in omni ſtatu novo* perſeveret per ſolam vim inertiæ. Addit : vim hanc diverſas origines habere, ut ab ictu, preſſione, vi centripeta. Ex adverſo *vim inſitam* corporibus nuncupat *potentiam reſiſtendi*, qua corpus unumquodque perſeverare nititur in ſtatu ſuo.

*Schol. III.* *Dices :* Sæpe vis eſt perexigua, effectus ingens; ſic vis ſcintillæ unius, qua pulvis pyrius majore copia congeſtus accenditur, modica eſt, ſi conferatur cum effectibus, quos in everſione urbium, aut munimentorum experimur. ℞. Vis igniculi unius non eſt *cauſa adæquata* factæ everſionis; ſed omnes igniculi, qui prius in pulvere nitrato nondum accenſo certis velut repagulis adſtricti detinebantur, ſubinde ex ergaſtulis ſuis eliberati ſtragem illam edunt ſane luctuoſam. Hæc cauſa adæquata æquipollet effectui ſuo ; & viciſſim.

§. 4. LEX III. *Actioni contraria ſemper, & æqualis eſt reactio.* Sive : corporum duorum actiones *in ſe mutuo* ſemper ſunt æquales, & in partes contrarias diriguntur. Pr. Imo. *dari in corporibus reactionem* ; hæc enim niſi detur, poterit minimum corpus in motu poſitum maximo cuique quieſcenti communicare motum ſuum ; non autem poteſt ; ergo. Plura dabo, cum de inertia agam. Pr. IIdo *actioni contrariam eſſe reactionem* ; nam dum corpus unum agit in aliud, illud ad motum ſolicitando : poſterius priori reſiſtit vi ſuæ inertiæ ( eſt autem inertia niſus *adverſus agentis niſum* ſe ſe exerens) ; de vi impellentis ſemper aliquid de-

cer-

cerpit; partes ejus vi ſua elaſtica comprimit; ſicque comprimendo *in plagam oppoſitam* dirigit. Pr. IIItia *actioni æqualem eſſe reactionem*: corpus non reagit in aliud e. c. impingens, niſi quatenus iſtud illius ſtatum conatur immutare; ergo reactio corporis reſiſtentis æqualis eſt actioni corporis e. c. impingentis, & viciſſim; nempe etiam corpus impingens eatenus præciſe agit in quieſcens, quatenus hoc motui illius reſiſtit.

*Schol. I.* Sit vis equi lapidem trahentis ad vim ejusdem lapidis motioni reſiſtentis ut 100. ad 50. *Dico*: equus lapidem non trahet vi ut 100; ſed ut 50. Reſidua virium parte progredietur cum lapide *ſibi per funem conjuncto*. Sic legem hanc illuſtrat Cl. P. *Henr. Paulian* S. J., ſicque illuſtrando verum Neutoni ſenſum expoſuiſſe ſibi videtur.

*Schol. II.* Neutonus ita mentem ſuam explicat: *Si corpus aliquod in corpus aliud impingens, motum ejus vi ſua quomodocunque mutaverit, id quoque viciſſim in motu proprio eandem mutationem in partem contrariam vi alterius (ob æqualitatem preſſionis mutuæ) ſubibit. His actionibus æquales fiunt mutationes non velocitatum, ſed motuum; ſcilicet in corporibus non aliunde impeditis. Mutationes enim velocitatum in contrarias itidem partes factæ, quia motus æqualiter mutantur, ſunt corporibus proportionales.* Notationem merentur voces ſingulæ; eæ cumprimis, quibus velocitatem inter, & motum diſcernitur.

*Schol. III. Ut omnis tollatur ambiguitas* (inquiunt Celeberrimi Commentatores in Neutonum PP. Jacquier, & le Seur) *nihil aliud per legem hanc intellectum volumus, niſi æquales fieri in corpore agente, & patiente ſtatus mutationes; cum enim nulla poſſit eſſe actio corporis in aliud corpus, quin mutua fiat horumce corporum colli-*

*ſio : mutatio ſtatus æqualiter in utroque corpore recipi debet ; unde licet actioni æqualis ſemper ſit, & contraria reactio : non idcirco tamen inter corpus agens, & patiens fieri debet æquilibrium ; idque Neutoniano exemplo manifeſtum eſt : ſi equi lapidem trahentis conatus &c.* ut ſupra in allato exemplo. Scilicet non tota vis impenditur ab equo ad ſuperandam lapidis reſiſtentiam ; ſed ea duntaxat pars, quæ reſiſtentiam lapidis adæquet, ac veluti elidat ; reliqua adhibentur ad incedendum ſive *tardius*, ſeu *celerius*. Quocirca *totalem* equi *actionem*, in geminas *partiales* diſtribuere licet : alteram, qua lapidis reſiſtentiam tollat ; alteram, qua progrediatur. Sola illa prior æqualis eſt reactioni lapidis, qua lapis per *gravitatem ſuam, plani ſcabritiem, & medii reſiſtentiam* equo trahenti reluctatur.

*Schol. IV. Dices I.* Si actioni contraria ſemper, & æqualis eſt reactio, nullus unquam exiſtet motus ; actio enim impellentis eliditur per reactionem reſiſtentis ; ac proinde. ℞. Si actioni totali reſpondet æqualis reactio C. A. Si partiali N. A. & C. per reactionem non eliditur, niſi actio, ut ſic dicam, partialis in corpore agente, quæ ſcilicet impenditur ad ſuperandam corporis reſiſtentiam. E. C. Globus plumbeus aquæ immerſus tantum ponderis amittere videtur, quantum ponderis aqua habet globo illi ſpectata magnitudine reſpondens. Quare globus amiſſo illo pondere reſiſtentiam aquæ tollit. Reliquis ſuis viribus fundum petit.

*Dices IIdo.* Si reactio æquatur actioni, habetur æqualitas momentorum, ſive actionum ; ergo agens, & patiens ſunt in æquilibrio ; atque adeo quieſcunt ; ſed ſic nullus habetur motus ; ergo. ℞. ut ſupra.

*Dices IIItio.* Si data lex obtinet : cur vitrum malleo ferreo percuſſum frangitur, non malleus ? cum tamen ictus æque in malleo recipiatur, ac in vitro. ℞. cum *Keillio* : quia partes ferri duriores, & firmius ſibi cohærentes multo fortius eidem percuſſionis vi reſiſtunt, quam partes vitri admodum fragiles, minusque cohærentes.

*Dices*

*Dices IVto.* At ſaltem feriens alterum æqualem ipſe dolorem ſentire deberet; non autem ſentit; ergo. ℞. non ſentit, ſi inſtrumento utatur, vel partibus *minus ſenſitivis* feriat, C. ſecus, N. Fac, palma palmam, manus manum quatiat: æqualis utrinque dolor (cæteris paribus) ſentietur.

*Dices Vto.* In mutuis attractionibus non obſervatur actionis, & reactionis æqualitas. ℞. N. A. Si *magnes* imponatur ſuberis fruſto A, *ferrum* alteri fruſto B, & tam magnes, quam ferrum aquæ innatet; magnete manu retento accedet ferrum; retentoque ferro accedet magnes. Si utrumque libere aquæ committatur, mutuo ad ſe ſe accedent, æquali utrinque *motu*, licet non æquali *celeritate* (niſi forte & magnes, & ferrum *ejusdem* ſint *ponderis*). 2do. Si quis in cymba A conſtitutus ope funis verſus ſe trahat cymbam aliam B, habebitur mutuus cymbarum acceſſus, cum æquali *quantitate motus*, & ſi cymbæ pondere = les fuerint, cum æquali *celeritate*. 3tio. Si quis in cymba poſitus funem littori alligatum trahit, eaque ratione littus ad ſe pertrahere nititur: cymba ad littus accedet, & viciſſim littus ad cymbam *æquali motu*, ſed multum *inæquali celeritate*; hæc enim in littore (cujus magnitudo adæquat reſiduæ molis terrenæ magnitudinem, utpote cui firmiter adhæret) eſt infinite parva; ac proinde ſpectari poteſt ut nulla; licet *Geometrice*, & *ad rigorem loquendo* dicendum ſit, quod littus ad cymbam accedat, non ſecus, ac terra ad lapidem ex alto decidentem.

*Dices VIto.* Atqui dum lapis deciduus terram petit, terra viciſſim ad lapidem non aſſurgit; ergo. ℞. non aſſurgit motu ſenſibili C. m. inſenſibili N. m. & C. Inſenſibilis eſt motus terræ verſus lapidem, quia infinite parvus eſt; hinc pro nihilo haberi, tutoque a Phyſicis negligi poteſt. Rem ſic oſtendit *Keillius*: Si iis, qui dimenſionem terræ ſcripſerunt, fides habenda, tota telluris moles continet 30, 000 000 000 000 000 000 000 pedes cub., ſeu trigeſies mille trilliones pedum cubicorum,

rum. Siquæ iſti componatur e. c. lapis 100 pedum cubicorum: erit tellus noſtra ad dictum lapidem, ut trecenti trilliones ad 1. Porro lapis ille ex alto delabens tempore minuti unius ſecundi decurrat pedes prope 15. (totidem enim fere tribuuntur corporibus libere deſcendentibus); ajo: terra *vi mutuæ, & æqualis retroactionis* a lapide attracta decurret $\frac{15}{300\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$ unius pedis eo tempore, quo lapis decurret pedes 15. Hæc vero tantilla eſt quantitas, ut ipſam imaginandi vim effugiat.

*Nota*: Hæc, & id genus alia qui legis, infantiæ præjudicia depónas, oportet. Sic aliquando ſapies.

# Caput II.

## Quæ virium Lex in natura exiſtat.

§. 5. *Corpora frequentibus, & quotidianis mutationibus ſunt obnoxia.* Ligna, telæ, oſſa, chartæ &c. abeunt in cineres. Cineres, arenæ, & ſalia in vitrum. Nitrum, ſulphur, & carbones in pulverem pyrium. Vitriolum & ſulphur in ferrum &c. Breviſſime: Corpora omnia moventur; ac proinde mutantur; atque pro diverſitate motuum jam eſſentialiter, jam accidentaliter mutantur. Porro *mutationis* hujus *ratio ſufficiens* haberi debet (*per Metaph.*), quæ *vis* dicitur. *Mutatio ergo omnis vi efficitur.*

§. 6. *Diverſæ mutationes diverſas ſibi vires depoſcunt*; ſingulæ enim mutationes ſuam habere de-

debent rationem ſufficientem. Neque ſuper hac virium diverſitate litem movent ſanæ mentis Philoſophi. Iſtud jam aſſiduo quæritur: *quæ in rerum natura lex virium generalis exiſtat.* Exiſtere autem puto ſequentem:

# Lex virium generalis.

§. 7. *Vires in ultimis diſtantiis ſemper ſunt repulſivæ, mutuæ, cuivis velocitati extinguendæ pares, imminutis in infinitum diſtantiis creſcentes in infinitum, auctis decreſcentes, ac in quadam diſtantia admodum exigua etiam evaneſcentes. Aucta paullulum diſtantia abeunt in attractivas creſcentes primum, mox decreſcentes, dum evaneſcant. Iſtis iterum, parique incremento primum, tum decremento ſuccedunt vires repulſivæ; quæ attractionis, ac repulſionis alternatio obtinet in plurimis diſtantiis, ſemper tamen adhuc minimis. Subinde in majoribus diſtantiis vires ſemper ſunt attractivæ, agentes ad ſenſum in ratione inverſa duplicata diſtantiarum.* Hæc eſt naturæ lex a Cl. Viro, ac magno Geometra *Rogerio Boscovich* S. J. feliciter inventa, & nobiſcum in Philoſophiæ naturalis theoria N. 10. iisdem prope verbis communicata.

*Schol.* Iſta virium mutuarum theoria (quam continuo uberius exponam) differt a theoria Neutoni; atque in eo differt potiſſimum, quod Neutonus in *minimis* diſtantiis vires admittat *poſitivas*, ſive *attractivas*: Noſter ille *negativas*, h. e. *repulſivas*; unde *contactum immediatum*, ſive (ut eum appellare ſolet) *Mathematicum* a punctis, & materia omnino excludit. Tum in theoria gravitatis Neutonianæ nulla habetur mutatio

po-

e poſitivo in negativum, ab attractione in repulſionem; vel vice verſa: habetur in noſtra. Sed ad demonſtrandam legem me accingo.

§. 8. *Definitio I.* *Attractio* eſt determinatio, quam habent corpora, aut particulæ materiæ, ut ad ſe invicem tendant certa lege.

*Schol.* I. Eadem notio ſubeſt vi *centripetæ*, aut *acceleratrici*.

*Schol.* II. Corpora quidem omnia, minimaque materiæ puncta ſe ſe mutuo attrahunt, & ad ſe accedere nituntur; ut infra dicemus. Dum tamen e. c. Corpus B accedit ad A, non accedit ratione attractionis propriæ; ſed alienæ, reſidentis in corpore A.

§. 9. *Definitio II.* *Repulſio* eſt determinatio ad fugam, ſive receſſum. Sic corporibus oleoſis, aut pinguibus non adhæret aqua; datur itaque in oleo, aut pinguedine vis repulſiva, id eſt determinans ad receſſum.

§. 10. *Lemma I.* *Corporum elementa ſunt entia ſimplicia*; nam in reſolutione corporum *ultimo* perveniri debet ad entia ſimplicia; ſecus admittendus eſt proceſſus in infinitum, quem implicare docent Metaphyſici.

*Coroll. I.* *Atomos naturæ* dicimus, quæ licet extenſione careant, ſuis tamen præditæ ſunt qualitatibus; quare entia ſimplicia ſunt *atomi naturæ*.

*Schol. I.* Entia ſimplicia ſunt corporum elementa, ſive principia *prima*, vel ultima, mediata, & *inſenſibilia*; ita Metaphyſici. Phyſici quærere ſolent, *quæ ſint Corporum mixtorum principia phyſica*, ſenſibilia, & ſi dicere licet, elementa, aut principia *ſecunda*. Decidam quæſtionem, ſed prius quæpiam adnotabo;

Schol.

*Schol. II. Definitio I.* Corpus *mixtum* eſt, quod conſtat particulis *heterogeneis*, ſeu diverſorum miſcibilium, certa quadam ratione ſibi unitis. Sic fere Thümmigius ex Wolffio. Corpora mixta ſunt animalia, vegetabilia, foſſilia, & ſi quæ ſunt alia.

*Schol. III. Definitio II. Principium ſecundum* ſunt illæ moleculæ ſenſibiles, in quas ultimo (ſcilicet *ad ſenſum*, quod probe notari velim) reſolvitur *mixtum Corpus*. Moleculæ iſtæ aliter *corpuſcula primitiva* nominantur propterea, quod immediate in elementa reſolvantur, ſi quibus viribus reſolvuntur.

*Coroll II.* Ergo ſicut principia *prima* corporis non poſſunt eſſe *corpus*, ſic plane principia *ſecunda* mixti corporis eſſe nequeunt corpus *mixtum*; quapropter *heterogeneis* particulis conſtare, inque eas reſolvi non debent.

*Schol. IV.* Non ago contra *Heſiodum*, qui ſolam *terram*; non contra *Thaletem Mileſium*, qui ſolam *aquam*; non contra *Anaximenem*, qui ſolum *aërem*; non contra *Heraclidem*, qui ſolum *ignem*; non contra ineptum illud *Alchimiſtarum* genus, qui *ſpiritum*, neſcio quem, *univerſalem*, ſeu *mundi*, *per totum univerſum diffuſum*, *rerum*, ut ajunt, *cauſam*, *prout in diverſis meatibus, ac matricibus receptus fuerit*, mixtorum principia eſſe voluerunt. Tædet iſtos refellere. Res brevicula mihi eſt cum iis *Chemicis*, qui principia ſenſibilia mixtorum ſtatuunt quinque: I. *Spiritum* (aliter *Mercurium* vocant) quem *Lemeryus* ait eſſe partem ſubtiliorem, penetrantem, moveri, & movere aptiſſimam, pro cujus varia activitate, & copia, facilius mixta creſcunt, aut tardius; corrumpuntur imo, ſi nimia fuerit. II. *Sulphur*, ſive *oleum*, partem corporis inflammabilem, dulcem, pinguem, &, ſi poros mixti oppleat, a corruptione præſervantem. III. *Sal*, ſeu *corpus, quod*, teſte Boerhavio, *aqua poteſt dilui*, *igne autem fundi*, *ſi non avolat prius in auras, quodque guſtum humanum afficere valet eo ſenſu, quem ſaporem appellant.* Atque hæc tria principia

Mercurium in Barometro æque attollant, ac aer. ℞. De hoc phænomeno alibi commodius agetur.

VI. Aer diſtinguitur a corpore mixto; ergo non poteſt eſſe principium mixti. ℞. Diſtinguitur ut *pars* a *toto*, ſeu, ut phraſi ſcholaſtica utar, diſtinguitur *inadæquate* C. A. *adæquate* N. A. & C.

VII. Aer permeat omnia corpora, ergo non eſt principium corporis mixti. P. C. Ignis pervadens ferrum, aqua ſpongiam, lux vitrum, non ſunt elementa ferri, ſpongiæ, aut vitri; ergo a pari. ℞. C. A. D. Cs. ergo *aer interlabens* non eſt principium mixti C. C. aer corpori *proprius*, qui moleculas mixti cum aliis particulis elementaribus conſtituit N. C.

VIII. Non omnia mixta reſolvi poſſunt in minima elementaria; ergo. Pr. A. Aurum hactenus in terram, aerem, aut aquam ſolutum non eſt. Nec aqua in ferro candente, nec ignis in glacie latere videtur. ℞. D. A. non omnia mixta ſic reſolvi poſſunt *immediate* & proxime C. A. mediate *Subd.* non in omnia quatuor elementa C. A. non in aliqua N. A. & C. Aurum hactenus in elementa ſolutum non eſt, defectu ſcilicet notitiæ, menſtrui, vel inſtrumentorum, non defectu nativæ conſtitutionis ſuæ. Aqua non latet in ferro candente; quid poſtea? Non affirmo in omnibus corporibus omnia elementa contineri. At ignem non haberi in glacie prorſus nego, cum ope machinæ electricæ ex ea proliciatur.

IX. Mixta revera non ſolvuntur in minima elementaria; ergo. Pr. A. Minima hæc elementaria naſcuntur in ipſa reſolutione. ℞. temere iſtud aſſeritur. *Colligi* quidem poſſunt moleculæ elementares diſperſæ, at non *generari*; quomodo enim?

X. Licet mixta ſolvantur in moleculas elementares, non tamen ea dici poſſunt principia mixtorum; ergo. Pr. A. Etiam cineres plantarum ſolvuntur in particulas quaſpiam nigricantes, ferri ſimiles, Magneti adhærentes, ultra non ſolubiles, quin propterea audiant

prin-

principia plantarum ; ergo a pari. ℞. ut ſupra : non ſunt ſolubiles, quia modus eas ſolvendi ignoratur, & apta operi huic inſtrumenta deficiunt C. A. ex ſe N. A. & C. moleculas iſtas elementis conſtare ſuadet analogia deſumpta a corporibus aliis, imo & ferro communi.

XI. Ex aqua naſcuntur animalia, vegetabilia, foſſilia ; ergo ſola aqua eſt principium mixtorum. *P. A.* in aqua reperiuntur minima animalcula, quæ, niſi oculo armato, conſpici non poſſint. II. omnia animalium oſſa principio mollia ſunt ; proinde ex aqua fieri videntur. III. *Helmontius Bruxellenſis non celebris magis, quam obſcurus Chemicus, & Alchimiſta* ( verba ſunt *Scherſferi* ) *argumentum attulit ſalicem 5. Librarum, ducentis libris terræ, ex qua prius ſalem extraxit, implantatam, quæ non computatis foliis annuatim deciduis* 164. *Libras appendebat ;* cum interea terra illa ſola aqua irrigata de libris ducentis ſolum duas amiſerit ; ergo. ℞. N. A. ad Prob. Imam dico : animalcula in aquis reperta naſcuntur ex ſeminibus. *At inquies :* ipſa adeo ſemina ſunt fluida ; ergo aquea ſunt. *Reddam ego :* ergo aerea, flammea, ignea ſunt, cum aer, ignis, flamma, fluida ſint. Vel dicam ſemina fieri ex aqua tanquam principio *non unico* C. C. tanquam principio *unico* N. C. Eadem reſponſione uteris, ſi dicatur : Lapides, Metalla, & Foſſilia omnia ex aquis naſci. Quod IIdo loco oggeritur, eadem ratione expedies. Ad III. ℞. Salix illa aſſurrexit ex aqua, bene multis particulis *heterogeneis*, terreis nempe, ſulphureis, mercurialibus &c. permixta, quam idcirco *non puram* dicimus. Quid quod etiam particulæ aereæ, & caloriferæ ſalici incrementum dare poterant.

XII. Moleculæ elementares ipſæ ſunt compoſitæ ; ergo nequeunt eſſe principia compoſitorum. Pr. C. principia corporum nequeunt eſſe compoſita, ſed indifferentia ſint, oportet, ad corporis cujuſcunque compoſitionem ; atqui ; ergo. ℞. D. A. ſunt compoſitæ ex entibus ſimplicibus C. A. ex particulis heterogeneis

℞ A. D. Cs. ergo nequeunt eſſe *prima* principia compoſitorum, vel nequeunt eſſe principia compoſitorum, quatenus *corpora* ſunt C. C. quatenus *mixta* ſunt N. C. hic non ago niſi de mixtorum principiis ſecundis.

XIII. Minima elementaria ſibi mutuo adverſantur; ut ignis aquæ; ergo. ℞. adverſantur ſibi non debite attemperata C. A. attemperata N. A. & Cm.

XIV. Ex qualitatibus molecularum elementarium non poſſunt intelligi qualitates mixtorum, e. c. magnetis; ergo. ℞ ex qualitatibus ſeorſum ſpectatis C. A. compoſitis N. A. & C. pro diverſa particularum minimarum compoſitione reſultant diverſæ vires in mixtis. Sed iſta ſufficiant, quæ niſi exercitationis ſcholaſticæ cauſa attuliſſem, nunquam allaturus eram.

§. 11. *Lemma II. Omne corpus ſoliditate ſua excludit alterum de loco, quem occupat.* Veritatem hanc quotidiana experientia ſatis edocemur.

§. 12. *Lemma III. Celeritas mobilis per ſaltum mutari nequit, ita, ut e gradu determinato tranſeat ad alium, non tranſeundo per omnes gradus intermedios.* En fundamentum ſyſtematis *Boscovichiani.* Pr. *Feratur enim mobile certo aliquo continuo tempore celeritate* 12, *tum momento aliquo tranſeat per ſaltum ad celeritatem* 9; *alterutrum abſurdum conſequitur: vel duplex eodem individuo momento habetur celeritas, nimirum* 12. & 9.; *vel nulla tempore aliquo continuo celeritas, adeoque motus interruptio;* cum enim *momentum illud, quo ſaltus fieri concipitur, ſit limes temporis antecedentis & conſequentis, eodem illo momento haberi debet celeritas antecedens, & conſequens, ſeu celeritas*

12. & 9. ; *quod implicat.* Aut vero : *ſi aliud eſt momentum , quo habetur celeritas ultima* 12 , *aliud quo habetur celeritas prima* 9 , *cum inter bina illa momenta neceſſario interjaceat tempus continuum , in quo momenta ſunt infinita , tempore iſto intermedio mobile carebit omni celeritate.* Ita ex Boscovichio *Paulus Mako* Soc. JEsu.

§. 13. *Poſitio ad demonſtrationem prævia : Dantur in corporibus vires attractivæ , & repulſivæ ,* de quibus tamen, num intrinſecæ ſint , an extrinſecæ , nihil diſputo ; ſive : an *ex ipſa materiæ natura* dimanent , quæ pro ratione diſtantiarum exigat jam acceſſum , jam receſſum ; an *a libera DEI lege* pendeant ; an *ab aliquo tertio iis adjecto* ( quodcunque iſtud ſit ) non quæro ; nec vero , ſi velim quærere , inveniendi ſpem habeo , ait Noſter ille *Boscovichius* ; adeo naturam rerum intime perſpicere intellectui humano conceſſum non eſt. *Pr. Poſitio* : Experientia conſtat , quod corpora ſeſe mutuo attrahant , & repellant ; attractio illa , vel repulſio nequit haberi ſine vi ( cum nihil fiat ſine ratione ſufficiente ) ; vis autem eſt ratio ſufficiens actionis ; ergo dantur in corporibus vires attractivæ , & repulſivæ. Pr. M. experimento a Cl. P. *Bertier* Ord. Orat. inſtituto , & in actis Acad. Pariſ. ad A. 1751. deſcripto : Diverſas ille materias , ut papyrum , corium , lignum , ferrum adaptavit in formam acuum magneticarum tenuiſſimarum , unum fere pedem longarum. Quibus e crine ſuſpenſis dum diverſa alia corpora , quæ forte præ ma-

nibus erant, admovit in diſtantia duarum, vel trium linearum ab extremitate acuum iſtarum: omnes, nulla excepta, quinque vel ſex minutis ſecundis a facta admotione elapſis, partim attractæ, partim repulſæ ſunt. 2do. Eadem attractio, & repulſio habebatur perinde in vacuo. 3tio. Vitro interpoſito attractio imminuta quidem fuit, at non omnino ſublata. 4to. Subinde flamma admota acus omnes celerrime acceſſerunt; etiam ferrea illa, antea ſemper minus ad motum prompta.

§ 14. *Pr. eadem M. per partes*, ac primum *ſua corporibus attractio vindicatur phænomenis ſane manifeſtis*: I. Guttæ fluidorum figuram ſphæricam aſſumunt, excepta ea parte, qua ſolidis adhærent, vel incumbunt. Si gutta e. c. aquæ juxta aliam ponatur, coibunt ambæ in unam. Si Alcohol vini ſpiritui urinæ admiſceatur, fere momento oritur ſolidum affine glaciei; *ergo datur mutua fluidorum attractio.* IIdo. Si fluida quævis in modica quantitate capiantur, adhærent ſolidis prope omnibus; fac enim, mitte in aquam digitum, lapidem, metalla, papyrum, & alia, quæ voles, corpora, (modo ne oleo, aut pinguedine ſint illita) adhæreſcet aqua. Si corpus fluido immerſum extrahitur, alias fluidi moleculas prope ſuperficiem elevat, alias ſecum abripit. Plantæ aquis irrigatæ easdem attrahunt. Si fruſtum panis, vel ſacchari, aut ſalis indurati, una ſui extremitate fluido immergatur, aſcendet fluidum ultra libellam non ſecus, ac in tubis

capil-

capillaribus. Pix, ſebum, cera, oleum, &c. in ellychnio aſcendunt, & flammæ pabulum miniſtrant. *Mercurii* gutta *ſtanno* affuſa in ſphærulam ſe ſe non componit, ſed quaquaverſum diffunditur; cum interea *ferro*, *ligno*, aut *chartæ* affuſa ſphæricam figuram induat. Si Mercurio ſtanni fruſtum immergatur, aſſurget Mercurius circum ſuperficiem corporis immerſi; at immerſo ferri fruſto deprimetur, cavitatibus ac faveolis circa ferrum relictis; *ergo fluida a ſolidis attrahuntur.* IIItio. Si corpori fluido, & viſcoſo committatur aliud ſolidum, adeo fortiter adhærebit, ut vi ſæpe non modica opus ſit ad illud avellendum; *proinde etiam ſolida a fluidis attrahuntur.* IVto. Magnes ſequitur ferrum, mercurius aurum, & viciſſim. Corporibus etiam lubricis quocunque ſitu locatis adhærent pulviſculi. Vitra, marmora, metalla, & corpora pleraque lævigata, ſibique intrita adhærent, & hoc fortius adhærent, quo magis fuerint expolita. Celebre eſt illud Muſchenbrœckii experimentum: accepit geminos cylindros, baſibus bene politis (quarum Diameter unius erat pollicis Rhenani, & 11. linearum) & ſuperne annulis firmis inſtructos, quos dum ſiccos commiſit, ſeu: alterum alteri appreſſit, cohærebant utcunque firmiter. Calefacti, ſeboque inuncti, tum refrigerati, niſi appenſis 298 libris non ſejungebantur. Pice illiti 850 libras requirebant ad ſui avulſionem. Aucta baſium diametro, dum nempe evaderet digitorum duorum,

& 7 linearum, ſeboque inuncti cylindri marmorei cohærebant vi 1150 librarum. *Ergo & mutua ſolidorum attractio eſt admittenda.*

*Schol.* Sed nihil mutuam ſolidorum attractionem æque probat, ac operationes chemicæ, de quibus infra; tum quævis corpora, quæ ſenſibus noſtris ſubjiciuntur. In his molecula moleculæ adhæret, & validiſſime quidem in corporibus duris; non ita in mollibus. Cur vero? ſi non propter attractionem. Niſi detur attractio, nulla dabitur molecularum cohæſio, nullum *extenſum*. Sed etiam de hoc alibi dicendi locus erit.

§. 15. *Etiam vis repulſiva corporibus eſt tribuenda.* Aqua corporibus oleoſis, aut pinguibus non adhæret. Sic oleum, & aqua non commiſcentur, niſi diutiſſime agitata; ceſſante imo agitatione rurſum ſeparantur. Tela cerata aquam non admittit; hinc ea utimur ad res a pluviis cuſtodiendas. Animalium quorundam pennæ non madefiunt, licet perpetuo ſub aquis deliteſcere videantur. Linteum aquæ tranſitum non negat; negabit autem, ſi ſemine Lycopodii obducetur. Suber, poroſiſſimum corpus, nec vinum tranſmittit, nec aquam. Si aquæ ſtagnanti oleum affundas, oleoque ſuperinfuſo guttam olei Terebinthini: circularis repulſio orietur miram referens colorum pulcherrimorum varietatem. Si æri *liquato* aqua infundatur, tam vehemens, ac repentina orietur actio aquæ, ut omnia ſummo periculo disjiciat; cum interea aurum, vel argentum *liquatum* aquæ infuſum ſolum in granula abeat cum aliquo ſtridore.

En

En vim repulſivam aquæ, quæ tamen æri frigido adhærere prompta eſt. Aer in ſclopo pneumatico coarctatus, ſolutis tandem repagulis magna vi ejicit glandem plumbeam. Si elaſtrum quoddam chalybeum (fig. 1ma.) apprehenſis extremis A & B primum diducatur, ceſſante vi extendente continuo priori ſe ſe reſtituet ſitui, particulis ſcilicet ſe mutuo attrahentibus; ſi vero elaſtrum idem comprimatur, deſinente vi comprimente iterum in priorem ſitum abibit, ſed particulis ſe ſe mutuo repellentibus. Denique omnia corpora elaſtica compreſſa, vel inflexa, ac ſibi ſubinde relicta figuram priorem ſuapte recuperant. Qua cauſa? profecto non alia, quam quod ex. c. corporum inflexorum particulæ ex parte convexa mutuo ſe attrahant, & ex parte concava repellant; ergo.

*Schol.* Sed nihil iterum mutuam repulſionem æque probat, ac, quæ quotidie intuemur, corpora. Niſi corporum moleculæ minimæ in ultimis diſtantiis ſe repellerent, compenetrarentur; ac proinde hoc ipſo nullum daretur corpus extenſum. Ergo ex obviis quibusque corporibus & attractio probari poteſt, & repulſio.

§. 16. *Si in corporibus, etiam in punctis elementaribus*, ſive entibus ſimplicibus, *dari debent vires attractivæ, & repulſivæ.* Pr. Corporibus nulla vis ineſſe poteſt, niſi quatenus ea ex viribus elementorum coaleſcit; ergo ſi corporibus: etiam punctis elementaribus vires attractivæ, & repulſivæ ineſſe debent. Pr. A. Vis omnis (*per Coſmol.*) ineſt ſubſtantiæ; in

corporibus autem nihil habetur ſubſtantiæ præter puncta elementaria; ergo.

*Schol. I.* Niſi puncta elementaria ſe ſe in certis diſtantiis attrahant, ſenſuum judicio non conjungentur, neque unum quid efficient. Niſi in certis diſtantiis ſe repellant, compenetrabuntur; ac proinde nullum unquam habebitur éxtenſum. Hoc eſt, quod proximis duobus Scholiis inſinuavi.

*Schol. II.* Hoc loco proprietates, & leges attractionis non examino. Unum iſtud contendo: dari in natura motus, quibus corpora ad ſe ſe mutuo accedunt; qui ex nullis principiis Mechanicis, non ex preſſione, & impulſione ſive aeris, ſive ætheris, non ex corporum, aut moleculárum figura deduci poſſunt; qui a viribus ordinariis proficiſci nequeunt; qui per diſtinctam quandam vim (quam cum Neutono attrahentem dicere libet) explicari debent. Singula Scholio ſequente manifeſta dabo.

*Schol. III.* Adverſum vires attractivas objici ſolent ſequentia: Imo. Phænomena pro attractione allata non evincunt attractionem dari ſive in corporibus, ſive in elementis; ergo. Pr. A Quod guttæ omnium fluidorum figuram ſphæricam induant; quod cylindri duo bene politi firmitor ſibi adhæreant; quod moleculæ minimæ corpora conſtituentes adeo valide conjungantur &c. repeti poteſt a fluido aliquo extrinſecus premente, ſive ab aere incumbente, & pro ratione baſis ſuæ (quod fluidorum omnium eandem altitudinem habentium proprium eſt) premente; Ita Carteſiani. ergo. ℞. N. A. ad Pr. N. A. Singula enim hæc phænomena perinde contingunt *in vacuo Boyleano*, atque aere libere omnia *pervadente*, aut in hypotheſi Carteſianorum *comprimente.* Egregie adhuc refelluntur Carteſiani ex Legibus Hydroſtaticæ, quibus docemur fluida omnia premere in ratione compoſita baſis, & altitudinis; ſique fluida ejusdem ſunt altitudinis, pro ratione ſolius baſis;

proin-

proinde explorata altitudine, & baſi aeris incumbentis facile determinabitur pondus, & preſſio atmoſphæræ terreſtris in quæcunque corpora. Atqui vero majoribus ſæpe viribus, aut ponderibus opus eſt ad divellenda corpora mutuo attracta, quam ſit pondus atmoſphæræ? ſic in recitato *Muſchenbrœkii* experimento cylindri marmorei cohærebant vi 1150. librarum; cum tamen compertum ſit pondus columnæ atmoſphæricæ in baſim duorum pollicum Rhenanorum, & ſeptem linearum premens non prorſus exæquare 90. libras Pariſinas. Sic pertica ferrea, aut lignea baſim habens e. c. trium digitorum, incredibilia pondera ſibi appenſa ſuſtinebit, quin minimæ ejus moleculæ diſſocientur; cum interea preſſio atmoſphæræ in baſim trium pollicum non adæquet 121. libras, ut conficitur inita ſequenti proportione: ſicut baſis cylindri (*circulus*) cujus diameter = 2. poll. 7. lin. ad 90. libr., ſic baſis circularis, cujus diam. = 3. poll ad x. Pollicibus ad 12. lineas reductis, inventa peripheria, ac demum area baſium circularium, facta denique operatione omni invenietur x = fere 121. lineis. Ad hæc ſi preſſio aeris cauſa ſit, cur vel cylindri duo, vel moleculæ minimæ &c ſibi cohæreant: oportebit ſane & cylindros *e diverſis materiis* conflatos, & *corporum omnium* moleculas minimas eodem modo ſibi cohærere (æqualis enim columna aerea imminebit ſingulis); quod falſum eſſe teſtantur experimenta, & obſervationes quotidianæ. Circumſpice, oro, corpora quævis forte oblata: & alia aliis denſiora, ac firmiora eſſe deprehendes. Accipe cylindros mamoreos ſebo illitos, de quibus ſupra: cohærebunt vi 1150. librarum; cape eburneos ejusdem diametri: niſi vi 200. librarum non cohærebunt. *Dices*: Si aer non ſit cauſa, cur fluida figuram ſphæricam aſſumant, nunquam congrua alia ratio phænomeni iſtius reddi poterit. ℞. N. A. mutua ſingularum fluidi partium attractio in cauſa eſt. Res ſic explicatur: Fluida eam figuram induere debent, in qua eorundem moleculæ mini-

mæ ſint in æquilibrio. Jam ſi fluida in exigua quantitate capiuntur, ſolum in figura ſphærica quælibet vicinæ homogeneæ particulæ ſunt in æquilibrio; quia tunc ſolum erunt ejusdem altitudinis; ergo. Certe quæcumque alia figura aſſumatur, e. c. triangularis, vel cubica, ſemper plures particulæ fortius trahentur verſus centralem aliquam moleculam, quàm vicinæ pauciores, cum attractio omnis habeatur in ratione directa maſſarum; proinde columnæ quævis vicinæ tum ſolum æquilibrabunt, cum erunt ejusdem altitudinis; quod fit in figura ſphærica.

II. Si non ab aere, at ſaltem *ab æthere comprimente* repeti poſſunt dicta phænomena; non ergo opus viribus attractivis. P. A. Licet *in antliæ vacuo* non habeatur aer nativâ ſua denſitate gaudens, at habetur aer multum expanſus, aer ſubtiliſſimus, quem ætherem dicunt; ergo. ℞. N. A. ad Pr. D. A. habetur in vacuo æther, qui tamen ob ſubtilitatem, ac raritatem ſuam omnia corpora permeat, ac proinde tantum internus ille æther reſiſtit, quantum externus premit C. A. non reſiſtit eodem modo N. A. & Cm. Si aer intra corpus quodpiam latens communicet cum aere externo, nullum corpus comprimi videmus, aut figuram immutare. Idem ſentiendum de æthere interno, qui cum exteriore illo communicat Tum vero: nunquid non aereæ ipſæ, vel ætheteæ moleculæ ſibi cohærent? quæ, oro, cohæſionis iſtius cauſa, ſi non attractio? an novus iterum aer, vel æther eas comprimet? ſed de ipſo hoc quæretur iterum; & quæretur in infinitum.

III. Saltem dicta cohæſio cylindrorum repeti poteſt *a figura partium*, & diſpoſitione certa; oportet enim eas admodum eſſe lævigatas, ſecus non cohærebunt; uti non cohærent corpora ſuperficies aſperas habentia. 2do. Sic & alia phænomena explicari poſſunt per particulas quaspiam furcatas, hamatas, uncinatas &c. 3tio. Numquid uncus unco, annulus annulo cohæret per figuram? proinde & moleculæ minimæ. ℞. N. A.

Cau-

Cauſalem annexam D. oportet eas omnino glabras eſſe, quæ ſuperficierum glabrities eſt *mere occaſionalis cauſa* cohæſionis C. Cauſalem; quæ ſit *cauſa efficiens*, aut *formalis* N. Cauſal. Sic ſtatuendum: poſita glabritie ſuperficierum plures moleculæ ſe ſe contingunt *ad ſenſum*; ex *plurium partium* contactu *phyſico* oritur major *corporum* attractio; ex fortiori attractione major cohæſio; atque ita glabrities ſuperficierum, conferens ad *plurium* molecularum contactus *phyſicos occaſio* audit, ac veluti *conditio*, ut corpora ſe ſe fortius attrahant; attractio autem cohæſionis *cauſa formalis* dici debet. Nam ſi lævigatio ſit cauſa formalis, corpora æqualiter lævigata cohærebunt æqualiter: politiora etiam fortius. Fallit conſequens; igitur & antecedens. Pr. m. Cylindri *eburnei*, quatumvis æque politi, aut politiores *marmoreis*, non æque cohærent; ergo. *Si oggeras*: ſine lævigatis ſuperficiebus non habetur cohæſio; ergo lævigatio eſt cauſa cohæſionis. ℞. D. A. ſine lævigatis ſuperficiebus tanquam cauſa *occaſionali* C. A. *formali* N. A. & C. Applica vetus illud: ſine *approximatione* non urit ignis; & tamen *approximatio* (quam vocant) eſt cauſa *mere occaſionalis*, ſive conditio. Idem ſit de lævigatione. 2do. Moleculæ *hamatæ*, *furcatæ*, *uncinatæ* &c. figmentum ſunt plane ineptum ad explicandam cohæſionem. Quæro enim: quid tandem eſt, per quod hami & unci cohæreant? quo abeunt hami illi, ſi metalla liquantur, aut vitrum in pulveres conteritur? quis hamos reſtituit, dum liquata metalla, aut fluida alia per frigus conſolidantur? 3tio. Annulos, & uncos ſibi mutuo implexos cohærere per figuram lubens admitto; neque enim omnem cohæſionem, etiam illam, quæ *vulgaris* dicitur, provenire ajo ab attractione; ſicut neque omnem motum. Quis neſciat multa corpora moveri per impulſionem?

IV. Si cauſa, cur dicti cylindri cohæreant, ſit attractio: omnia corpora ſibi cohærebunt; omnia enim ſe ſe mutuo attrahunt; iſtud vero non experimur; ergo. ℞. D. A. omnia ſibi cohærebunt, niſi eorundem

attra-

attractio ab attractionibus aliorum corporum vincatur, aut quoquo modo impediatur C. A. ſecus N. A. & C. Quod ſæpe corpus aſperum non adhæreat pendulo alteri itidem aſpero, quamvis mutuo ſe trahant, & trahantur, ratio eſt: quia corporum iſtorum attractio vincitur ab attractione terræ. Sæpe vero mutua acceſſio, aut cohæſio aliunde impeditur, ut ab inertia, frictione, elaſticitate, impulſione oppoſita, medio reſiſtente, &c. De cauſali iſtud interea noto: *omnia ſe ſe mutuo attrahunt in quibusdam diſtantiis* C. *in omnibus* N. in aliis ſe attrahunt, in aliis repellunt.

V. Vis attractiva eſt qualitas Peripatetica, jure optimo e Scholis eliminanda; ergo. Pr. A. Qualitas occulta dicitur, cujus cauſa ignoratur, licet phænomenon ſit manifeſtum; atqui; ergo. ℟. N. A. Ad Pr. D. A. qualitas occulta eſt, cujus cauſa ignoratur, & ſimul: *cujus exiſtentia ex obſervatis effectibus, aut experimentis evinci nequit; per quam nihil explicatur; quæ aſſumitur ad phænomenon quodpiam explicandum, quin oſtendatur reliquas proprietates, quas corporibus ineſſe conſtat, aut cauſas mechanice agentes, explicando phænomeno neutiquam ſufficere; cujus leges ignorantur; quæ ex præclara illa materia Peripatetica educitur* ( neſcio, an non creetur ); *cujus origo plerumque a diverſis corporum ſpeciebus repeti ſolet; quæ ita corporibus intrinſeca fingitur, ut, niſi ſupernaturaliter, ab iis ſeparari non poſſit; quæ exigit inhærere alteri tanquam fini cui adæquate a ſe diſtincto*, C. A. cujus duntaxat cauſa ignoratur N. A. & Cm. Tanta iſthæc criminatio longam ſibi depoſcebat reſponſionem; dedi, eamque ſatis, puto, claram dedi. Jam videndum, ſi horum aliquid conveniat vi attractivæ. I. ejusdem exiſtentia invictis argumentis loco ſuperiore eſt comprobata. II. per eam tantum non omnia phænomena explicantur, ut patebit in decurſu tractationis hujus phyſicæ; adeo falſum eſt nihil per eam explicari. III. Oſtendunt Neutoniani cauſam quamcunque externam ſecundum leges mechanicas agentem explicandis

attra-

attractionum phænomenis minime idoneam eſſe; ſed requiri vim atrahentem etiam a cæteris corporum proprietatibus multum diverſam. IV. Attractionum leges non ignorantur, quas loco ſuo ſubinde recitabimus. V. Non eſt attractio entitas aliqua abſoluta, quæ ex materia educatur. Eductionem formæ cujuscunque execrantur hodierni Philoſophi. VI. Non eſt qualitas *ſpecifica* hujus determinati corporis (qualem eſſe dicunt Peripatetici Antiperiſtaſim, Sympathiam, Antipathiam, &c.); ſed univerſalis eſt, ac primitiva corporum proprietas, conveniens omnibus mundi corporibus, & ſingulis materiæ partibus. Omitto reliqua duo; nugæ ſunt.

VI. Per attractionem nihil explicatur; ergo eſt qualitas Peripatetica. P. A. cum per attractionem explicantur phænomena, explicatur idem per idem; atqui ſi iſtud: nihil per eam explicatur; ergo. Pr. M. per attractionem explicatur actio, per quam corpora mutuo accedunt; atqui attractio nihil aliud eſt, quam ipſa hæc actio, per quam corpora ad ſe ſe accedunt; ergo explicatur idem per idem. ℞. N. A. Ad Prob. N. M. ad hujus Pr. D. M. per attractionem ſumptam cum particularibus legibus, vel cum applicatione legis generalis ad particulares circumſtantias explicatur mutua corporum acceſſio C. M. per nudam attractionem N. M. D. etiam m. attractio eſt ipſa hæc actio, per quam corpora accedunt, quæ tamen dum explicatur, probatur eſſe conformis legibus C. m. quin talis eſſe probetur N. m. & C. dicendum potius: per leges attractionis explicari mutuam quorundam corporum acceſſionem, quam per attractionem ipſam. Quid? quod dici etiam poteſt: per attractionem, ſeu actionem c. c. corporis B explicari acceſſum, ſeu actionem corporis A (§. 8. Schol. II.); atqui actio corporis A non eſt eadem cum actione corporis B; ergo dum per attractionem explicatur corporum acceſſio, non explicatur idem per idem.

VII. Attractio nullis argumentis demonſtrari poteſt; ergo adhuc dici debet qualitas occulta. Pr. A. Si poſſet: tum ex phænomenis; ex iſtis demonſtrari non poteſt, probaretur enim idem per idem; ergo. Pr. m. attractio probaretur per phænomena, & iſta viciſſim per attractionem; ergo. ℞. N. A. ad Pr. C. M. N. m. ad ult. Pr. D. A. attractio probaretur per phænomena, & iſta viciſſim per attractionem, diverſo tamen genere demonſtrationis C. A. eodem genere demonſtrationis N. A. & Cm. dum ex phænomenis demonſtratur attractio, demonſtratur *a poſteriori*; ſunt enim phænomena *effectus attractionis*; dum ex attractione demonſtrantur phænomena, demonſtrantur *a priori*; eſt enim attractio *cauſa phænomenorum*. Diverſa hæc demonſtrationum ſpecies cum adhibetur, idem non probatur *per idem eodem modo ſumptum*; quid ni vero liceat probare idem *per idem diverſo modo acceptum*? Licet ſane Carteſianis ita arguere: *corpora ſunt impenetrabilia; igitur ſe ſe excludunt a loco*; & viciſſim: *corpora ſe ſe excludunt a loco; ſunt igitur impenetrabilia*. Licet Philoſophis omnibus ſic ratiocinari: *Sol lucet; ergo dies eſt*; & iterum: *dies eſt; ergo Sol lucet*; quin tamen aut Carteſianus, aut cujuscunque ſectæ Philoſophus alius in leges argumentationis ſe deliquiſſe, aut idem per idem probaviſſe exiſtimet. Licebit etiam nobis. Denique attractio quidem per phænomena probatur, & hæc per illam; ſic tamen: ut per attractionem *ex aliis* quibusdam *phænomenis* cognitam explicentur, & probentur *alia* deinceps *phænomena*.

VIII. Clara attractionis idea haberi nequit; ergo per attractionem nihil explicari poteſt, explicaretur enim obſcurum per obſcurum. Sed qualitas, per quam nihil explicari poteſt, eſt qualitas Peripatetica; ergo. ℞. N. A. quid clarius, quam cum attractionem dicimus eſſe determinationem ad acceſſum mutuum? Ontologos latere non debet, quid *indifferens* ſit, quid *determinatum*. Vulgus adeo hominum latere non poteſt, quid acceſ-

acceſſio ſonet, quid receſſio. Sed iterum *ad impenetrabilitatem* provocemus adverſum Carteſianos talibus plerumque argumentis depugnantes. Iſti claram *impenetrabilitatis* ideam ſe exponere putant, cum dicunt: eſſe proprietatem, vel affectionem corporum univerſalem, vi cujus quodque corpus ex eodem loco, in quo ipſum exiſtit, excludit alia corpora; quibus quidem vocibus magnopere ſatisfaciunt omnibus; quare & ipſi, ſi paria in rem noſtram damus verba, ſibi ſatisfactum exiſtiment.

IX. Num vis attrahens pendeat a libera DEI lege: an ex ipſa materiæ natura profluat: ſitne repetenda ab aliquo tertio, definiri non poteſt. Sic etiam, ſitne ſubſtantia, an accidens, deciſum hucuſque non eſt; ergo non habetur clara, & diſtincta attractionis idea. ℞. C. A. D. C. ergo non habetur diſtincta, & *adæquata* attractionis idea C. C. inadæquata N. C. Quid hæ ſibi voces velint, docet Logica. Cæterum ſi dico: vim attrahentem proficiſci a libera DEI lege, & voluntate, quid eſt, quod opponant adverſarii? an non ipſimet iſti affirmare idem coguntur *de impenetrabilitate*, *vi centripeta*, *centrifuga*, &c.? Clamant: indignum eſſe Philoſopho in explanandis naturæ phænomenis confugere ad DEUM; ſic nempe paucis Phyſicam abſolutum iri, ſi pro ſingulorum effectuum cauſis reponatur: *quia Deus voluit.* Sed pace iſtorum reddam ego: nunquam, qui Neutonum ſequuntur, pro *effectuum* cauſis aſſignant DEI voluntatem, ſed vires; de quibus tamen ipſis, & de quarum legibus hodie quæritur, ſintne re vera iſtæ, & non aliæ a DEO conſtitutæ. *Nec hoc erit paucis Phyſicam abſolvere pro ſingulorum effectuum cauſis reponendo: Quia DEUS voluit; ut nec pro cauſis ipſis in aliorum ſententia reponi debet: Quia rerum natura exigit. Ipſa illa Conditoris voluntas inquirenda eſt, & illæ ipſæ quanquam liberæ leges, quibus hæc ordinatiſſima univerſi compages tam apte inter ſe cohæret, & donec ipſi libuerit, cohærebit.* Verba ſunt *Boſcovichii.* Quod de ſubſtantia, & accidente additur,

ditur, ad eos remitto, quibus definire animus eſt: ſitne vis attractiva corporibus *intrinſeca*, an *extrinſeca*; item: an omne, quod in natura exiſtit, *ſubſtantia* ſit, vel *accidens*. Quid autem ſi tertium, vel quartum aliquod hactenus menti noſtræ incognitum exiſtat præter ſubſtantiam, & accidens? Ego interea ex adverſariis quæram aſſiduo: quid illis dicatur *impenetrabilitas*? Quidquid ſtatuant, noverint idem eodem jure de vi attrahente conſtitui poſſe.

X. Vis attrahens eſt principium tribuens corporibus actionem, quam Neutoniani adeo ipſi ſatis ſibi exploratam non eſſe ultro fatentur; ergo ſaltem affinis eſt qualitati Peripateticæ. ℞. D. A. fatentur eam ſibi non ſatis exploratam eſſe quoad omnia adjuncta C. A. quoad eſſentiam, aut adjunctorum aliqua N. A. & C. Leges attractionis tam ſunt exploratæ, ut etiam demonſtratæ habeantur.

XI. Quæ dantur vires, & proprietates corporum, in vi inertiæ fundari debent; ſed vis attractiva in iſta non fundatur; ergo non datur. Ita Eulerus. ℞. D. M. vires, & proprietates *derivatæ* fundari debent in vi inertiæ C. M. *primitivæ* N. M. C. m. & N. Cm. Vim attrahentem voco materiæ proprietatem *generalem*; & *primitivam*. Quanquam quid iſta virium diſcretione opus eſt? Dicam breviter, & plus dicam, quam objectio poſcit: phænomena attractionis neque per ſolam vim inertiæ, neque *per aliam aliquam hucuſque notam corporis proprietatem* explicari poſſunt Debet ergo admitti vis diſtincta, quam quocunque nomine compellemus, nihil intereſt. Nobis interim *attractiva* dicitur.

XII. Licet plurima phænomena explicari nequeant per vim inertiæ, non tamen recte arguitur ipſa non pendere a vi inertiæ; ergo. Pr. A. Licet in plurimis corporibus non obſervetur vis inertiæ, nemo tamen recte intulerit non dari in corporibus omnibus vim inertiæ; ergo a pari. ℞. N. A ſimul notatum volo: non modo *plurima phænomena* per ſolam vim inertiæ

expli-

explicari non poſſe, ſed *omnino nulla*, eſt enim vis inertiæ oppoſita attrahenti; ſcilicet: per vim inertiæ nititur corpus conſervare ſtatum ſuum; per attrahentem continuo mutari debet ſtatus corporis attracti, agit enim attractio in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Inde facilis reſponſio eruitur ad Pr: . In omnibus univerſe corporibus admittimus vim inertiæ, quia in iis omnibus, quæ obſervamus, advertimus dari vim inertiæ; argumentum itaque deſumi poteſt ab analogia corporum aliorum. At in nullo corpore obſervamus phænomena quæpiam attractionis, ut motum acceleratum, vel retardatum proficiſci a ſola vi inertiæ; dicendum ergo: nulla phænomena, quæ ab attractione in ſyſtemate Neutonianorum repeti ſolent, per vim inertiæ explicari poſſe.

XIII. Vis inertiæ adverſatur vi attractivæ, proinde alterutra non datur; datur autem vis inertiæ; non ergo datur vis attractiva. Pr. M. ſi datur utraque, habebit idem corpus niſus oppoſitos; atqui habere non poteſt; ergo. Pr. M. vi inertiæ nitetur corpus e. c. quieſcens deinceps quieſcere: vi attractionis nitetur accedere ad corpus attrahens; qui niſus ſi oppoſiti non ſunt, neſcio, quid oppoſitum dici debeat. ℞. 1mo. atqui attractiva vis non dicitur ineſſe corpori per attractionem *determinato* ad celeriorem motum, ſed *determinanti* (§. 8vo Schol. II.); ergo. ℞. 2do D. M. vis inertiæ adverſatur vi attrahenti, proinde alterutra non datur poſt conflictum T. M. in conflictu *ſubd.* non datur ſine victoria C. M. cum victoria N. M. C. m. & N. Cm. Datur imo poſt conflictum vis inertiæ, quæ componi poſſit cum effectibus vis attrahentis; ſed datur *vis inertiæ victa*; hinc dixi T. M. Neque ſic aliquid a communi Neutonianorum ſenſu alienum dixi, juxta quos corpus delabens tempuſculo ſecundo conſervat *per vim inertiæ* celeritatem priori tempuſculo habitam, & per vim acceleratricem ejus incrementum acquirit. Sed de hoc alibi.

XIV. Iterum *Eülerum* objicientem recitat *Scherffe-rus*: Vires ſe habent ut colores; ſed nequeunt in eodem corpore eſſe plures colores, quorum unus in altero non contineatur; ergo neque plures vires, quarum una non contineatur, aut certe fundetur in altera. Sed vis attractiva nec continetur, neque fundatur in altera; ergo ſi datur vis inertiæ, non datur vis attractiva. ℞. D. M. Vires *totales*, ſeu tota virium collectio ſe habet ut colores C. M. vires *partiales Subd.* habent ſe ut colores reſpectu effectuum *partialium*, cuique vi inadæquatæ reſpondentium C. M. reſpectu virium *totalium* N. M. C. m. & D. C. ergo neque plures vires *adæquatæ* C. Cm. *inadæquatæ* N. Cm. Effectus pleni ſunt proportionales cauſis ſuis adæquatis (§. 3. Schol. I.); ergo præter cauſam adæquatam alia reſpectu ejusdem effectus ſuſtineri non poteſt. In caſu e. c. motus accelerati cauſa adæquata eſt tam vis inertiæ, quam attractiva; ergo præter has quidem duas alia admittenda non eſt, fateor; non autem præter ſolam vim inertiæ.

XV. Effectus, qui attractioni tribui ſolent, adſcribi poſſunt impulſionibus corporum extrinſecorum, quemadmodum frequentes alii motus iisdem tribuuntur. Quid? quod Neutonus ipſe Princip. Mathem. L. I. Sect. XI. ita ſcribit: *Jam pergo motum exponere corporum ſe mutuo trahentium, conſiderando vires centripetas tanquam attractiones, quamvis fortaſſe, ſi phyſice loquamur, verius dicantur impulſus.* ℞. D. A. adſcribi poſſunt impulſionibus in majore diſtantia agentibus in ratione directa maſſarum, & reciproca duplicata diſtantiarum C. A. juxta alias leges agentibus N. A. & Cm. Impulſionem ſic & non alia lege agentem dicimus attractionem. Perinde tamen fuerit, ſeu attractionem dicas, ſeu impulſionem, modo rem eandem intelligas ſub duobus nominibus; neque enim de voce litigare placet.

XVI. Poſita attractione ſequi neceſſe eſt abſurda multa. I. Lapis pone turrim cadens attraheretur a turri;

ri; proindeque ad terram nunquam pertingeret. II. Sphæræ geminæ phyſice ſe contingentes cohærerent. III. Non poſſet pondus unius libræ levari a terra cui incumbit; attraheretur enim in ratione directa maſſæ attrahentis, ſive terræ, & reciproca duplicata diſtantiæ: h. e. prout quadratum diſtantiæ minueretur, ſic creſceret attractio; pondus vero terræ incumbens nullatenus a terra attrahente diſtaret, ſaltem ad ſenſum; ergo infinite attraheretur. Sed ſi iſtud: non poſſet levari corpus; ergo. IV. Corpora quævis ex eadem altitudine delabentia æqualiter attraherentur; ergo æquali celeritate caderent. V. Corpora omnia in ſuperficie terræ, aut ſaltem in lævigatis ſuperficiebus locata mutuo accedere deberent. VI. Exhalationes, & vapores neutiquam aſſurgerent. VII. Daretur actio in diſtans; ſic magnes ageret in ferrum ſibi minime contiguum. Mitto plurima alia abſurda, quæ ex ſyſtemate attractionis manifeſte conſequuntur. ℞. N. A. ad Pr. admitto trahi lapidem a turri; ſed nego fore, ut nunquam pertingat ad terram; vincitur enim attractio turris ab attractione terræ, cum attractiones ſint in ratione directa maſſarum trahentium. Tum ex conjuncta illa turris, terræque attractione duntaxat ſequitur: lapidem omnino perpendiculariter non decidere, ut neque cadit lapis e malo navis demiſſus (quod obſervatum eſt ab hominibus in littore conſiſtentibus) cum interea aquas ſulcaret navis. Ad II. Sphæræ geminæ non cohærent; cum enim ſecundum paucas ſuperficiei partes ſe ſe contingant, neceſſe eſt mutuam eorum attractionem prorſus exilem eſſe. Ad III. Nego pondus terræ incumbens non diſtare a terra; ſcilicet: cum de attractione agitur, diſtantia corporis attracti repetenda non eſt a ſuperficie terræ, ſed ab ejuſdem terræ centro. Ad materiam *de gravitate* docebo, quemadmodum omnes ſphæræ partes eodem modo attrahant, ac ſi in centro collectæ eſſent; ſeu: tanquam ſi vis tota prodiret de corpuſculo unico in centro ſphæræ conſtituto. Ad IV. Corpora diverſis licet *maſſis*, &

*voluminibus* prædita *in vacuo* quidem æquali velocitate delabuntur ex altitudine æquali; at non *in aprico*, ubi ratio habenda eſt tam *maſſarum*, quam *voluminum*, quia ſuperanda eſt *reſiſtentia aeris*. Atque licet corpora diverſarum maſſarum ejusdem ſint voluminis, ac proinde æqualis columna aerea reſpondeat ſingulis, non tamen æquali celeritate deſcendent, quia *a maſſa majore* facilius vincitur reſiſtentia aeris, quam *a minore*. Ad V. Corpora omnia in ſuperficie terræ, aut ſaltem in ſuperficiebus lævigatis poſita mutuo accedere deberent, ſi eorundem motus aliunde non impediretur C. A. cum impediatur N. A. & C. Impedimenta motus eſſe poſſunt *inertia*, *frictio*, *medium*, *attractio aliorum corporum &c.* Hinc etiam ratio patet, cur non omnia, quæ mutuo ſe ſe trahunt, in acervum unum coeant. Ad VI. Exhalationes, & vapores non aſſurgerent, niſi actione ignium ſubterraneorum, aut fermentationibus unde unde ortis, vel denique aliis quibusvis de cauſis excuterentur cum victoria attractionis C. A. poſtquam ita excutiuntur N. A. & Cm. Ad VII. Daretur actio in diſtans, ſeu talis, quæ effectum aliquem phyſicum producat in ſubjecto, a quo ratione loci disjungitur; quin ad effectum hunc corpus aliquod intermedium concurrat T. A. nam ſi vis attractiva corporibus non ſit intrinſeca, nulla dabitur actio in diſtans, ut conſideranti patet. Quæ fieret in ſubjectum extra ſphæram activitatis poſitum N. A. & C. Qui actionem in diſtans priore ſenſu intellectam propugnant, eos ab omni vel ſuſpicione abſurdi cujuspiam admiſſi prudens quisque Philoſophus abſolvet; ſicut adverſarii ipſi abſurdum nihil ſe admittere exiſtimant, cum ajunt: corpus agens, ſive cauſam non eſſe in eodem loco, in quo eſt ſubjectum, quia non compenetrantur. *Dicunt Peripatetici*: Licet cauſa non ſit eodem in loco, in quo eſt ſubjectum, at actio propagatur per ſubjectum quoddam medium cauſam inter, & effectum; quo poſito tollitur actio in diſtans, & abſurdum omne. ℞. Ideo iſtud doceri a Peripateticis, quia effectus productos conſtituunt

in

in qualitatibus quibusdam corpori inhærentibus, quas *naturaliter* nunquam ſine ſubjecto haberi poſſe exiſtimant; hinc in eorum ſententia qualitates primum efficiuntur in ſubjecto cauſæ contiguo, ſive in medio; ab his iterum in vicinis corporibus producuntur aliæ ejusdem generis qualitates, & ſic deinceps, donec ad ſubjectum, ſeu effectum ipſum deveniatur. Falluntur vehementer: non enim actio eſt qualitas requirens ſubjectum medium cauſam inter, & effectum. *Dicunt Carteſiani*: Eodem in loco non eſt cauſa agens, in quo eſt ſubjectum; ſemper tamen cauſa ſubjecto eſt *contigua*; quo conſtituto iterum omnem actionem in diſtans tolli neceſſe eſt. ℞. Illud Carteſianorum de contiguitate dogma natum eſt ex eo, quod nullam actionem eſſe putent, niſi quæ fiat per impulſionem ex colliſione corporum provenientem. Falluntur & iſti non modice; aut certe impulſionum leges ab iis conſtitutas fallere oportet, cum illis phænomena impulſuum non reſpondeant. Sed dabo interea liberaliter: *corporum contiguitatem requiri ad actionem*. Quæram tamen: ſitne contiguitas *principium aliquod activum*? Non, inquiunt, ſed mera eſt *conditio* ad agendum requiſita. Bene habet. Ergo ſi contiguitas: cur non alia quævis diſtantia eſſe poſſit conditio ad agendum? Sane contiguitas non magis eſt *relativus duorum corporum coëxiſtendi modus*, ac quævis alia diſtantia. Liberent utrique (*Carteſianos* intelligo, & *Peripateticos*) animum ab erroribus quisque ſuis, & actionem in diſtans ſaltem in rerum natura ſuſtineri poſſe nobiscum affirmabunt.

*Schol. IV.* Contra vires repulſivas objiciuntur ſequentia: I. Datur in materia, ſive in corporibus vis attractiva (§. 13. & 14.); ergo non datur vis repulſiva. Pr. C. vires attractivæ, & repulſivæ ſunt vires oppoſitæ; ſed in eodem ſubjecto nequeunt eſſe vires oppoſitæ; ergo ſi datur in materia vis attractiva, non datur vis repulſiva. Pr. M. Vis attractiva, & repulſiva tendunt in oppoſitum; ergo ſunt vires oppoſitæ. P. A. Vis attra-

ctiva determinat ad mutuam acceſſionem, repulſiva ad mutuam fugam; ſed ſic tendunt in oppoſitum; ergo. ℞. C. A. N. C. Ad Pr. N. M. ad ult. Pr. D. A. Vis attractiva, & repulſiva tendunt in oppoſitum reſpectu objecti diverſo modo conſtituti C. A. eodem modo ſumpti N. A. & Cm. dum corpus idem jam attrahitur, jam repellitur, *in alia* ſemper *diſtantia* attrahitur, in alia repellitur. Naſcitur inde objectorum diverſitas, quæ omnem tollit oppoſitionem, non ſecus atque repugnantia omnis tollitur in ſole, qui non modo vim habet *exſiccandi*, ſed & fluida reddendi *objecta diverſa*, ſive *alio*, *& alio modo diſpoſita*.

II. Alia & alia diſtantia non tollit oppoſitionem; adhuc ergo vis attractiva, & repulſiva ſibi opponentur. P. A. Diſtantia nihil eſt reale; ergo. ℞. D. A. Nihil eſt reale *abſolutum* C. A. *reſpectivum* N. A. & C. Diſtantia eſt relatio quædam binorum modorum, quibus bina corpora vel puncta exiſtunt. Quod duo corpora magis a ſe diſtent, vel minus, eſt aliquid non mere imaginarium, ſed *realiter* diverſum.

III. Si daretur vis repulſiva in quibusdam diſtantiis, ſcilicet minimis, deberet certa quæpiam diſtantia Phyſice determinare vim repulſivam; atqui iſtud dici nequit; ergo. Pr. m. Determinatio Phyſica eſt actio; ergo ſi diſtantia determinaret Phyſice vim repulſivam, ageret in eam. Non autem agit; ergo. ℞. C. M. N. m. Ad Probationem D. A. Determinatio Phyſica profecta *a cauſa efficiente* eſt actio C. A. *a principio quopiam extraneo* N. A. & Cm. Principium dicitur, a quo objectum quocunque modo pendet; vel: quidquid eſt ratio ſufficiens, ex qua intelligi poteſt, cur res aliqua potius ſit, quam non ſit; atqui a diſtantia pendet vis repulſiva, & diſtantia eſt talis ratio, ex qua intelligi poteſt, cur vis repulſiva potius habeatur, quam vis attractiva; ergo diſtantia eſt principium vis repulſivæ.

IV. Diſtantia non poteſt eſſe principium vis repulſivæ; ergo diſtantia non poteſt Phyſice determinare vim repulſivam. P. A. Diſtantia non poteſt modificare vim, & proprietatem corporis; ergo nequit eſſe principium vis repulſivæ. Pr. A. I. Diſtantia eſt nihil; ergo. II. Diſtantia nequit immutare vim ullam corporis; ergo neque modificare. ℞. N. A. Ad Prob. D. A. Diſtantia nequit ullam vim modificare *permodum cauſæ efficientis* C. A. permodum *principii*, aut *termini* N. A. & Cm. Ad Prob. I. D. A. Diſtantia nihil eſt *entitatis abſolutæ* C. A. Nihil eſt *relationis* N. A. & Cm. Ad Prob. II. D. A. Diſtantia nequit immutare vim ullam permodum *cauſæ efficientis* C. A. permodum *principii*, aut *conditionis* N. A. & Cm. Si brevius te expedire voles, dicito: non per diſtantiam *in abſtracto ſumptam*, ſed per diſtantiam *in concreto acceptam* determinari corpus ad vim repulſivam, ſive attractivam.

V. Ex allatis Phænomenis (§. 15) non evincitur dari in corporibus vim repulſivam; ergo. Pr. A. Allata Phænomena repeti poſſunt vel ab effluviis quibusdam avolantibus, & removentibus corpora, in quæ incurrunt; vel: a preſſione fluidi externi, aeris, puta, aut ætheris &c. ergo. ℞. N. A. Nam I. temere aſſumuntur *effluvia* a corporibus avolantia, & *removentia corpus, in quod incurrunt*; cur enim ſuberis effluvia removeant vinum, & aquam? cur non fluida quævis? Dices: Suber non transmittit vinum, nec aquam, quia minimæ vini moleculæ, aut aquæ poros ſuberis tranſire nequeunt; hinc fit, ut repellantur vinum, & aqua; non quia peculiaris quæpiam vis repulſiva iſtud operetur. Crederem forte, ſi de corpore alio, quod itidem aquam non tranſmittit, ſermo eſſet; at cum de ſubere, *lignorum omnium prope leviſſimo*, proindeque *poroſiſſimo* agitur, non adducar, ut credam. Deinde, qua, oro, ratione evinci poteſt: e. c. Mercurii effluvia proportionata eſſe poris auri, vel ſtanni; non item vitri, vel ferri, a quibus repellitur mercurius? Quomodo vitrum tranſ-

mittit effluvia aquæ, non mercurii? de quibus tamen ex-ploratum eſt: ſubtiliora eſſe aqueis. 2do: Quod de aere, vel æthere dictum eſt, refellitur ut ſupra in attractione. Circa utrumque nota: ſi cauſa mutuæ fugæ ſit aer, vel æther, corpora quævis (modo volumine = lia ſint) repellentur æqualiter; non autem repelluntur = liter; ergo.

VI. Quod herbarum aliquæ tangi impatientes, versus eum, qui tangere vult, granula ſua ſeminalia ejiciant, repeti poteſt a cauſis mechanicis, ut a certa diſpoſitione granulorum, & folliculi, quo continentur; ergo. ℞. D. A. repeti poteſt ab illa diſpoſitione tanquam a cauſa *mere occaſionali* C. A. *formali*, & efficiente hanc granulorum exploſionem N. A. & Cm. Sic hodie exiſtimo: etiam vi repulſivæ effectus iſte tribuendus eſt, de quo forte alias.

VII. Inæqualitas attractionis, vel potius minor attractio (quam alii negativam dicunt) cauſa eſſe poteſt phænomenorum, quæ vi repulſivæ tribuuntur; ergo non opus eſt adſtruere vim repulſivam diſtinctam a vi attractiva. P. A. Dici poteſt, quod corporis alicujus repulſi partes mutuo ſe trahant magis, quam ab alterius corporis partibus trahantur. Certe mercurii partes magis ſe ſe trahunt, quam a tubis capillaribus trahantur; hinc nulla in iisdem mercurii aſcenſio notata unquam fuit; ergo. ℞. N. A. Per inæqualitatem attractionis explicari nequeunt *violentiſſimæ* illæ exploſiones, quas aquam inter, & æs liquatum intercedere aſſerui (§. 15.) Ad Prob. D. A. dici iſtud poteſt circa aliqua phænomena, in quibus ſcilicet nulla obſervatur corporum extraneorum *attractio* C. A. in quibus obſervatur poſitiva repulſio N. A. & Cm. Quod mercurius in tubo *vitreo* non attollatur, cauſa eſt, quia major habetur attractio in partibus mercurii ad ſe invicem, quam quæ eſt vitri ad mercurium. Sed autem: quod mercurius in tubo *vitreo non modo non attollatur, ſed deprimatur* etiam, quæ tandem phænomeni iſtius cauſa dici poterit? Fac enim, inſun

infunde mercurium ſiphoni, cujus crus alterum altero ſit anguſtius: in crure latiore excelſior erit, quam in anguſto. Immerge tubulos mercurio ſtagnanti, deprimetur ille intra tubulos infra libellam fere in ratione reciproca diametrorum Depreſſio iſta, ceu *effectus poſitivus* repeti debet *a vi poſitiva*; non ergo repeti poteſt *ab attractione negativa.* Principium illud poſitivum mihi *vis repulſiva* dicitur; datur ergo vis repulſiva a negativa attractione diſtincta.

VIII. Vis repulſiva non diſtinguitur realiter a vi attractiva; ergo phænomena repulſionibus tribui ſolita repeti poſſunt a minore vi attractiva. ℞. D. A. Non diſtinguitur *realiter abſolute* C. A. *realiter modaliter* N. A. & Cm. Vires attractivæ, & repulſivæ ſunt diverſæ modificationes corporum; diſtinguuntur ergo ab invicem *non tanquam res a re*; ſed tanquam modus rei a modo.

IX. Saltem phænomena repulſionis tribui poſſunt carentiæ attractionis; ergo adhuc vis repulſiva non erit vera vis Pr. A. Ubi ceſſat attractio, incipit repulſio; ergo repulſio habetur per carentiam attractionis; proindeque. ℞. N. A. carentia attractionis eſt quid negativum; *negativum* autem nequit eſſe *effectus poſitivi principium.* Ad Prob. N. A. Puncta enim in limitibus cohæſionis locata quieſcunt, nulliſque ibi viribus urgentur, non attractivis, non repulſivis. Dici etiam poteſt: ceſſante attractione incipere repulſionem hoc ſenſu: quod vis attractiva abeat in repulſivam C. A. tanquam ſi vis repulſiva foret *nuda carentia attractionis* N. A. & Cm.

X. Ex dictis: vis attractiva ſæpe abit in repulſivam, & viciſſim; ergo hoc ipſo vis repulſiva conſtituenda eſt in minore attractione. Pr. C. imperceptibile eſt, qua ratione vis attractiva abeat in repulſivam; niſi dicatur: vim attractivam in certis diſtantiis mulctari quibuſdam gradibus attractionis ſuæ; ſicque mulctatam abire in vim repulſivam; ergo. ℞. D. A. vis

attractiva ſæpe abit in repulſionem hoc ſenſu, quod repulſio ſuccedat attractioni C. A. quaſi repulſio eſſet determinatio, *ſed imminuta*, ad mutuum acceſſum N. A. & Cm. Ad Prob. N. A. dico imo: per minorem attractionem nihil omnino repulſionis explicari; minor attractio adhuc eſt determinatio ad mutuum acceſſum; repulſio ſemper eſt determinatio ad mutuam fugam; quomodo vero *mutua fuga* explicari queat *per determinationem ad mutuum acceſſum*, ſatis non aſſequor. Commodius, puto, illa virium attrahentium, & repellentium ſucceſſio explicatur per varias diſtantias, ita, ut pro ratione variantium diſtantiarum habeatur viciſſitudo attractionum, & repulſionum.

XI. Nequit in corporibus dari viciſſitudo attractionum, & repulſionum pro ratione variantium diſtantiarum; ergo nequit in corporibus haberi vis repulſiva. Pr. A. ſi detur illa viciſſitudo, fallet lex attractionis, quod vis attractiva agat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; atqui fallere non poteſt; ergo. Pr. M. In minimis diſtantiis obtinebit repulſio, ac proinde fallet lex attractionis, juxta quam hoc major debet eſſe attractio, quo minus eſt quadratum diſtantiæ a corpore attrahente. ℟. N. A. Ad Prob. D. M. fallet lex attractionis in minimis diſtantiis, ad quas a nobis non extenditur C. M. in majoribus diſtantiis N. M. atqui fallere non poteſt in majoribus ſcilicet diſtantiis C. m. in minimis N. m. & Cm. Eodem modo reſpondebis, *ſi dicetur:* Attractio omnium maxima in eodem corpore eſt, ſi diſtantia = lis zero; attractio enim eſt reciproce ut quadratum diſtantiæ. Falſa eſt propoſitio prior. Cauſalis diſtinguenda ut prius. Item, *cum dicetur*: ſi in minimis diſtantiis habetur repulſio, ſequitur: nullam haberi attractionem inter corpora minime diſtantia; quod iterum pugnat cum recitata lege. Admitto enim ſequelam: nego repugnantiam. Ratio in promptu eſt.

XII.

XII. Opponunt aliqui : In eodem ſubjecto nequeunt eſſe albedo, & nigredo ; calor ſummus, & frigus ſummum ; neque igitur vis attractiva, & repulſiva. ℞. Singula hæc in eodem ſubjecto haberi poſſunt *diverſis temporibus*. *Dices* : Atqui vis repulſiva eodem tempore conjungi deberet in eodem ſubjecto cum vi attractiva ; dicitur enim generalis corporum proprietas non minus, quam attractio ; ergo. ℞. D. m. vis repulſiva cum attractiva eodem tempore conjungi deberet in eodem ſubjecto, diverſis tamen ſubjecti ejusdem partibus, ut patet in virga elaſtica flexa C. m. in iisdem materiæ partibus *Subd.* ſi τὸ *vis* late ſumatur *pro potentia* C. m. ſi pro conatu actuali terminato ad idem ſubjectum in eadem diſtantia locatum N. m. & C m. In eadem anima eodem tempore habetur facultas volendi, & nolendi. Idem ſit de re noſtra. Sed jam legem ipſam demonſtro :

# Demonſtratio Legis.

§. 17. Pars Legis 1ma. *Vires in ultimis diſtantiis ſemper ſunt repulſivæ.* Pr. Niſi vires in ultimis diſtantiis ſint repulſivæ, poterunt corpora quibuscunque velocitatibus ad ſe accedentia pervenire ad immediatum contactum *cum præcedentibus velocitatibus* ; atqui non poſſunt ; ergo. Pr. m. Si corpora ad immediatum contactum perveniunt cum præcedentibus velocitatibus, compenetrabuntur, vel certe dabitur ſaltus in rerum natura. Neutrum ſuſtineri poteſt (§. 11. & 12.) ; ergo. Pr. M. Ex legibus motus, & experientia certum eſt : Corpora duo non elaſtica in ſeſe incurrentia poſt conflictum = li celeritate ferri. Hoc poſſi-

poſito: *concipiantur duo corpora æqualia* (ſcribit Boſcovichius) *quæ moveantur in directum verſus eandem plagam; & id, quod præcedit, habeat gradus velocitatis 6; id vero, quod ipſum perſequitur, gradus 12. Si hoc poſterius cum ſua illa velocitate illæſa deveniat ad immediatum contactum cum illo priore, oportebit utique, ut ipſo momento temporis, quo ad contactum devenerint, illud poſterius minuat velocitatem ſuam, & illud prius ſuam augeat, utrumque per ſaltum: abeunte hoc a 12 ad 9: illo a 6 ad 9 ſine ullo tranſitu per intermedios gradus 11, & 7; 10, & 8 &c. Neque enim fieri poteſt, ut per aliquam utcunque exiguam continui temporis particulam ejusmodi mutatio fiat per intermedios gradus durante contactu. Si enim aliquando alterum corpus jam habuit 7 gradus velocitatis, & alterum adhuc retinet 11, toto illo tempuſculo, quod effluxit ab initio contactus, quando velocitates erant 12, & 6, ad id tempus, quo ſunt 11, & 7, corpus 2dum debuit moveri cum velocitate majore, quam 1mum; adeoque plus percurrere ſpatii, quam illud; & proinde anterior ejus ſuperficies debuit tranſcurrere ultra illius poſteriorem ſuperficiem, & idcirco pars aliqua corporis ſequentis cum aliqua antecedentis corporis parte compenetrari debuit; quod cum ob impenetrabilitatem fieri omnino non poſſit; oportuit ſane, in ipſo primo initio contactus mutatio velocitatum facta fuerit per ſaltum ſine tranſitu per intermedias;* ergo ſi corpora ad immediatum contactum perveniunt cum præcedentibus velocitatibus, compenetrabuntur, vel certe dabitur ſaltus in natura. Quod fieri

cum

cum nequeat, debet *ante contactum immediatum gradatim* in aliqua diſtantia exſtingui velocitas corporis accedentis; debet ergo dari vis aliqua illam exſtinguens, ac proinde *agens directione oppoſita* (ſi enim agat directione conſpirante, augebit potius velocitatem corporis conſequentis, quam imminuat). Sique agit *directione oppoſita*, nititur a ſe removere corpus. Vis, quæ corpus aliud a ſe removere nititur, *repulſiva* eſt; ergo. *Dixi*: Vires *in ultimis diſtantiis* ſemper ſunt repulſivæ; nam in aliis diſtantiis non obſervamus imminui velocitatem corporis accedentis; neque habetur ratio ſufficiens ejusdem in aliis diſtantiis minuendæ; debet ergo imminui in ultimis.

*Coroll. I.* Non modo vires *corporum* in ultimis diſtantiis ſemper ſunt repulſivæ, ſed etiam vires *punctorum elementarium*; nam ſi in illis diſtantiis non ſint repulſivæ, compenetrabuntur. Veritas amplius patebit ex Coroll. III.

*Coroll. II. Corpora ad immediatum contactum naturaliter pervenire nequeunt.* Pr. Vires corporum in ultimis diſtantiis ſemper ſunt repulſivæ; hoc eſt: removent corpus accedens; atqui ſi illud removent, non poſſunt corpora ſe ſe *immediate* contingere; ergo. Pr. 2do: Duo e. c. globi moti in eadem linea recta, & verſus eandem plagam, quorum alter præcedat celeritate ut 6, alter inſequatur celeritate ut 12, non poſſunt naturaliter ad immediatum contactum pervenire; ſecus ipſo momento contactus celeritas eorum mutabitur per ſaltum tranſeundo juxta leges motus a celeritate ut 6 ad celeritatem ut 9; vel ſi mutetur *gradatim*, compenetrabuntur, quod oſtendo: ſi enim celeritas *poſt contactum*, vel *ipſo momento contactus* gradatim

tim mutetur, tum aliquo ſaltem tempuſculo globus poſterior majore celeritate feretur, quam prior; nam ſi prior acquirit celeritatem ut 7, poſterior adhuc habet 11 celeritatis gradus; ſique prior ille acquirit 8, retinet poſterior 10 &c.; ergo poſterior *poſt contactum in eadem linea recta plus ſpatii* conficit, quam prior; quod abſque compenetratione fieri nequit.

*Coroll. III. Etiam puncta elementaria ſe ſe naturaliter immediate contingere nequeunt;* nam cum puncta hæc ſint ſimplicia, adeoque inextenſa, & partibus deſtituta, nequeunt ſecundum partem aliquam ſe contingere, & ſecundum aliam non contingere; ſique ſe mutuo contingerent, *omnino compenetrarentur*, quod viribus naturæ fieri nequaquam poſſe, ſatis jam dictum eſt. Recte inquit *Boskovichius: ſibi ipſi vim inferat, oportet, qui punctum puncto contiguum concipiat, & tamen extra ipſum poſitum, nec compenetratum. Concipit globulos quosdam extenſos, qui globuli ex una parte ſe contingant, ex alia a ſe invicem recedant; ubi partes ejusdem puncti admittet, & indiviſibilitatis, ac extenſionis ideam deſtruet. Eſt id ſane vetuſtiſſimum argumentum, quo ſemper Zenonis ſententia, continuum extenſum componentis ex punctis penitus inextenſis, confutata eſt, cujus ſolutionem aptam nemo hucusque exhibere potuit, nemo profecto exhibebit inpoſterum, cum abſolutiſſimæ demonſtrationis, a quo evidentiæ vim habeat.* Pr. 2do: Si non corpora; neque puncta elementaria immediate ſe contingere poterunt, & viciſſim; contactus enim corporum aliter haberi non poteſt, quam quatenus puncta corpus unum componentia immediate contingerentur a punctis corpus alterum componentibus, quia corpus alterum eatenus contingeretur ab altero, quatenus ſubſtantia unius contingeretur a ſubſtantia alterius (neque enim accidentia corporum ſe contingunt, cum ſint modi ſubſtantiarum. Dabo imo accidentia ſe contingere, ſed inferam continuo: hoc ipſo ſe contingunt ſubſtantiæ, quarum ſunt modificationes); ergo cum in corporibus nihil ſit

ſub-

ſubſtantiæ præter entia ſimplicia ( *per Metaphyſicam* ) corpora ſe contingere non poſſunt, niſi ſecundum entia ſimplicia ; proinde.

*Schol.* Fideliter primum conſignabo, quæ adverſus hanc poſitionem plerumque objici notavit *Boscovichius*; tum alia ſubjiciam. I. Si corpora ad immediatum contactum pervenire non poſſent, tum ideo, quia compenetrarentur, vel certe daretur ſaltus in natura ; atqui iſtud penes corpora actu exiſtentia non ſequeretur ; ergo. Pr. m. dicta compenetratio, vel ſaltus in natura ſequeretur tantum, ſi corpora perfecte dura, quæ nimirum nullam compreſſionem ſentiunt, & nullam figuræ mutationem induci patiuntur, ſe ſe immediate contingant, non vero ſi corpora elaſtica; ergo cum corpora perfecte dura a plurimis Philoſophis excludantur a natura, iſtud penes corpora actu exiſtentia non ſequeretur. Pr. m. dum ſe corpora elaſtica contingerent, fieret *introceſſione*, & *compreſſione* partium, ut dum interea corporis compreſſi figura mutatur ſenſim, in ipſis corporibus etiam velocitas immutetur ſenſim, ac ſine ſaltu, tranſeundo per omnes intermedios gradus ; ergo dicta compenetratio, vel ſaltus non ſequeretur penes corpora actu exiſtentia, quæ ob elaſticitatem ſuam introceſſionis, & compreſſionis partium utique ſunt capacia. ℞. C. M. N. m. Ad Prob. N. A. Ad ulteriorem Prob. D. A. fieret iſtud, ac proinde vitaretur ſaltus; *non tamen vitaretur compenetratio*, T. A. *vitaretur utrumque*, N. A. & Cm. Partes quidem præcedentis e. c. globi poſteriores, & inſequentis anteriores comprimerentur, ſenſimque ſibi cederent; ſed hoc ipſo anteriores globi inſequentis partes moverentur lentius, quam poſteriores ejusdem globi ; quocirca iſtæ plus ſpatii conficere deberent præ illis in eadem linea recta, & eadem directione motis ; ac proinde compenetrarentur. ℞. ado. N. A. *Prima*, & *ultima* ſuperficies corporum ſe immediate contingentium deberent mutare velocitatem per ſaltum, ſi eæ ad immediatum contactum pervenirent

cum

*cum præcedentibus velocitatibus*; mox enim poſt contactum moverentur celeritate = li; aut vero, ſi inæquali: compenetrarentur, quia inſequentis corporis ſuperficies anterior plus ſpatii decurrere deberet, quam præcedentis poſterior. Colliges facile, cur ſuperius dixerim T. A. 3tio: T. A. ob dicta. D. C. dicta compenetratio, vel ſaltus non ſequeretur *forte* penes corpora actu exiſtentia (quod tamen falſum eſt) ſequeretur tamen alterutrum *penes puncta elementaria* C. C. non ſequeretur N. Cm. Neutonus, plerique imo veterum etiam Philoſophorum prima elementa materiæ omnino dura admittunt cum impoſſibilitate abſoluta mutandi figuram.

II. Etiam, ſi puncta elementaria ſe immediate contingerent, celeritas non mutaretur per ſaltum; ergo. P. A. Ibi celeritas non mutatur per ſaltum, ubi nulla habetur quantitas motus; ſed in punctis elementaribus nulla habetur; ergo. P. m. Motus, juxta Mechanicos habet pro menſura maſſam ductam in celeritatem; maſſa autem eſt ſuperficies baſeos ducta in altitudinem e. c. in priſmatis. Puncta elementaria nec baſim habent, nec altitudinem; ſimiliter ergo non habent quantitatem motus. ℞. N. A. ad Prob. C. M. N. m. ad hujus Prob. D. 1mam partem A.; Motus *corporum* habet pro menſura maſſam ductam in celeritatem C. hanc partem. Motus *elementorum Subdiſt.* τὸ *maſſa* ſumendo pro ipſa elementi ſubſtantia C. hanc partem, pro collectione ſubſtantiarum, aut alio quocunque ſenſu N. hanc partem. D. etiam 2dam. Maſſa improprie ſumpta pro *mole*, ſeu *volumine* eſt ſuperficies baſeos ducta in altitudinem C. h. p. in rigore ſumpta, ut ſumi debet N. h. p. *Volumen* dicitur totum iſtud ſpatium, quod ſub externa corporis ſuperficie continetur; aut ſuperficies baſeos ducta in altitudinem e. c. priſmatis; non *maſſa*. Certe plus maſſæ eſt in pede cubico auri, quam in pede cubico ligni, licet utrobique ſuperficies baſeos ducta in altitudinem ſit = lis. Partem 3tiam

ad-

admitto; ſed D. C. ergo non habent quantitatem motus convenientem corporibus C. C. ſibi propriam N. C. Mechanici ipſi motum tribuunt & *ſuperficiebus*, & *lineis*, & *punctis*. Phyſici omnes *motum centri gravitatis* aſſiduo nominant.

III. Sententia negans *immediatum corporum contactum* adverſatur communi hominum opinioni; ergo rejicienda eſt. ℞. D. A. adverſatur communi hominum opinioni *in* præjudiciis infantiæ, & teſtimoniis ſenſuum fundatæ C. A. fundatæ in ſolida ratione N. A. & Cm. Primum: eſt hæc opinio præjudicata ab infantia, in qua plerumque aſſenſum præbere ſolet tenera ætas iis rebus, quæ ab adultioribus recenſentur, aut quorum ideas ipſa ſibi efformavit. Præcipitatis id genus judiciis, alteque animo infixis, quin veritas aſſiduo prius examinaretur, fieri amat, ut viri, ac ſenes pertinaciter tueantur, quæ olim juvenes præcipitanter cogitarunt. Sic plane ſe res habet in præſenti *de immediato corporum contactu* controverſia. *Dices*: Omnes homines per tot annorum ſæcula judicium præcipitaverint? nemo unus judicii veritatem inquiſierit? nemo falſitatem agnitam ingenue confeſſus fuerit? Dolenter ajo: *omnes*, *nemo*. Sicut *omnes* ad *Copernicum* uſque ( utinam non hac ætate noſtra) judicia præcipitarunt circa motum ſolis, & quietem terræ, *nemoque* ſyſtematis hujus veritatem in dubium vocavit; ſic neque contactum. Jam reliquum eſt, ut probem: opinionem adverſariorum *male fundari in teſtimonio ſenſuum*. Senſibus ſubducuntur *minimæ diſtantiæ*: ſubducuntur corporum plurimorum pori, quos tamen corporibus *omnibus* ineſſe ſuadet *analogica ratio* deſumpta a plerisque aliis corporibus, quorum poroſitatem evincunt 1mo: diverſa gravitas *ſub eodem volumine*, h. e. diverſa gravitas *ſpecifica*; 2do: transmiſſio fluidorum, ſaltem *lucis*, & *caloris*, ſi corpora in tennes bracteas diducantur. 3tio: Microſcopia. Ergo, cum *minimæ diſtantiæ*, in quibus operatur vis repulſiva, ſubducan-

ducuntur ſenſibus, pro *immediato contactu* corporum legitimum teſtimonium a ſenſibus repeti nequit.

IV. Sententia negans *contactum* corporum adverſatur prudenti omnium hominum opinioni ; ergo etiam ſententia negans *immediatum contactum* corporum. Pr. C. Contactus primæva, & ſincera ſignificatione ſua acceptus denotat *immediatum contactum* ; ergo. ℞. D. A. Sententia negans *contactum apparentem*, & *Phyſicum* adverſatur prudenti hominum opinioni C. A. contactum *immediatum* , & *Mathematicum* N. A. & Cm. Non negamus corpus alterum ab altero contingi Phyſice, & ad ſenſum , adeoque mediate, mediantibus ſcilicet minimis illis intervallis, quæ ſenſibus ſubducuntur. At *immediatum contactum* omnino excludimus, de quo nihil unquam conſtitui poteſt *dependenter a ſenſibus*. Ad Prob. N. A. τὸ contactus ex primæva ſignificatione ſua , & inſtitutione hominum ſignificat contactum duntaxat *Phyſicum*, & *apparentem*, non *verum*, *immediatum*, & *Mathematicum*. In vocum inſtitutione habenda etiam fuit ratio vulgi , quod ſæpe exiſtimat nonnulla eſſe, quæ non ſunt , ut ex adverſo putat non eſſe , quæ re vera ſunt. Ad Mathematicum contactum non ſe extendit hominum vulgus, imo neque olim Philoſophi.

V. Si corpora ſe duntaxat Phyſice , & apparenter contingunt, non immediate, & realiter : nunquam poterit corpus unum impelli ab altero, aut determinari quacunque alia ratione ad motum ; atqui poteſt ; ergo. Pr. M. Si poſſit : communicatio motus fieri debebit per vacuum ; atqui non poteſt ; ergo. Pr. m. Ad omnem communicationem requiritur *contiguitas* tanquam conditio ; quis enim communicet motum globo , quem non contingit ? ergo. ℞. N. M. ad Prob. C. M. N. m. ad ult. Prob. D. A. requiritur contiguitas ſaltem *apparens* T. A. quia univerſaliter fallit propoſitio, ut patet in magnete trahente ferrum ſibi non contiguum. *Contiguitas vera*, & *immediata* N. A. & Cm. Si ultima

iſta

iſta contiguitas intelligitur, vitium eſt in argumentatione, ſcilicet *petitio principii*; iſtud enim ipſum eſt, quod quæritur. Cæterum, qui præjudiciis eliberatus eſt (qualis eſſe debet Philoſophus omnis) facile advertet, nihil *contiguitatem* conferre ad communicationem motus, tum quod contiguitas de ſe activa non ſit, neque vim ullam habeat; tum quod communicatio motus non ſit per aliquam *translationem*, aut *transfuſionem* ex corpore uno in aliud (abſit figmentum), ſed per nudam determinationem cum aliqua virium jactura.

VI. Nulla motus communicatio, impulſio, aut determinatio fieri poteſt *per rem non exiſtentem*; ergo neque per vacuum. ℞. D. A. id eſt: a re non exiſtente C. A. quaſi inter corpus impellens, & impulſum, cauſam inter, & effectum eſſe debeat ens aliquod intermedium, quod ſit ceu vehiculum actionis N. A. & Cm. *Non entis, aut nihili nullæ ſunt proprietates, & affectiones*, primum eſt axioma *Keilii*; ergo etiam nullæ ſunt vires, nullæ actiones. Negato immediato contactu corporum adhuc corpora manent entia; ergo adhuc ſe mutuo impellere, inque ſe ſe agere poterunt.

VII. Si corpora ſe immediate non contingunt, ſequitur I. quod baculo vehementer vibrato percuſſus nihil ſentiat; ſemper enim diſtabit baculus a corpore, in quod impreſſio facienda eſſet. Addunt adverſarii noſtri humaniſſimi: baculo utendum eſſe ad perſuadendum contactum neganti. II. quod nulla unquam haberetur ſenſatio; organa enim ſenſoria ab objectis ſenſibilibus nunquam afficerentur, & immutarentur, quia nunquam contingerentur. III. quod uvæ in torculari non comprimantur. IV. quod incus a malleo, arcium muri, & mœnia a globis non verberentur. V. quod cultro fruſtum e. c. ligni, vel panis &c. non diſcindatur, ſed quæ prius cohæſerant partes, ſponte veluti ſua diſſocientur. Hæc, & plurima alia horum ſimilia ſequi neceſſe eſt. ℞. ad I. N. ſequel. annexam cauſalem D. ſemper enim

baculus diſtabit a corpore *diſtantia Mathematica*; h. e. non continget corpus *immediate*, & *Mathematice* C. *Diſtantia Phyſica*, ita, ut corpus neque contingat *mediate*, & *Phyſice* N. Poſito contactu Phyſico jam impreſſio in corpus fieri poteſt, non ſecus atque admiſſo contactu *Mathematico*; quid enim contactus immediatus conferat ad impreſſionem faciendam, *cum nihil ſit activi? Dices:* nihil omnino eſt activi; at eſt *conditio* ad impreſſionem faciendam. ℞. iterum: hæc manifeſta eſt *petitio principii*, de hoc enim quæritur. Quod adverſarii pro liberali humanitate ſua per jocum adducunt de perſuaſione *a baculo* repetenda, nihil moror. Prius tamen, quam in nobis per jocum, in ſe ipſis ſerio experiantur, an non ipſi utcunque tunicati acerbe dolebunt, ſi baculus dextre vibratus non quidem corpora eorum, ſed tunicam immediate continget. Dolebunt ſane; atque utinam doleant ad correctionem, ad ponenda præjudicia. Credo ego, ſi poſitis præjudiciis intelligerent vim repulſivam *in ultimis diſtantiis* agentem eosdem motus excitare poſſe in organis ſenſoriis, quos corpora *in contactu:* eademque prorſus Phænomena eventura eſſe *negato contactu immediato*, quæ *admiſſo*, non adeo tenaces eſſent opinionis ſuæ. Ad II. N. ſequel. Organa ſenſoria revera afficerentur, & immutarentur. *Vis repulſiva* objecti ſenſibilis eandem mutationem induceret in fibras organorum, quam contactus; hæc organorum impulſio æque per nervos propagaretur uſque ad cerebrum, quæ ſedes eſt animæ; anima ex lege commercii perinde adverteret ad motus fibrillarum, & agitationem cerebri, atque alias. Ad III. & IV. ajo: & uvæ in torculari comprimuntur, & incus a malleo, & arcium muri a globis verberantur; ſed *ſine immediato contactu*. Ut ejusmodi effectus habeantur, ſufficit *contactus Phyſicus*; ſufficit nempe corpora locari in diſtantiis, in quibus vis repulſiva effectus illos operari queat. Ad V. D. A. quod cultro fruſtum e. c. panis non diſcindatur, cultro ſcilicet *ad immediatum contactum delato* C. A. ad

ad *contactum mediatum*, & *Phyſicum* N. A. & Cm. Vis repulſiva cultri facit, ut, quæ prius cohæſerant partes panis, applicito ſubinde cultro diſſocientur, non tamen *quaſi ſponte ſua*, quod innuebat objectio. Hic ego bonos adverſarios iterum, iterumque majorem in modum obteſtor, uti animo præjudiciis vacuo diſpiciant, quanta facilitate *negato contactu immediato* Phænomena quæque explicentur. Eadem ſane, qua *in ſententia oppoſita*; forte etiam majore. Sed enim: an æque feliciter adverſarii rationes a nobis allatas (§. 17. Coroll. 2do & 3tio) diſſolvant, arbitrio virorum præjudiciis non occupatorum lubens relinquo.

*Coroll. IV. Corpora omnia ſunt poroſa.* Prob. Quævis puncta elementaria, & particulæ minimæ corpus conſtituentes ſe ſe in ultimis diſtantiis repellunt ita, ut ad immediatum contactum pervenire nequeant (§. 17. Coroll. 2do & 3tio); ergo inter minimas corporum moleculas, & ipſa adeo puncta intereſſe debent intervalla quæpiam vacua, quibus a ſe disjungantur. Ejusmodi intervalla partibus ſolidis interjecta, & *materia propria* corporis, in quo habentur, deſtituta *poros* dicimus; ergo quævis corpora habent poros. Dixi: intervalla *materia propria* corporis deſtituta pori ſunt; non tanquam ſi in meatibus illis corporum, ſive intervallis, & vacuolis nulla haberi debeat *materia aliena*, e. c. *lucis*, *aeris*, *ætheris* &c. ſed quod ſufficiat non adeſſe materiam *propriam* corporis, cujus ſunt pori. Pr. II. *Microſcopia*, *tranſmiſſio fluidorum* (ſaltem *lucis*, & *caloris*) denique *diverſa gravitas ſpecifica*, ſeu diverſum pondus corporum *ſub eodem volumine* manifeſte evincunt in corporibus dari poros. Sic in plantis, lignis, oſſibus, pilis, & tenuibus quorumvis metallorum bracteis innumerabilis pororum multitudo conſpicitur. Corpora *omnia* in tenues lamellas diducta *caleſieri*, *lucemque tranſmittere* poſſunt. *Pleraque corpora* nativæ ſuæ indoli relicta varios liquores, & fluida in ſe reci-

piunt. Adduco pauca: aurum, argentum, ſtannum &c. permeantur à mercurio. Clauſis oculis, manuque interjecta ſæpe advertimus coruſcationes, aut lucem a ſole, vel candela propulſam. De abſumptis 24. horarum ſpatio octo libris quinas *per tranſpirationem* abiiſſe deprehenſum eſt. Animalia quæque æſtate langueſcunt, ac deficiunt. Qua cauſa? quia *calore æſtivo laxantur* pori, ac proinde habetur major tranſpiratio. Marmor duriſſimum, achates, item chalcedonii, gemmæ &c. tam affabre tingi ſolent ſolutione argenti facta in ſpiritu nitri, addita nonnunquam fuligine, tartaro rubro, vel alumine plumoſo &c. ut ab ipſa natura expicti credantur (ſed vitium detegitur admoto igne, vel affuſa aqua forti). Aqua ab aere expurgata in ſe aerem admittit non *aucto volumine*. Spiritus vini, & aqua ſi commiſcentur, minus volumen occupabunt mixta, quam ſeparata. Si vitreo cylindro cavo ſuperne agglutinetur ſegmentum ſphæricum ligneum utcunque craſſum, ac durum, ſed itidem excavatum, in cujus cavitatem immittatur ſive aqua, ſive mercurius: dein vero ope Antliæ Pnevmaticæ ex cylindro vitreo aer extrahatur: fiet *preſſione aeris externi*, ut fluidum ſegmento contentum inſtar tenuis pluviæ intra vitrum decidat. Nunquid per poros ligni? Si pro campana vitrea ad patinam antliæ apponi ſolita apponatur vas ligneum aere evacuandum, nunquam *preſſione aeris externi* firmiter adhærebit patinæ, quia nunquam omnino aer exhaurietur. Cur vero? ſcilicet *aer per poros ligni ingrediens* ſemper communicabit cum externo, ac proinde tantum reſiſtet interior, quantum premet exterior. *Dices*: Si lignum dicitur eſſe poroſum ideo, quia aerem tranſmittit: oportet vitrum non eſſe poroſum, quia nullus per vitrum aer ſenſibilis permeat. ℞. D. ſequel. ſi neque fluidum aliud e. c. lux, calor &c. vitrum permearet C. C. ſi permeat N. C. Cur fluidum aliud præ alio ſolida quæpiam pervadat, in cauſa eſt varia pororum, & particularum minimarum cujuscunque corporis habitu-

bitudo. 3tio: Etiam diverſa corporum gravitas ſpecifica evincit poros. Eſt gravitas ſpecifica aquæ ad gravitatem auri ut 1 ad 19. Ad mercurii ut 1 ad 14 &c. Diſcrimen gravitatis ſpecificæ prope in ſingulis corporum ſpeciebus advertitur; niſi autem plures, vel majores ſint pori in corpore uno, quam alio, nulla habebitur ratio adſtruendæ diverſæ gravitatis ſpecificæ; ergo.

*Schol.* Ad poroſitatem materiæ objiciuntur ſequentia: I. Ex diverſa fluidorum tranſmiſſione non recte infertur corpora omnia eſſe poroſa; ergo. Pr. A. Licet ſuber ſit magis poroſum ligno quercino, tamen ſuber tam facile exhalationes non tranſmittit; ergo. ℞. N. A. Ad Prob. dico: ideo iſtud evenire, quia ſuber conſtat partibus magis flexilibus & intumeſcentibus; hinc fit, ut earum pori majores facile obſtruantur, & obſtructi fluidum non tranſmittant. At quercus conſtat partibus rigidis, & firmis, non facile intumeſcentibus, ac proinde minus aptis, ut per eas pori obſtruantur; ergo. *Dices*: Si ex tranſmiſſione fluidorum evincitur poroſitas corporum: corpora magis poroſa facilius tranſmittent fluidum, quam minus poroſa; atqui iſtud non fit, ut docemur ex memorato ſubere; ergo. ℞. D. M. facilius tranſmittent fluidum *cæteris paribus*, id eſt: niſi pori quorundam corporum obſtruantur per partes admodum flexiles, & facile intumeſcentes C. M. ſi obſtruantur N. M. Sic D. m. & N. Cm.

II. Si corpora *omnia* ſunt poroſa, *omnia* tranſmittent *lucem*, proindeque *omnia* erunt *diaphana*; non autem tranſmittunt; ergo. ℞. D. M. omnia corpora ſaltem in tenues lamellas cuſa tranſmittent lucem C. M. non ſic diducta N. M. C. m. & N. Cm. Ut corpus aliquod *diaphanum* ſit, neque impediat viſionem objectorum externorum, ſed lucem ab iis reflexam tranſmittat (hoc enim voco Διάφανον) non ſufficit præditum eſſe poris, per quos lumen pervadere poſſit; ſed

oportet eam haberi pororum diſpoſitionem, ut lumen, quod niſi linea recta non propagatur, ſervare poſſit directionem ſuam. Atqui raro iſtud accidit, præſertim dum corpora ſunt denſiora; ergo etiam in *poroſis* corporibus rara ſunt *diaphana*.

III. Si corpora omnia eſſent poroſa, liquores non poſſent contineri in vaſis, ſed effluerent per poros vaſorum; falſum eſt conſequens; ergo & antecedens. ℞. D. M. effluerent, ſi pori vaſorum forent ſatis ampli, & (ut ſic dicam) figuræ convenientis, ut particulæ elementares fluidorum poros illos permeare poſſint C. M. ſecus N. M. C. m. & N. Cm. Ut liquores effluant e vaſis, non ſufficit haberi poros, ſed oportet vaſorum poros eſſe ſatis amplos, ac figuræ convenientis minimis fluidorum moleculis. Sæpe vero pori corporum arctiores ſunt, & alterius figuræ, quam minimæ particulæ fluidorum; unde tum liquores non effluunt per poros vaſorum, niſi adhibita vi, quæ poros diſtendat, & ampliores efficiat. Sic e. c. ſi vas metallinum impleatur aqua, & exactiſſime clauſum fortiter comprimatur: aqua contenta in vaſe per poros metalli egreditur, ejusque parietibus extrinſecis adhæret in forma roris.

IV. Saltem nonnullæ tenuiores particulæ evaporarent per poros cujuslibet vaſis; atqui ne iſtud quidem fieri advertimus; ergo. Pr. m. in tubo vitreo hermetice clauſo ſervantur liquores plurium annorum intervallo ſine ſenſibili diminutione. II. Si intra campanam vitream diſco antliæ fortiter adhærentem repoſita ſint corpora multum olentia, alias vividiſſimam ſenſationem excitare aptiſſima, non tamen odor ullus percipitur, ne ab iis quidem, qui delicatiſſimo olfactu ſunt inſtructi. ℞. N. ſequelam M. ratio eſt: quia non omnes particulæ utcunque exiles aptæ ſunt ad ſubingrediendum poros quorumvis corporum, qui penes diverſa corpora diverſimode configurati ſunt; ergo neq; *per poros vaſis cujuslibet* evaporare poſſunt. Alii hanc rationem conſignarunt;

quia

quia particulæ tenuiores adhærent toti maſſæ; nec ab ea ſeparantur, niſi aer immediate ambiens eas extollat. Sed in tubo vitreo aëre evacuato, tum hermetice clauſo aer non penetrat poros; nequit ergo tenuiores corporum particulas tangere, proindeque nec attollere. Quare non poſſunt particulæ tenuiores erumpere per poros vaſis vitrei. Cæterum *vitri* poroſitatem abunde evictam habemus ex tranſmiſſione *lucis*, & *particularum ignearum.* Si alias tenuiores moleculas non tranſmittit, iſtud ſolum inferre licet: *proinde pori vaſorum vitreorum non ita ſunt diſpoſiti, ut aliorum corporum.* Cave tamen inferas: *ergo vitrum non eſt poroſum.*

V. Si corpus omne eſſet poroſum, etiam omne eſſet *interruptum*; atqui non eſt; ergo. Pr. m. Nihil interruptionis advertitur in plerisque corporibus, e. c. auro, ligno, lapide, adamante &c. ergo. ℞. C. M. N. m. *interruptum* enim (*per Metaphyſ.*) dicitur, inter cujus partes aliæ locum habere poſſunt; atqui inter omnium corporum partes aliæ locum habere poſſunt; ergo omnia corpora ſunt *interrupta.* Ad Pr. D. A. nihil interruptionis advertitur *oculo non armato*, C. A. *armato* N. A. & C. Sique *armatis* etiam *ſenſibus* interruptio non obſervetur, at *ratiocinio* erui poteſt, imo debet.

VI. Admiſſis poris ſequitur: nullum corpus eſſe *continuum*, aut *contiguum*; vel certe inter *continuum*, & *contiguum* ſatis diſtingui non poſſe; atqui dantur corpora tam *continua*, quam *contigua*, inter quæ ſemper diſcerni poſſit; ergo. Pr. M. *Continuum* eſt, cujus partibus nihil interſeri poteſt. *Contigua* ſunt, quorum ſuperficies ita conſociantur, ut ſe ſe tangant, ipſa tamen maneant *plura*, nec unum quid efficiant. Atqui ſi corpora omnia eſſent poroſa, eorum moleculis aliquid interſeri poſſet; itemque eorum ſuperficies non ita conſociarentur, ut ſe ſe tangant, & mutuo contactu admiſſo adhuc plura maneant; ergo neque darentur corpora *continua*, neque *contigua.* ℞. ado: non modo corpus

*contiguum* eſſet interſtinctum poris, ſed & *continuum*; ergo inter *continuum*, & *contiguum* ſatis diſcerni non poſſet. ℞. D. M. ſequitur, nullum dari corpus *continuum*, aut *contiguum* in ſenſu *ſtricto*, & *Mathematico*, ſive ad eum rigorem loquendo, qui Philoſophum decet C. M. in ſenſu *latiore*, h. e. nullum dari corpus *continuum*, aut *contiguum apparenter* N. M. Sic D. m. & N. Cm. Ad Pr. D. 1mam part. M. *Continuum rigide acceptum* eſt, cujus partibus nihil interſeri poteſt C. h. part. *minus rigide ſumptum Subdiſt.* cujus partibus nihil interſeri poteſt *ſaltem ad ſenſum vulgi* C. cujus partibus *omnino nihil* interſeri poteſt N. 1mam par. M. D. etiam 2dam *Contigua* ſunt, quorum ſuperficies ita conſociantur, ut ſe ſe tangant *ad ſenſum*, & *apparenter* C. h. part. vere, ac Mathematice N. 2dam part. M. Sic D. m. & N. Cm. *Continuum*, & *contiguum* in ſenſu rigido acceptum jam alias a rerum natura excluſi *in Metaph.* Admiſſis tamen poris ajo dari corpora *continua*, & *contigua ſenſu minus ſtricto* accepta, inter quæ ſufficienter diſcerni poſſit; dantur enim compoſita, quorum partes ſic mutuo cohærent, ut *unum quid* efficiant *ſaltem judicio ſenſuum*; & hæc voco *continua minus ſtricte* accepta. Dantur item moleculæ, vel corpora, quæ *ad ſenſum* ſe contingunt ſecundum ſuperficiem, ita tamen, ut *unum* extenſum non efficiant, ſed etiam *ſenſuum judicio* maneant plura; & hæc appello *contigua* itidem *minus ſtricte* ſumpta.

VII. Si corpora eſſent poroſa, propter innumerabiles hiatus ſuos facile ſua in elementa diſſolverentur; atqui non diſſolvuntur; ergo. Pr. M. Quia in cumulo e. c. farinæ, arenularum &c. habentur copioſi hiatus, facile id genus acervi diſſolvuntur; ergo a pari. ℞. D. M. facile in ſua elementa diſſolverentur, niſi periculo huic cautum eſſet per noſtram de cohæſione ſententiam, quam paulo inferius referam C. M. ſi cautum eſt N. M. C. m. & N. Cm. Cumulus arenularum *unum* eſt *per*

aggre-

*aggregationem*, in quo arenula non ita conſociatur alteri, ut *ſenſuum judicio* unum quid efficiat per cohæſionem debito ſenſu intellectam. Contrarium habetur in ſingulis corporibus poroſis, quorum moleculæ ita ſibi conſociantur, ut admiſſis hiatibus bene multis adhuc *unum quid* efficiant *per veram cohæſionem*.

VIII. Quæ poroſa ſunt, comprimi poſſunt; atqui non omnia corpora comprimi poſſunt; ergo nec omnia poroſa ſunt. M. certa eſſe videtur, nam ex compreſſibilitate corporum infertur eorundem poroſitas. Pr. m. Aqua nulla arte comprimi poteſt, ut habet Cl. Muſchenbroek, Academici Florentini &c.; ergo. ℞. D. M. comprimi poſſunt, ſi apta compreſſioni inſtrumenta habeantur C. M. ſecus N. M. ſic D. m. & N. Cm. Puto ego; corpora omnia hucuſque cognita *de ſe*, & *abſolute* ſunt compreſſilia, licet non actu comprimantur, vel licet eorum comprimendorum modus nos ad hunc uſque diem lateat. Quare iterum cenſeo: ex compreſſibilitate quidem recte inferri corporum poroſitatem, non tamen negata compreſſibilitate *reſpectiva* (quæ viribus hactenus cognitis fieri poſſit) recte negari poroſitatem corporum, e. c. aquæ; tum quod *abſolute* comprimi poſſit corpus aliquod, licet hodie comprimi nequeat; tum quod poroſitas ex aliis phænomenis ſufficienter demonſtrari poteſt.

IX. Comprimitur aer in ſclopo pneumatico, & hinc poroſus judicatur; ergo, cum ex adverſo aqua comprimi non poſſit, poroſa non eſt. ℞. D. G. ſi neque lucem tranſmittit, neque corpora alia in ſe recipit *non aucto volumine*, neque ulla alia poroſitatis phænomena prodit C. C. ſecus N. C. Aqua jam compreſſa eſſe cenſetur; quid igitur mirum, ſi deinceps comprimi non poſſit? Aer hic noſter jam compreſſus difficulter comprimitur ultra $\frac{1}{13}$ voluminis ſui; quid mirum, ſi aqua, quæ circiter octingenties plus materiæ habet

bet ſub eodem volumine, ob rigorem, & denſitatem ſuam, adeoque majorem reſiſtentiam *ſenſibiliter* comprimi nequeat?

X. Dignoſci non poteſt quantitas pororum; ergo neque certum quid haberi poteſt de poroſitate corporum. Pr. C. Si certa haberetur poroſitas corporum, etiam dignoſci poſſet quantitas pororum; atqui non poteſt; ergo. ℞. D. A. dignoſci non poteſt quantitas *abſoluta* pororum, ſive determinari non poteſt, quot, & quanti in corpore aliquo habeantur pori C. A. quantitas *relativa* pororum, ſi corpus unum conferatur cum altero N. A. & C. Determinatur *gravitas ſpecifica* corporum diverſorum; ergo & quantitas *reſpectiva* pororum, ſine qua *diverſa gravitas ſpecifica* intelligi non poteſt. Certe corpus *ſpecifice levius* magis poroſum eſſe debet ſpecifice graviori, quia ſub eodem volumine minus materiæ habet, ac proinde plus habet interſtitiorum *materia propria* deſtitutorum, h. e. *pororum*.

XI. Si corpora omnia ſunt poroſa, tranſpirant omnia; fallit *in omnibus* tranſpiratio; ergo & poroſitas. Pr. m. I. ſi omnia tranſpirarent, ſive effluvia quæpiam emitterent, minuerentur pondere ſuo. II. vigore ſuo deſtituerentur. III. Subinde prorſus eſſe deſinerent. Atqui nihil iſtorum advertimus; ſic aurum, vitrum, lapides &c. non attrita, ſed probe cuſtodita nihil de pondere ſuo amiſiſſe deprehenduntur; neque vigore ſuo deſtituuntur; minus eſſe deſinunt; ergo. IV. in regionibus calidis abundaret venenum e plantis, herbis, animalibus &c. copioſe tranſpirans. ℞. C. M. N. m. ad Pr. I. D. M. minueretur pondere ſuo *inſenſibiliter* (quia ſcilicet non omnia tranſpirant *ſenſibiliter*) C. M. minuerentur *ſenſibiliter* N. M. C. m. & N. C. Granum *ambræ*, vel *moſci* licet continuo odorem ſpargat, tamen poſt annos aliquot ejusdem eſt ponderis, cujus ante annos complures. *Ratio eſt* incredibilis ſubtilitas effluviorum, quorum plures milliones in minima ſenſibili

parti-

particulæ continentur; quod dicam ad materiam *de divisibilitate corporum.* Quamdiu igitur tranſpirare poterit ſenſibilis una molecula ? 2do : quia jactura molecularum tranſpirantium compenſari poteſt per particulas heterogeneas ſubin occurrentes, inque poros ſe inſinuantes. Fieri certo poteſt, ut, quantum effluviorum dilabitur, tantum alienæ materiæ accedat. Sic compenſabuntur omnia. Ad II. & III. eadem eſt reſponſio. Ad IV. ℞. D. A. abundaret venenum, ſimulque abundarent effluvia ſalutaria, & ſic juſta haberetur attemperatio C. A. non abundarent effluvia ſalubria N. A. & Cm.

*Coroll. V.* Si neque corpora, neque entia ſimplicia ſe mutuo contingere queunt, debet inter ea intercedere ſpatium (videlicet *imaginarium*) *omni corpore phyſice exiſtente* deſtitutum, quod *vacuum*, & *inane ſtricte tale* dicimus. *Spatiolum*, quod inter corpora ad ſenſum ſe contingentia, aut inter moleculas minimas, vel puncta elementaria intercedere debet, *plane exiguum eſt*, ac prope imperceptibile, vel certe incapax recipiendi alicujus fluidi, quod *vacuum diſſeminatum* nominamus. *Debet ergo in natura admitti vacuum diſſeminatum ſtricte tale.*

*Annotatio* : Non hic contendo dari *vacuum coacervatum*, ſive *ſpatium majus*, & *notabile* omni corpore carens, quod num detur, in Aſtronomia phyſica ſubinde examinabo. Neque attingo *vacuum*, ut nonnulli vocant, *ſeparatum*, quod inde a ſuperna mundi ſuperficie in diſtantiam infinitam extenditur, de quo nemini dubio eſſe licet. Minus ago de vacuis *Boyleano*, & *Torricelliano*, ab authore ſuo ſic dictis, quorum *prius* dicitur ſpatium deſtitutum aere denſiore, & craſſiore, quando is ope antliæ ita exhauritur, ut rariſſimus, fermeque nullius effectus capax evadat ; *poſterius* vocamus, quod habetur in ſuperiori parte Barometri ; utrumque eſt vacuum

bet ſub eodem volumine, ob rigorem, & denſitatem ſuam, adeoque majorem reſiſtentiam *ſenſibiliter* comprimi nequeat?

X. Dignoſci non poteſt quantitas pororum; ergo neque certum quid haberi poteſt de poroſitate corporum. Pr. C. Si certa haberetur poroſitas corporum, etiam dignoſci poſſet quantitas pororum; atqui non poteſt; ergo. ℞. D. A. dignoſci non poteſt quantitas *abſoluta* pororum, ſive determinari non poteſt, quot, & quanti in corpore aliquo habeantur pori C. A. quantitas *relativa* pororum, ſi corpus unum conferatur cum altero N. A. & C. Determinatur *gravitas ſpecifica* corporum diverſorum; ergo & quantitas *reſpectiva* pororum, ſine qua *diverſa gravitas ſpecifica* intelligi non poteſt. Certe corpus *ſpecifice levius* magis poroſum eſſe debet ſpecifice graviori, quia ſub eodem volumine minus materiæ habet, ac proinde plus habet interſtitiorum *materia propria* deſtitutorum, h. e. *pororum*.

XI. Si corpora omnia ſunt poroſa, tranſpirant omnia; fallit *in omnibus* tranſpiratio; ergo & poroſitas. Pr. m. I. ſi omnia tranſpirarent, ſive effluvia quæpiam emitterent, minuerentur pondere ſuo. II. vigore ſuo deſtituerentur. III. Subinde prorſus eſſe deſinerent. Atqui nihil iſtorum advertimus; ſic aurum, vitrum, lapides &c. non attrita, ſed probe cuſtodita nihil de pondere ſuo amiſiſſe deprehenduntur; neque vigore ſuo deſtituuntur; minus eſſe deſinunt; ergo. IV. in regionibus calidis abundaret venenum e plantis, herbis, animalibus &c. copioſe tranſpirans. ℞. C. M. N. m. ad Pr. I. D. M. minueretur pondere ſuo *inſenſibiliter* (quia ſcilicet non omnia tranſpirant *ſenſibiliter*) C. M. minuerentur *ſenſibiliter* N. M. C. m. & N. C. Granum *ambræ*, vel *moſci* licet continuo odorem ſpargat, tamen poſt annos aliquot ejusdem eſt ponderis, cujus ante annos complures. *Ratio eſt* incredibilis ſubtilitas effluviorum, quorum plures milliones in minima ſenſibili

parti-

particulæ continentur; quod dicam ad materiam *de diviſibilitate corporum.* Quamdiu igitur tranſpirare poterit ſenſibilis una molecula ? 2do: quia jactura molecularum tranſpirantium compenſari poteſt per particulas heterogeneas ſubinde occurrentes, inque poros ſe inſinuantes. Fieri certo poteſt, ut, quantum effluviorum dilabitur, tantum alienæ materiæ accedat. Sic compenſabuntur omnia. Ad II. & III. eadem eſt reſponſio. Ad IV. ℞. D. A. abundaret venenum, ſimulque abundarent effluvia ſalutaria, & ſic juſta haberetur attemperatio C. A. non abundarent effluvia ſalubria N. A. & Cm.

*Coroll. V.* Si neque corpora, neque entia ſimplicia ſe mutuo contingere queunt, debet inter ea intercedere ſpatium (videlicet *imaginarium*) *omni corpore phyſice exiſtente* deſtitutum, quod *vacuum*, & *inane ſtricte tale* dicimus. *Spatiolum*, quod inter corpora ad ſenſum ſe contingentia, aut inter moleculas minimas, vel puncta elementaria intercedere debet, *plane exiguum eſt*, ac prope imperceptibile, vel certe incapax recipiendi alicujus fluidi, quod *vacuum diſſeminatum* nominamus. *Debet ergo in natura admitti vacuum diſſeminatum ſtricte tale.*

*Annotatio*: Non hic contendo dari *vacuum coacervatum*, ſive *ſpatium majus*, & *notabile* omni corpore carens, quod num detur, in Aſtronomia phyſica ſubinde examinabo. Neque attingo *vacuum*, ut nonnulli vocant, *ſeparatum*, quod inde a ſuperna mundi ſuperficie in diſtantiam infinitam extenditur, de quo nemini dubio eſſe licet. Minus ago de vacuis *Boyleano*, & *Torricelliano*, ab authore ſuo ſic dictis, quorum *prius* dicitur ſpatium deſtitutum aere denſiore, & craſſiore, quando is ope antliæ ita exhauritur, ut rariſſimus, fermeque nullius effectus capax evadat; *poſterius* vocamus, quod habetur in ſuperiori parte Barometri; utrumque eſt vacuum

cuum minus ſtricte tale. Vacuum *vulgare*, & *ruſticum*, quale habetur in dolio, vel marſupio, in quo non reperiuntur ea, quibus conſervandis deſtinatum eſt, nunquam nominabo. Contra ſolos *Carteſianos*, & *Peripateticos* ago. *Carteſius* quidem cum ſuis *vacui poſſibilitatem* negat, neque tamen *ejus impoſſibilitatem* probare poteſt; quid enim repugnantiæ involvat idea e. c. Aulæ Academicæ, in qua nullum omnino corpus habeatur? an forte, quod haberetur idea intervalli cujuſpiam, ſive extenſi, ſine idea ſolidi? Atqui vero haberi poteſt, cum *extenſio* concipi poſſit *ſine cognita corporum reſiſtentia*, quam tamen involvit *ſoliditas*. *Peripatetici* etiam vacuum inficiabantur, naturamque ajebant adeo a vacuo omni abhorrere, ut, ſi corpora inter duos muros media annihilarentur, continuo muri ad ſe ſe invicem accedere, procurrere, & provolare deberent, alas ſuppeditante *præclaro illo horrore vacui*. Utrorumque rationes brevicule proponam, & diſſolvam.

*Schol.* Oppon. I. Vacuum dicitur ſpatium, ſeu intervallum omni corpore deſtitutum; ſed tale intervallum implicat; ergo. Pr. m. Intervallum hoc eſſet vacuum, & non eſſet vacuum; ergo. Pr. A. eſſet vacuum, ut ſupponitur; & non eſſet vacuum, quia eſſet extenſum; extenſum autem omne eſt corpus; ergo. ℞. C. M. N. m. ad Pr. N. A. ad hujus Pr. C. 1mam part. A. N. 2dam. Cauſalem D. quia eſſet extenſum *imaginarium*, & *mere poſſibile* C. actuale, & phyſice exiſtens N. *Extenſum reale*, ac *phyſicum* (per Ontol.) dicimus, *quod conſtat partibus extra ſe ſe poſitis ſaltem judicio ſenſuum conjunctis*; atqui vacuum non conſtat ejuſmodi partibus; ergo non eſt extenſum phyſicum. Recte tamen dixeris eſſe *extenſum poſſibile*, quia in eo locari poſſunt corpora conſtantia partibus extra ſe ſe poſitis. Alii ſic reſpondent: vacuum eſſet extenſum ratione limitum C. A. ratione ſui *Subd.* penetrabiliter C. A. impenetrabiliter N. A. & Cm.

II.

II. Si DEus annihilaret omnia corpora, quæ e. c. in conclavi aliquo continentur, parietes conclavis ſe tangere deberent; ergo hoc ipſo non daretur vacuum, ac proinde nunquam. Pr. A. illa ſe tangunt, inter quæ nihil intercedit; atqui; ergo. ℞. N. A. ad Prob. D. M. illa ſe tangunt, inter quæ nihil intercedit, nec intercedere poteſt C. M. ſi quid intereſſe poſſit N. M. ſic D. m. & N. C. nihil quidem actu interponeretur inter parietes illos, ſed tamen interponi poſſet; atque iſtud ſufficit, ne parietes ſe tangere dicantur.

III. In facta hypotheſi foret diſtantia inter parietes; ergo aliquid eſſet inter illos parietes; ac proinde non haberetur vacuum. ℞. D. A. foret diſtantia inter parietes hoc ſenſu, quod aliquid iis interponi poſſet C. A. quaſi actu interponeretur aliquid, unde eorum diſtantia repetatur N. A. & Cm. Diſtantia in ſe ſpectata, ac ratione ſui non eſt *ens aliquod phyſicum*, ſed mere *reſpectivum*; diſtare enim dicuntur, inter quæ tertium quoddam extenſum vel re ipſa interponitur, vel iis immotis interponi poteſt. Quare licet in hypotheſi annihilatorum corporum reliquorum inter geminos parietes nihil interjaceat, quia tamen interjacere poteſt, habebitur *vera diſtantia*.

IV. In caſu allato menſurari poſſet diſtantia parietis unius ab altero; ergo haberetur aliquid reale interpoſitum. ℞. D. A. poſſet menſurari diſtantia ratione corporis interponibilis C. A. interpoſiti N. A. & Cm.

V. Inter parietes illos eſſet ſpatium omni corpore deſtitutum; atqui implicat ſpatium omni corpore deſtitutum; ergo. Pr. m. ſpatium eſt ordo ſimultaneorum, extra ſe poſitorum, extenſionem facientium, ac proinde certo modo coexiſtentium; ergo ubi nullum corpus habetur, implicat ſpatium. 2do: ſpatium (*per Metaph.*) non diſtinguitur a rebus ſimultaneis coexiſtentibus *tanquam res a rebus*, ſed tanquam mo-

modus, ſive *ordo rerum a rebus*; atqui implicat haberi ordinem rerum, ubi res nullæ ſunt; ergo. ℞. D. M. eſſet ſpatium omni corpore *actuali* deſtitutum C. M. etiam *poſſibili* N. M. D. m. implicat ſpatium omni corpore tam *actuali*, quam *poſſibili* deſtitutum C. m. duntaxat *actuali* corpore deſtitutum N. m. & C. Spatium reale, ſive actuale concipitur, cum repræſentatur ordo, quo entia *reapſe exiſtentia* coexiſtunt. Spatium mere *poſſibile* (quod alii vocant ſpatium imaginarium) intelligitur, dum repræſentatur ordo mere *poſſibilis*, quo entia itidem mere *poſſibilia* extra ſe ſe poni, ſibique coexiſtere poſſunt. Inter parietes illos interjaceret ſpatium non actuale, & reale, ſed imaginarium, & mere poſſibile. Jam continuo liquet, quid ad Prob. ſit reſpondendum.

VI. Spatium inter geminos iſtos parietes interceptum eſſet extenſum; atqui repugnat extenſum omni corpore deſtitutum; ergo. ℞. D. M. eſſet extenſum, h. e. *argueret extenſionem poſſibilem* C. M. *realem*, ſive *actualem* N. M. D. m. repugnat *extenſum actuale* omni corpore deſtitutum C. m. extenſum poſſibile N. m. & Cm. Spatium illud non eſſet *actu extenſum*, quia non eſſet ſpatium actuale, ſed pure *poſſibile*. *Dices*: ſi non eſt *actu extenſum*, non eſt ſpatium. ℞. N. ſequ. notio ſpatii generatim ſumpti non involvit extenſionem ſemper actualem; ſufficit poſſibilis. Sic fit in caſu noſtro: concipimus ſpatium inter illos parietes, quia concipimus poſſe inter illos haberi extenſionem; non vero concipimus extenſionem aliquam realem, aut corpora extenſa realiter *actu* interpoſita.

VII. Spatium geminis parietibus interjectum argueret *extenſionem realem*, ſeu *actualem*; atqui repugnat, ut ſpatium *omni corpore deſtitutum* arguat extenſionem *actualem*; ergo. Pr. M. ſpatium illud poſſet dividi; ergo. ℞. N. M. ad Pr. D. A. poſſet dividi

divi-

diviſione *imaginaria*, & reſpondente ſpatio *imaginario* C. A. diviſione *actuali*, & *reali* N. A. & C.

VIII. Admiſſo vacuo nullus fieri poſſet motus; ergo cum ſemper haberi poſſit motus, nunquam haberi poteſt vacuum. Pr. M. Motus eſt translatio ſucceſſiva de loco in locum; atqui admiſſo vacuo non haberetur diverſitas locorum; ergo neque mutatio locorum, i. e. translatio ſucceſſiva de loco in locum; proinde nec motus. ℞. N. A. ad Pr. D. M. motus eſt translatio ſucceſſiva de loco in locum vel *actualem*, vel *mere poſſibilem* C. M. *duntaxat actualem* N. M. Sic D. m. & N. C. Licet in vacuo non ſit locus *actualis*, & *phyſicus*, eſt tamen *poſſibilis*, ſive, ut nonnullis placet, *Mathematicus*. Non eſt locus *actualis*, quia non haberetur relatio ad corpus *actu exiſtens*; eſt *poſſibilis*, quia haberetur relatio ad corpus, ſi quod in eo locaretur. Atque locus *mere poſſibilis* ſufficit ad motum; fieri enim non poteſt, ut corpus ſucceſſive reſpondeat diverſis locis *aſſignabilibus*, h. e. *poſſibilibus*, quin concipiatur in motu.

IX. Non datur vacuum *coacervatum*; proinde nec *diſſeminatum*. ℞. De vacuo quidem coacervato alias me ſcripturum promiſi. Sit interea reſponſio ſequens: D. A. non datur vacuum coacervatum in atmoſphæra noſtra T. A. in cœlo planetario N. A. & Cm. Sed neque de ſyſtemate planetario hodie quidpiam definio. *Dices*: in atmoſphæra noſtra non datur vacuum *coacervatum*; nec igitur *diſſeminatum*. ℞. T. A. N. Cm. Diſpar. eſt I. *Vacua notabilia*, & *majora* (quæ dicimus *vacua coacervata*) facile repleri poſſunt materia aliqua interlabente, admodum ſubtili, cujus exiſtentiam nemo prudens in dubium vocaverit. Et repleri poſſunt ita, ut *admiſſo vacuo diſſeminato* neceſſe non ſit *poros* illius materiæ ſubtilis expleri per aliud fluidum ſubtilius, & ſic in infinitum. At *negato vacuo diſſeminato* oportebit poros corporum (quos *in omnibus omnino corporibus* dari ſupra evictum eſt) expleri per materiam aliquam interlaben-

labentem, fluidam, & ſubtiliſſimam, iſtiusque poros iterum per aliam, & ſic deinceps in infinitum. *Dices*: omnes minutiſſimi pori ſolidi cujuscunque expleri poſſunt per fluidum aliquod interlabens, porique fluidi illius interlabentis expleri poſſunt *ſive proceſſu in infinitum* per partes fluidi alterius ad motum aptiſſimi, fluidiſſimi, & recipiendæ omnis figuræ capacis. ℞. D. A. ſic expleri *poſſent*, ſi non ipſum hoc qualecunque fluidum conſtaret poris T. A. ſi conſtat N. A. & Cm. *id genus fluidum* figmentum eſt; revera non datur. Diſpar. eſt II. Negato vacuo coacervato non ſequitur corpora, aut minimas corporum moleculas ſe ſe immediate contingere. Sequitur *negato vacuo diſſeminato*, ut conſideranti patet.

## §. 18. Demonſtratur Pars Legis 2da.

*Vires hæ repulſivæ ſemper ſunt mutuæ.* Pr. Actioni contraria ſemper, & æqualis eſt reactio (§. 4.); ergo quantum corpus *A* repellit corpus *B*, tantum viciſſim corpus *B* repellet prius illud *A*. Atqui ſic vires repulſivæ ſunt *mutuæ*; ergo.

§. 19. **Pars 3tia.** *Vires, in minimis diſtantiis repulſivæ, ſunt cuivis velocitati exſtinguendæ pares.* Pr. nullum corpus, *quantacunque celeritate motum*, poteſt *cum præcedente velocitate*, vel *aliqua differentia velocitatis* ad contactum immediatum pervenire; ſecus dabitur compenetratio, vel admittetur ſaltus in natura (§. 17.); ergo omnis velocitas, quantacunque ea ſit, debet exſtingui ante contactum; ac proinde cum contactus immediatus *naturaliter* haberi nequeat (§. 17. *Coroll.* 2. & 3.), debent vires repulſivæ cuivis velocitati exſtinguendæ pares eſſe.

§. 20.

§. 20. Pars 4ta. *Vires repulſivæ imminutis in infinitum diſtantiis creſcunt in infinitum.* Prob. Vires repulſivæ *imminutis diſtantiis* augeri debent; ergo *imminutis in infinitum diſtantiis* augeri, ac creſcere debent *in infinitum.* Pr. A. Si vires repulſivæ imminutis diſtantiis non augentur, dici non poſſunt cuivis velocitati exſtinguendæ pares; atqui pares eſſe debent (§. *præced.*); ergo. Pr. M. imminutis diſtantiis non poſſet exſtingui ea velocitas, quæ in majore diſtantia exſtincta fuit; nam *in minore diſtantia* ageret vis repellens *minore tempore*: *in majore diſtantia* ageret *eadem* vis repellens *majore tempore.* Earundem autem, vel æqualium virium effectus ſunt ut tempora. Quare cum in minore diſtantia vis repellens agat minore tempore, in majore vero diſtantia majore tempore; cumque vires omnes nobis cognitæ, quæ aliquo tempore agunt, ut velocitatem producant, agant in ratione temporis, & ſui ipſius (ſeu cum C = VT, ut infra dicam) poſſet, quin deberet vis repellens in majore diſtantia plures gradus celeritatis exſtinguere, quam in minore; ac proinde vires repulſivæ in minimis diſtantiis non eſſent cuivis velocitati exſtinguendæ pares.

Prob. 2do. Si vis repulſiva in minimis diſtantiis non augetur, poterunt duo corpora ad immediatum contactum pervenire *cum aliqua differentia* velocitatum, & vel ideo *compenetrari* poterunt; aut vero violabitur *lex continuitatis.* Nihil iſtorum accidere poteſt; ergo. Pr. M.

Præcedat globus aliquis celeritate = 6; iſtum conſequatur alius celeritate = 12; debebit vis repulſiva ante contactum immediatum *in aliqua diſtantia* exſtinguere illam differentiam 6. graduum velocitatis (§. 17.). In alio caſu corpus ſequens impellatur celeritate = 20, corpore alio præcedente cum ſuis 6. gradibus velocitatis; aget utique vis repulſiva *breviori tempore*, ac prius (nam quo velocitatum diſcrimen majus fuerit, hoc major eſt *velocitas reſpectiva*, qua corpora ad ſe ſe accedunt, ac proinde acceſſus celerior, tempusque brevius) Vis igitur repulſiva exſtingueret in altero caſu *minus*, quam differentiam 6. graduum, cum effectus earundem virium ſint ut tempora. Supereſſent igitur exſtinguendi plures gradus, quam *octo* (nam inter 6. gradus corporis præcedentis, & 20. conſequentis intererant 14.); hos niſi exſtinguat *in minore diſtantia*, poterunt corpora *cum aliqua celeritatis differentia* pervenire ad contactum, proindeque *compenetrabuntur*, vel violabitur *lex continuitatis*.

*Schol.* Prior illa probatio ſic illuſtrari poteſt: Sit in corpore *A* tanta vis repellens, quanta in diſtantia = 2 exſtinguere poſſit differentiam 6. graduum velocitatis. Ponamus ad corpus *A* accedere corpus aliud *B* cum differentia 15. graduum. Si in diſtantia = 2 exſtinguuntur 6. gradus, ſuperant adhuc exſtinguendi 9. gradus in diſtantia = 1.; Iſti vero exſtingui non poſſent, ſi vis repulſiva imminutis diſtantiis non augeretur; ergo vis repulſiva non eſſet par exſtinguendæ cuivis velocitati utcunque magnæ. Par autem eſſe debet; ergo.

§ 21.

§. 21. Pars 5ta. *Vis repulſiva auctis diſtantiis decreſcit, ac in quadam diſtantia admodum exigua evaneſcit.* Pr. Vis repulſiva creſcit imminutis diſtantiis; ergo *major eſt in minoribus* diſtantiis, *minor in majoribus*; h. e. *auctis diſtantiis* decreſcit. 2do. Vis repulſiva *habet limites ſuos*; neque ad quasvis diſtantias etiam adhuc minimas ſe ſe exporrigit, ut quotidianis diverſarum cohæſionum phænomenis edocemur; proinde vis repulſiva in quadam diſtantia admodum exigua *etiam evaneſcit.*

§. 22. Pars 6ta. *Aucta iterum diſtantia abeunt vires repulſivæ in attractivas creſcentes primum, mox decreſcentes, dum evaneſcant. Attractio iterum abit in repulſionem, iterumque repulſio in attractionem, & ſic per vices in pluribus diſtantiis, ſemper tamen adhuc minimis.* Veritatem hanc ex phænomenis probo: *Omnium corporum* moleculæ minimæ ſe ſe *in ultimis diſtantiis* repellere debent, ſecus nullum habebitur *extenſum.* Repulſioni aucta paullulum diſtantia ſuccedere debet attractio, ſecus nullum dabitur *continuum ad ſenſum*, neque ſibi particulæ minimæ cohærebunt. *Corpora dura* ſubinde diffracta, etſi glaberrimam ſuperficiem habere videantur, nulla tamen vi ita deinceps ſibi apprimi poſſunt, ut *priori firmitate* cohæreant, quia ſcilicet particulæ corpus durum componentes ab ea diſtantia ſunt remotæ, in qua ſe ſe attrahebant; & delatæ ſunt ad eas diſtantias, in quibus ſe repellunt. Repulſio illa at-

ctiorem nexum impedit. *Corpora mollia*, e. c. cera, ſebum, argilla &c. ſe comprimi patiuntur *in plurimis*, & *diverſis omnino diſtantiis*; neque ceſſante vi comprimente priorem figuram aſſumunt, ſed, quemadmodum compreſſæ ſunt, ſic *conquieſcunt ad ſenſum*; quare in plurimis diſtantiis habentur limites, *quibus a repulſione tranſitur ad attractionem*, in quibus ſolis locata puncta quieſcere poſſunt; ergo *in plurimis illis diſtantiis* habetur viciſſitudo attractionum, & repulſionum. *Corpora fluida*, e. c. guttulæ, vel moleculæ minimæ aqueæ primum ſe ſe *repellunt* in ultimis diſtantiis (§. 17. *Cor.* 2.); tum aucta pauliſper diſtantia ſe *attrahunt*, ſibique cohærent (§. 14. *Schol.*). Alicubi in minima iterum diſtantia ſe *repellunt*, abeunt enim in vapores; iterumque ſe *attrahunt*, quia iterum coeunt in guttas, quæ ſubinde relabuntur in terram. Denique *in fermentationibus*, & *efferveſcentiis* obſervamus particulas diverſis velocitatibus ire, redire, jam ad ſe invicem accedere, jam a ſe mutuo recedere; quam acceſſuum, & receſſuum alternationem *a cauſis mechanicis* repeti non poſſe, dicam ad materiam *de operationibus Chemicis*. Debet ergo repeti a viciſſitudine attractionum, & repulſionum.

*Schol.* I. Ex his quidem phænomenis evicta, credo, eſt *attractionum*, ac *repulſionum alternatio*. Satis etiam intelligi poteſt, quemadmodum *pro varietate diſtantiarum* jam *attractio* habeatur, jam *repulſio*. Tria adhuc phænomena a *Scherffero* olim conſignata adducam, qui-

bus

bus doctrina præſens mirifice confirmabitur. Poſtrema duo peculiarem Philoſophi attentionem merentur.

I. Calida aquæ gutta in ſphæram coit non minus, quam frigida; ergo ejus moleculæ minimæ, quæ *in ultimis diſtantiis* ſe repellere debebant (§. 17.), aucta pauxillum diſtantia ſe attrahunt. Dum frigeſcit, in minus volumen contrahitur; ergo *denuo mutata pauliſper diſtantia* adhuc manet attractio. Si frigeſcat porro, & calor magis, magisque diminuatur, etiam abit in glaciem; glaciata autem aqua *majus volumen* obtinet, proindeque particulæ minimæ magis ab invicem diſtant; ſed tamen (quod mirum videbitur) *firmius* ſibi cohærent, quam ante; ergo aucta iterum diſtantia iterum habetur attractio. Hucuſque (præter alia, quæ facile deduci poſſunt) manifeſte ſequitur: *non unicam dari diſtantiam, in qua ſenſibiliter agat attractio*; *ſed plures*, in quibus moleculæ minimæ majorem, vel minorem cohæſionis vim acquirant; ſic tamen, ut major, aut minor vis cohæſionis, vel etiam attractionis non pendeat a *ratione reciproca duplicata diſtantiarum minimarum*, ad quas lex attractionis nullatenus extendi poteſt, ut ex dictis patet. *Porro*: ſi eadem guttula glaciata igni admoveatur, non modo colliqueſcit, ſed etiam in vapores abit prodita ingenti vi expanſiva, quæ vim aeris elaſticam incomparabiliter ſuperat, ut videre eſt *in Æolipila*, de qua oretenus. Hinc vero ſequitur: *in exigua quapiam diſtantia, ſenſus adeo humanos ſubterfugiente, attractioni ſuccedere repulſionem.*

II. *Lacryma Batavica* (ſic dicitur gutta vitri e ſummo calore *repente* refrigerata) in exteriore ſuperficie cohæret firmiſſime; at ſi cuſpis frangatur, in quam lacryma hæc deſinit, illico in minutiora fruſtilla diſſolvitur, & fere in pulverem, qui ad ſpatium tribus quandoque pedibus majus disjicitur. Cujus phænomeni ratio congrua ut reddatur, advertere juvat *cum Marietto*:

fracta cuſpide non amplius diſſilire lacrymam, ſi eadem e ſummo illo calore *ſucceſſive* refrigeretur in aere. 2do æque diſſilire lacrymam *in vacuo Boyleano*. 3tio. ſi quæ lacrymæ ope ſmiridis ſat magna capitis ſui parte abradantur, devenietur fere ſemper ad cavitatem aliquam bullarum majorum; quo caſu rumpuntur plurimæ, maxime ſi pulvis ſmiridis eſt craſſiuſculus. In eas vero, quæ non rumpuntur, inſeratur cuſpis acus, & aliquæ rumpentur illico ad contactum: aliæ tardius retracta jam acu.

*Phænomenon ſic explicatur*: Moleculis minimis lacrymam componentibus ineſt vis repulſiva agens in illis intervallis, quibus diſtabant hæ moleculæ, *quando externa ſuperficies fuit conſtricta*. *Dices I.* Dictæ moleculæ eodem modo ab invicem diſtant *cuſpide integra* perſiſtente, atque *diffracta*; ergo ſi non diſſiliunt lacrymæ cuſpide non violata, neque *ob diſtantiam* diſſilient cuſpide fracta. ℞. D. A. Eodem modo diſtant; integra tamen cuſpide *perſeverat impedimentum*, quo minus vis repulſiva effectum ſortiri queat C. A. non perſeverat N: A & Cm. Dum lacryma Batavica multum prius calefacta *repente refrigeratur*, conſtringitur exterior ſuperficies. *Ipſa hac conſtrictione* continentur minimæ moleculæ veluti ergaſtulis quibusdam incluſæ, *ſicque impediuntur*, quo minus aliæ alias repellere poſſint. *Dices II.* Moleculæ lacrymam componentes eodem modo diſtant ante refrigerationem, quo jam refrigeratæ; ergo ſi prius non diſſolvebantur, neque refrigeratæ diſſolvi deberent *cauſa diſtantiæ*. Diſſolvuntur autem, ac disjiciuntur; ergo. ℞. N. A. Ante refrigerationem calebant ſumme; calidæ *rariores* erant, quam frigidæ; imo frigore etiam *condenſabantur*. Ex raritate, ac denſitate inferri debet diverſitas diſtantiarum; ergo. *Dices III.* Lacryma plumbo liquato immerſa tenui pellicula obducitur, nec tamen diſſilit rupta cuſpide, ſed quodam modo lamellatim finditur ſectione ad longitudinem

nem lacrymæ fere normali. Eadem autem eſt diſtantia molecularum, ſeu lacryma plumbo immergatur, ſive non; ergo vel *utrobique*, vel *nullibi* conferet diſtantia ad disjiciendas particulas. ℞. Finditur lamellatim, quia propter plumbeam pelliculam lacrymæ obductam impeditur libera molecularum disjectio in omnem partem. Forte etiam particulæ ad eam diſtantiam delatæ non ſunt, in qua æque operetur vis repulſiva, ac alias. *Dices IV.* Si ope ſmiridis lacrymarum caput in tabula metallina atteratur, non tamen diſſiliunt, quantumvis attritu tollatur illa partium conſtrictio, & coarctatio, quæ diffractionem impediebat; ergo neque rupta cuſpide diffringi deberent. ℞. Diſſiliunt plurimæ. Quæ non diſſiliunt, partes habent non eodem modo conſtrictas in nodo, ſeu capite, quo in cuſpide. ℞. 2do: Neque omnes rupta cuſpide diffringuntur. ℞. 3tio: Eadem difficultas manet adverſarios *omnes*; ſeu *ignem* iſti, ſeu *aerem incluſum*, aut *extrinſecus irrumpentem* phænomeni cauſam pronuncient. Sed omnium rectiſſime nos difficultatem iſtam diſſolvimus, quibus vis repulſiva in certis diſtantiis agens diffractionis hujus cauſa dicitur. Cur enim, quæ attritu non diſſiliunt, inſerta acus cuſpide diffringuntur? mutatur nempe diſtantia, eaque mutata agit vis repulſiva. *Dices V. Aer incluſus* intra lacrymas illam partium disjectionem operatur. ℞. N. A. Hic enim rariſſimus, ac proinde nullius ſenſibilis effectus capax erat, cum interciperetur; lacrymæ enim *calebant ſumme*. *Dices VI.* Proinde ab *aere denſiore*, *extrinſecus fracta cuſpide irrumpente* effectus ille repeti poteſt. ℞. N. A. Perinde enim diffringuntur lacrymæ in vacuo *Boyleano*, atque extra iſtud. *Dices VII.* At *igni* tribui poterit phænomenon, quaſi ignis in motu quodam conſervet particulas latiora ſpatia poſcentes. ℞. Si lacrymæ *non refrigeratæ* diſſilirent, dici iſtud *forte* poſſet. A refrigeratis pridem calor maxima ſui parte in auras abiit.

III. *Ampulla Bononienſis* non rumpitur injecto *v. g.* plumbi fruſtillo; at immiſſo ſilicis fragmento diſſilit ad baſim, alias ferendis malleorum ictibus idoneam. Scilicet: acie ſilicis quædam moleculæ ſuperficiem *cavam* formantes *ſeparantur*; multoque rumpuntur facilius, quam impactu cujuscunque corporis alterius mollioris.

*Schol. II.* Adverſus noſtram hanc de alternatione virium doctrinam *ſolent & illud objicere* (ſcribit Boscovichius) *in hac potiſſimum theoria committi ſaltum, ad quem evitandum ea imprimis admittitur: fieri enim tranſitum ab attractionibus ad repulſiones per ſaltum, ubi nimirum a minima ultima repulſione ad minimam primam attractionem tranſitur*; & viciſſim; ergo. ℞. N. A. Saltus admittitur, cum ab una magnitudine tranſitur ad aliam ſine tranſitu *per intermedias*, quod in caſu præſente non fit; tranſitur enim a vi repulſiva utcunque parva per omnes intermedias vires repulſivas minores *uſque ad zerum*; tum primum devenitur ad vim attractivam, quæ per omnes iterum gradus aſcendit uſque ad determinatum quemdam. Dumque a poſtremo repulſionis gradu itur ad primum attractionis, adhuc tranſitur per intermedium zerum, ſive limitem virium, nihilque intermedium omittitur. *Noſter ille* docet non haberi in viribus ullum gradum primum, aut poſtremum, ſicut nulla datur ordinata poſtrema, aut prima, nulla lineola omnium minima, cum data quacunque lineola utcunque exigua aliæ habeantur minores, & minores in infinitum ſine ulla ultima, in quo ipſo repoſitam eſſe ait continuitatis naturam. *Objiciunt iterum:* Attractio, & repulſio ſunt diverſæ virium ſpecies; ſatius ergo foret alteram duntaxat adhibere, & repulſionem explicare per minorem attractionem. ℞. T. A. N. Cm. Diverſa ſpecies nihil obeſſet attractioni, & repulſioni, cum poſitivo argumento evincatur utraque. ℞. 2do. N. A. Utraque vis pertinet *ad eandem*

*ſpe-*

*ſpeciem*, cum repulſio *reſpectu attractionis* negativa ſit; *negativa autem a poſitivis non differunt ſpecie.* Dixi: *repulſio negativa eſt reſpectu attractionis.* I. quia oritur per continuam ſubtractionem ab attractione (quæ quidem ſubtractio ſi fiat ad zerum uſque, nondum habetur repulſio, ſed poſtea, quod diligenter adverti cupio). E. C. ſit formula Algebraica: 40 − x = z (x autem valeat primum 10, tum 20, 30, 40, 50, 60 &c. ipſius z valor eruetur). Fiet 40 − 10 = 30; 40 − 20 = 20; 40 − 30 = 10. Hactenus haberetur imminuta ſemper attractio. Si fiat 40 − 40 = 0; neque attractio habebitur, neque repulſio. Porro ſit 40 − 50 = − 10; 40 − 60 = − 20 &c; habebitur repulſio. II. Negativa eſt *reſpectu attractionis*, quia differt ab attractione *per ſolam directionem e diametro oppoſitam*, non ſecus atque acceſſus, & receſſus ſibi e diametro opponuntur. *In ſe* tamen vere *poſitiva* eſt, plane iterum ſicut acceſſus, & receſſus. Dixi II. Negativa *non differunt ſpecie a poſitivis;* oriuntur enim ex continua ſubtractione *poſitivorum*, quæ utique *ſunt ejuſdem ſpeciei.* Hinc vero neque repulſio ſpecie differt ab attractione. Adde; quod iisdem legibus operetur utraque *in minimis diſtantiis.*

§. 23. Pars 7. *In majoribus diſtantiis vires ſemper ſunt attractivæ agentes ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.* Corpora enim terreſtria omnia gravitant in terram, planetæ omnes in ſolem; imo omnia in ſe ſe mutuo gravitant, in omnibus habetur *determinatio ad mutuum acceſſum.* Sed de hoc, itemque de ratione reciproca duplicata diſtantiarum alibi.

# Caput III.

## De Curva exhibente Legem virium.

§. 24. Familiare eſt Phyſicis, res, quarum idea adventitia, ac intuitiva haberi non poteſt, in ſymbolis tanquam in imagine exhibere, ut facilius ope ideæ ſymbolicæ cognoſci poſſint. Iſtud ago ex *Boscovichio*.

§. 25. Totam virium legem exhibet unica ſimpliciſſima curva (Fig. 2.), in qua cumprimis notari merentur *arcus* curvæ. 2do *areæ*, quas comprehendit axis, & arcus. 3tio *puncta*, in quibus curva ſecat axem, *ſeu limites*. De his poſtea; prius enim alia memorabo.

*Schol.* Juvat modum conſtruendæ iſtius curvæ expoſuiſſe. Aſſumatur (Fig. ead.) linea quæpiam indefinita *AC*, ad cujus punctum *A* erigatur perpendiculum *AB* indefinite magnum, & *aſymptoticum* curvæ. Ex punctis admodum vicinis puncto *A* erigantur denuo perpendicula *ag*, *bt*, & alia quam plurima, quæ in figura quidem expreſſa non ſunt, at ſubintelligi debent; & ea lege erigantur, ut ſint *in ratione reciproca ſimplice diſtantiarum* a puncto *A*, ſive ut hoc majus ſit perpendiculum, quo minor fuerit diſtantia. Fiet, ut imminutis diſtantiis creſcant perpendicula, auctis decreſcant, dum ſubinde in puncto aliquo *E* evaneſcant. IIdo. A puncto *E* dimittantur perpendicula *db* &c. quæ uſque ad punctum *F* creſcant, tum uſque ad *G decreſcant in ratione non alia quam ſimplice inverſa diſtantia*.

*ſtantiarum.* IIItio. Eadem lege, ſed *oppoſita*, & *alternante directione* excitentur perpendicula primum creſcentia uſque ad diſtantiam aliquam *H, K, M, O, Q, S*; mox decreſcentia, & evaneſcentia in punctis *I, L, N, P, R.* IVto. Excitatis hunc in modum perpendiculis uſque ad punctum aliquod axeos *o* demittantur ex eodem puncto *o* perpendicula *o p*, *v s*, verſus *C*, *ſed in ratione reciproca duplicata diſtantiarum A v, A o.* Vto. Per ſingulorum perpendiculorum extremitates *g, t*, &c. ducatur curva fluxu continuo *D E F G H I K L M N O P Q R S T V.* *Dico*: *hæc curva exhibet legem virium.* Quod rite ut intelligatur, ſit

§. 26. *Axis* curvæ hujus eſt linea indefinita utcunque magna *A C.* Servit notandis punctorum materiæ *diſtantiis*, & obſervandis ordinatarum *directionibus.*

§. 27. *Ordinatæ* ſunt lineæ rectæ *a g*, *b t*, *d b*, *i l*, *m n*, *t z*, *u y*, *o p*, *v s*, & harum ſimiles aliæ *perpendiculares ad axem*, & *in curvæ perimetro terminatæ.* Referunt *ordinatæ* vires ſubinde *repulſivas*, ſubinde *attractivas*; & illæ quidem, quæ in arcu, vel crure *ſuperiore* terminantur, ſignificant vires *repulſivas*, e. c. *a g*, *b t*, *n m*, *t z*; quæ in arcu, vel crure *inferiore*, *attractivas*, quales ſunt *d b*, *i l*, *u y*, *o p*, *v s.* Poſſunt vero plurimæ aliæ ordinatæ duci a ſingulis punctis axeos ad quemcunque arcum, ut patet *ex geneſi curvarum*, quæ ipſæ ordinatæ jam augebuntur, jam minuentur, *Incrementum* hoc, & *decrementum ordinatarum* ſignificat *augeri* vires, vel *imminui*, prout curva *ad axem* accedit, vel recedit.

§. 28.

§. 28. *Abſciſſæ* ſunt ſegmenta axis, ad quem refertur curva. In figura noſtra lineæ *A a*, *A b*, *A E*, *A d*, *A i* &c. abſciſſæ ſunt. Deſtinantur vero abſciſſæ ſignificandis diſtantiis duorum punctorum ab invicem, quorum alterum ſemper in puncto *A* locatur.

*Schol.* Hic jam ſedulo advertendum: abſciſſas omnes ab *A* uſque in *R* pertinere ad diſtantias ſemper adhuc *minimas*; reliquas ad *majores*. Quare abſciſſa *A a*, vel *A b*, *A E*, *A d* &c. ſignificat diſtantias e. c. molecularum ſenſibiliter continuarum, vel contiguarum; abſciſſa vero *A o*, *A v* diſtantias corporum remotiorum, & in ſe mutuo gravitantium, v. g. corporum delabentium in terram, aut planetarum gravitantium in ſolem.

§. 29. *Crura duo* attentione omni digniſſima ſunt: *primum D E*, *alterum T p s V*. Crus *D E* pertinet ad ſolam vim *repulſivam*, agentem *in minimis diſtantiis* in ratione reciproca *ſimplice* diſtantiarum. Crus *T p s V* ſpectat ad ſolam vim *attractivam* perpetuo agentem *in majoribus diſtantiis*, & agentem in ratione reciproca *duplicata* diſtantiarum. Ambo crura *aſymptotica* ſunt, quæ nimirum ſi indefinite producantur ultra quoscunque limites, ſemper magis accedunt ad rectam aliquam itidem ultra quoscunque limites, quin unquam ad eandem deveniant. Atque primus ille arcus *D E* ſemper magis accedit ad rectam *A B*, nec tamen cum ea concurrit; poſterior arcus *T p s V* ad rectam *A C*, h. e. ad axem, quem pro aſymptoto habet.

Schol.

*Schol. I. Ordinatæ* referunt vires (§. 26.); *Abſciſſæ* diſtantias (§. 27.). Quare crus $DE$ pertinens ad ſolam vim repulſivam agentem in minimis diſtantiis, & *in ratione reciproca ſimplice diſtantiarum* erit crus *hyperbolæ communis*, cujus aſymptotus ſit $AB$. Ramus vero $TpsV$ pertinens ad ſolam vim attractivam agentem in majoribus diſtantiis, & *in ratione reciproca duplicata diſtantiarum* erit *hyperbolicus 3tii gradus*, cujus aſymptotus ſit axis $AC$.

*Schol. II.* *Dixi* crus primum $DE$ eſſe crus *hyperbolæ communis*, crus autem $TpsV$ eſſe hyperbolicum gradus 3tii. Utrumque patet ex eo, quia *in hyperbola communi ad aſymptotum relata* ordinatæ ſunt in ratione *inverſa ſimplice* abſciſſarum; *in hyperbola* vero *3tii gradus* itidem *ad aſymptotum relata* ſunt in ratione *reciproca duplicata* abſciſſarum. Ipſum hoc, ut diſcipulorum quorundam deſiderio ſatisfaciam, breviter ſic oſtendo: Demonſtratum eſt (a Cel. *Wolffio Element. Matheſ. Tom. I. in Elem. Anal.* N. 487. & 488.; item a Cl. *de la Caile in lection. elem. Mathem.* N. 870. & 871.) quod *in hyperbola communi ad aſymptotum relata* ſit rectangulum, ſeu factum ex abſciſſa *quacunque* in ſemiordinatam ſuam, parallelam ad latus alterum aſymptoticum æquale $a^2$ (voco autem $a$ latus $CR$, vel $AR$, cujus quadratum *potentia hyperbolæ* dicitur; vide *Wolffium* ibid. N. 477.). Sint ſemiordinatæ $GE$, & $HF$. (Fig. 3.), quarum prior vocetur $y$, altera $u$. Sint ſemiordinatis reſpondentes abſciſſæ $CE$, & $CF$, quarum prior dicatur $x$, poſterior $z$. Quia *æquatio naturam hyperbolæ communis intra aſymptotos declarans* eſt: $xy = a^2$ (ut paullo ſupra dictum ex *Wolffio*, & *de la Caille*), habebitur etiam æquatio: $zu = a^2$; ac proinde $xy = zu$ (§. 1. axiom. 4.). Facta æqualia ſolvendo in proportionem factores reciprocando fiet: $x:z$

=

$= u : y$. hoc eſt: in hyperbola communi ad aſymptotum relata ſemiordinatæ ſunt in ratione inverſa *ſimplice* abſciſſarum. Eſt vero iterum *æquatio naturam hyperbolæ 3tii gradus intra aſymptotos declarans* $x^2 y = a^3$. Ergo eadem ratione fiet: $z^2 u = a^3$. Proindeque $x^2 y = z^2 u$ (§. & axiom. cit.). Rurſum ſolvendo facta æqualia in proportionem habebitur $y : u = z^2 : x^2$ id eſt: in hyperbola tertii gradus ad aſymptotum relata ſemiordinatæ ſunt in ratione reciproca duplicata abſciſſarum. Q. E. D.

§. 30. *Arcus* diſtinguendi ſunt in *repulſivos*, & *attractivos*, prout nimirum *cis*, vel *trans axem* jacent. *Repulſivi* ſunt ſuperiores: *attractivi* inferiores. Deſtinantur ſignificandæ *quantitati virium attrahentium*, vel *repellentium*; cum enim per ordinatas ſuperiores exhibeantur vires *repulſivæ*, per inferiores *attractivæ*: quo majores fuerint ordinatæ, hoc major vis exhibebitur. Majoribus autem ordinatis reſpondere debent majores arcus (cum arcus concipiantur oriri e verticibus ordinatarum infinite vicinarum certa lege creſcentium, & decreſcentium); ergo ſi per diverſitatem ordinatarum exhibetur diverſa quantitas virium ſeu attractivarum, ſeu repulſivarum: exhibebitur itidem per diverſitatem arcuum.

*Coroll. I.* Hinc eruitur alia diſtinctio arcuum *in majores*, & *minores*, quæ ſolicite obſervanda eſt. Major arcus eſt e. g. *GHI*, minor *LeN*.

*Coroll.*

*Coroll. II.* Si curva ſecabit axem *fere perpendiculariter*, & dein *longiſſime* ab eo recedet, n ox vicinæ interſectioni *ordinatæ*, & per ordinatas repræſentatæ *vires* admodum magnæ habebuntur.

§. 31. Magnopere item curanda eſt diſtributio arcuum *in ampliores*, ſeu vaſtiores, & *minus amplos*. *Ampliores* voco, dum puncta multum licet a ſe recedentia ob adhibitam vim extrinſecam, adhuc tamen manent ſub eodem arcu, qui dicitur eſſe ſatis vaſtus. *Minus ampli* ſunt, a quibus puncta ob urgentem vim extrinſecam a ſe ſe recedentia deveniunt ad alium arcum. Imago arcuum ampliorum eſt arcus *L M N*, vel *L e N*; arcuum minus amplorum *P e f*.

*Coroll.* Poſſunt ergo arcus minus ampli eſſe frequentiſſimi in corporibus, imo re vera ſunt admodum frequentes *in mollibus*, in quibus *tranſcurſo limite non cohæſionis* facile devenitur *ad limitem cohæſionis*.

*Schol.* Poſſunt etiam arcus ita occurrere axi, ut eum ſolummodo tangant, aut vero duntaxat ad viciniam accedant, mox recedant. Vide arcum *P e f g R*. Atque talis erit curva, ſi quando fuerint vires in minimis diſtantiis decreſcentes, mox iterum creſcentes, quin tranſierint ad oppoſitas.

§. 32. *Areæ* comprehenſæ arcubus, & axe curvæ exhibent *quadrata celeritatum* a viribus ipſis genitarum, & a dato puncto ſive *acquiſitarum*, ſeu *amiſſarum*. Sectione proxima demonſtrabo, quemadmodum, ſi per rectam referentem ſpatium alia ducatur recta exhibens vires, area genita deſignet quadratum velocitatis

*Schol.* Longus ſim, ſi areas curvarum inveſtigare doceam. Iſtud breviter adnotabo: *aream crure D E, & aſymptoto A B comprehenſam infinitam eſſe* (quia *A B* aſymptotus eſt) *adeoque parem exſtinguendæ cuivis velocitati oppoſitæ utcunque magnæ.*

§. 33. *Theoremata* ad areas curvæ hujus pertinentia fere ſunt, quæ ſequuntur:

I. *Si punctum quodcunque moveatur directione conſpirante cum vi puncti alterius in A locati, acquirit celeritatem novam = radici areæ reſpondentis ſpatio percurſo* (conſpirant autem directiones ſub arcubus *attractivis*, ſi punctum unum *accedat* ad aliud; conſpirant etiam ſub *repulſivis*, ſi *recedat* ab alio). Jam ſit ſpatium percurſum abſciſſa *E G*; huic, & arcui inſiſtenti reſpondens area ſignificabit quadratum velocitatis (§. *præced.*); h. e. ſi area dicatur $x$, & celeritas $c$, erit $x = cc$; quare utrinque extrahendo radicem fiet: $\sqrt{x} = c$. Hanc, inquam, celeritatem acquirit punctum motum *directione conſpirante* cum vi puncti *A*; quia enim ſupponitur moveri verſus punctum *A* celeritate quacunque e. c. 12, quam vi inertiæ conſervat; ſimulque determinatur *ad acceſſum* verſus idem punctum *A*, vi ſcilicet attrahentis ejusdem puncti A, neceſſe eſt, novam *ſub arcubus attractivis* acquirat celeritatem = $\sqrt{x}$.

*Coroll.* Ergo Punctum quodcunque *accedens* ad aliud ſub arcubus *attractivis* novam ſemper acquirit celeritatem = $\sqrt{x}$; proindeque tota illius celeritas = $c + \sqrt{x}$.

II.

II. *Si punctum quodcunque moveatur directione oppoſita vi puncti A, amittit celeritatem = radici areæ reſpondentis ſpatio percurſo* ; nam cum ſupponatur urgeri directione contraria, debet propter excipientem vim contrariam celeritas prior eouſque elidi, dum celeritas amiſſa = ϒ x.

*Coroll. I.* Punctum quodcunque *accedens* ad aliud ſub arcubus *repulſivis* aliquam ſemper amittit celeritatem = ϒ *x*; quare tota illius celeritas emenſo jam ſpatio e. c. *I G* = c — ϒ x.

*Coroll. II.* Punctum quodcunque *recedens* ab alio ſub arcubus *repulſivis* novam acquirit celeritatem (quia directio puncti *recedentis* conſpirat cum vi ſub arcubus *repulſivis*); ſub attractivis autem amittit aliquid velocitatis, quia directio puncti *recedentis* pugnat cum vi ſub arcubus *attractivis*.

III. *Si punctum moveatur per majus ſpatium, cui reſpondeant areæ partim attractivæ, partim repulſivæ, ſubtrahatur ſumma celeritatum amiſſarum a ſumma celeritatum acquiſitarum; differentia dabit celeritatem toto illo ſpatio vel noviter acquiſitam, vel amiſſam*; e. c. punctum aliquod in *R* conſtitutum moveatur uſque in *E* impulſum celeritate = 12. Sub arcubus repulſivis P Q R, L M N, G H I amittat velocitatis gradus 2 ✠ 3 ✠ 4. Sub attractivis N O P, I K L, E F G acquirat gradus 3 ✠ 4 ✠ 5; erit celeritas toto ſpatio *E R acquiſita* = 12 — 9 = 3; proinde tota illius celeritas = 12 ✠ 3 = 15.

IV. *Si in caſu directionum oppoſitarum* $\sqrt{x} > c$, *punctum ex R in P motum citius omnem celeritatem ſuam amittet, quam deveniat in P.* Sit $c = 6$, & $\sqrt{x} = 9$. Quia in caſu motus oppoſiti habetur tota celeritas $= c - \sqrt{x}$, fiet $c - \sqrt{x} = 6 - 9 = -3$. proinde.

*Coroll.* Ergo ſi punctum aliquod ab *E* moveatur in *A*, celeritas illius, quantacunque ſit, prius exſtingui debet, quam perveniat in *A*; cum enim area crure *D E*, & aſymptoto *A B* comprehenſa $= \infty$ (§. 31. *Schol.*) erit ſemper $\sqrt{}$ areæ illius major quacunque celeritate finita utcunque magna.

V. *Si in caſu directionum conſpirantium punctum quodcunque ingrediatur aream repulſivam omnino ingentem* (quæ ſuperet reliquas oppoſitas areas omnes, & in qua limes alter ab altero plurimum diſtat) *recedet ſine fine*; nam *celeritas ſub arcu illo ingenti acquiſita* ponitur nunquam exſtinguenda ſub areis, & arcubus oppoſitis.

*Schol.* Theorema hoc uſui eſt in explicanda luminis emiſſione, & uniformi propagatione per immenſa illa intervalla, quæ terram inter, & ſtellas fixas intercedunt.

VI. *Si puncta duo eadem directione, at diverſis velocitatibus accedentia, vel recedentia ab eodem aliquo puncto ingrediantur aream iterum ingentem, eadem fere velocitate exibunt*; nam poſt acceſſionem illam novam, quæ ſub ingenti illo arcu fieri debet, velocitates eorum parum different; ſicut ſi quadrato magnæ cujuſpiam radicis addatur quadratum alterius multo minoris, & e ſumma extrahatur radix; non multum differet *radix ſummæ* a radice *quadrati majoris.*

§. 34. Jam de Punctis. *Puncta, in quibus curva occurrit axi*, & ordinatæ ſic evaneſcunt, ut mutent directionem, dicuntur *limites virium*. Duplices ii ſunt: *cohæſionis*, & *non cohæſionis*. *Limites cohæſionis* puncta ſunt, in quibus creſcente a puncto *A* diſtantia tranſitur a vi *repulſiva* ad *attractivam*, e. c. in *E*, *I*, *N*. *R*. *Limites non cohæſionis*, in quibus aucta iterum diſtantia fit tranſitus a vi attractiva ad repulſivam, ut in *G*, *L*, *P*.

*Schol. I.* *Limites cohæſionis* ſunt in ſerie numerorum imparium 1, 3, 5, 7. *Limites non cohæſionis* in ſerie parium 2, 4, 6. Vide fig. cit.

*Schol. II.* Utrique limites poſſunt in iiſdem corporibus eſſe *admodum frequentes* ( ſemper tamen *in diſtantiis* adhuc *minimis* ) ut fit in corporibus *mollibus*; aut *longius* a ſe *diſtantes*, ut fit in *elaſticis*. Poſſunt eſſe frequentes, certum enim habemus ex Geometria curvam poſſe axi occurrere *in quotcunque punctis*. Etiam longius diſtare poſſunt, cum itidem certum ſit eam poſſe occurrere *in quibuſcunque punctis*.

§. 35. Limites cohæſionis alii ſunt *fortiſſimi*, *languidiores* alii. *Validiſſimi* ſunt, in quibus curva ſecat axem fere ad perpendiculum, & dein longiſſime ab eo recedit. *Debiliores* ſunt, in quibus curva valde oblique occurrit axi, nec multum ab eo recedit.

*Coroll.* Proinde vis limitum non pendet a vicinitate punctorum, aut diſtantia limitum; ſed ( ut dixi ) ab inclinatione, & receſſu arcuum. Certe *aurum* ( quod identidem adverſariis oggerendum ) viciniores habet moleculas, denſius enim eſt, ac ſpecifice gravius, quam *adamas*, firmius tamen non cohæret *aurum*, quam *adamas*.

§. 36. Ad limites virium pertinent hæc cumprimis theoremata.

I. *Puncta materiæ in limitibus quibuscunque locata ſunt in æquilibrio, ac proinde conquieſcunt.* In utrisque enim limitibus evaneſcunt ordinatæ, ac propterea nullis ibi viribus puncta urgentur; ergo.

*Schol. Conquieſcunt*, inquam; non ideo *cohærent* in limitibus *utrisque*; cohæſio enim, quod dicam c. 4., non habetur, niſi puncta locentur in iis limitibus, in quibus a repulſione tranſitur ad attractionem, h. e. in limitibus cohæſionis (§. 33.).

II. *Si punctum dimovetur a limite cohæſionis, ceſſante actione extrinſeca continuo redit ad ſitum ſuum.* Si enim punctum aliquod in *E* locatum vi quapiam extrinſeca urgeatur verſus *A*, ingredietur *arcum repulſivum*; quare continuo redire debebit ceſſante actione externa propter vim repellentem puncti *A*. Si verſus *G*, ingredietur *attractivum*, iterumque redibit propter vim attrahentem ejusdem puncti *A*.

*Schol.* In exemplo ſit elaſtrum chalybeum, cujus extremitates ſi adducantur, ceſſante compreſſione rurſum naturali ſitui reſtituentur. Itidem ſi diducantur.

III. *Si punctum dimovetur ex limite non cohæſionis, ceſſante vi extrinſeca non redit ad ſitum ſuum.* Si enim punctum in *G* conſtitutum dimoveatur verſus *A*, ingredietur arcum attrahentem *EFG*, & a puncto *A* attrahetur verſus *E*. Si dimovebitur verſus *I*, ingredietur arcum repellentem *GHI*; quare ab eodem puncto *A* repelletur uſque in *I*.

*Schol.* Res adumbrari poteſt per grana papaveris in cumulum congeſta, quæ in limitibus ſunt, quamdiu quieſcunt, ſed *in limitibus non cohæſionis*, nam loco dimota ad ſitum ſuum non redeunt.

IV. *Puncta in limitibus cohæſionis locata reſiſtunt tam ſui compreſſioni, quam diſtractioni*; nam ex limitibus iſtis dimota, & ceſſante vi comprimente, aut diſtrahente continuo ad priorem ſitum redeunt (§. *præſ. Theor.* 2.)

*Coroll.* Quare merito limites iſti *cohæſionis limites* dicuntur.

V. *Puncta in limitibus non cohæſionis conſtituta nec ſui compreſſioni reſiſtunt, nec diſtractioni* (niſi forte urgeantur ad immediatum contactum); nam de loco ſuo dimota ad priorem ſitum non redeunt (*Theor.* 3.). Excipio tamen reſiſtentiam omnibus materiæ punctis communem, *quatenus inertia ſunt*.

*Coroll.* Inferes, cur limites iſti *non cohæſionis* dicantur.

VI. *Si puncta in cohæſionis limitibus conſtituantur, punctumque unum de ſuo loco dimoveatur, puncti alterius motum comitari debet alterum.* Si enim punctum *B* moveatur contra *A*, repelletur punctum *A*, & repulſum præcedet. Si punctum *B* ſubducatur puncto *A*, attrahetur idem *A*, ſicque attractum ſequetur.

*Coroll.* Hinc iterum patet, cur limites aliqui *limites* audiant *cohæſionis*.

VII. *Si puncta in limitibus non cohæſionis ſtatuantur, punctumque unum urgeatur verſus alterum,*

*ſponte accedent ; ſi alterum ab altero ſeparetur, ſponte recedent.* Demonſtrationem vide Theoremate 3.

VIII. *Si punctum vi exigua dimoveatur a limite cohæſionis, redibit ad limitem cum modica oſcillatione*, ſeu hinc, & illinc procurſione ; facile enim per vim contrariam, in quam incurrit, minuetur, & exſtinguetur modica illa velocitas puncto impreſſa.

*Schol.* Sic neque elaſtrum leniter compreſſum, aut diductum multum oſcillat.

IX. *Si punctum vi exigua dimoveatur a limite non cohæſionis, magna habebitur oſcillatio* ; deferetur enim punctum ad arcum, in quo vires *conſpirabunt cum directione puncti* ſeu *accedentis*, ſeu *recedentis*, ultraque proximum cohæſionis limitem procurret, ac tum primo habebitur motus retardatio, dein celeritatis prioris eliſio, denique oſcillatio.

*Corell.* Hinc iterum, *ſi punctum a limite non cohæſionis vi quantumcumque exigua dimotum perveniat ad arcum proximum bene amplum, haberi poterit ingens oſcillatio* ; fieri enim poterit, ut plurimi limites transcurrantur, dum deveniatur ad arcum exſtinguendæ omni velocitati parem, qua exſtincta redibit punctum, & *hoc amplius oſcillabit, quo vaſtior fuerit arcus proximus limiti non cohæſionis.*

X. *Si punctum aliquod conſtituatur extra limites, accedet ad alterum, vel recedet ab illo* ( prout fuerit ſub arcu attrahente, vel repellente conſtitutum ) *ferturque uſque ad proximum limitem cohæſionis*, urgente ſcilicet vi attractiva, aut repulſiva, *ultra quem procurret per intervallum æquale*

*le priori*; quia velocitas in limitibus non exſtinguitur, ſed incipit minui propter excipientem vim contrariam; quare imminuta continenter velocitate progredietur, donec ſub arcu ſequente conficiat ſpatium = priori, quod arcus prior ab initio motus uſque ad limitem comprehendit. Ibi prior velocitas omnis exſtinguetur. *Tum vero punctum reflectet curſum*, urgente iterum vi ſeu attractiva, ſeu repulſiva, *& circa limitem cohaſionis tamdiu oſcillabit* hinc, & illinc procurrendo, dum viribus aliorum punctorum impediatur.

*Schol.* I. Conſtituatur punctum alterum in *A*, alterum in *z* ſub arcu repellente *LMN*; repelletur uſque ad proximum cohæſionis limitem *N*, fereturque celeritate acquiſita = *t z N*. Non tamen conſiſtet in limite illo *N*, quia celeritas acquiſita ſub arcu *z t N* nondum exſtincta eſt. Transvolabit itaque limitem *N*, fereturque celeritate ſemper retardata propter contrariam vim attrahentem uſque in *u*, ubi nempe *N y u* = *z t N*. Tum regredietur in *N* motu accelerato, iterumque in *z* motu retardato. Hinc denuo viam relleget in *u*, denuoque in *z*. Sic iret, ac rediret in infinitum, niſi a cauſa extranea motus iſte alternis acceleratus, ac retardatus ſubinde ſiſteretur. Idem eveniet, ſi punctum alterum non jam in *z*, ſed in *u* locabitur; nam quia ſub arcu attractivo conſtituetur, transgredietur limitem *N*, procurretque in *z*; ibidem regredietur in *u* &c. Doctrina hæc omnis egregie illuſtratur per chalybeum elaſtrum.

*Schol.* II. Adhuc quæpiam adnotabo. I. *Dicta oſcillatio locum non habet, ſi punctum ultra cohæſionis limitem procurrens, & aream priori = conficiens ad limitem alium quemcunque deferatur.* Iſtud enim ſi fiat,

ſique area, quam arcus ab initio motus uſque ad proximum *cohæſionis* limitem comprehendit, ſit = toti areæ arcus ſequentis, quieſcit (§. præſ. Theor. 1.), cum nullis ibi viribus urgeatur, & omnis prior velocitas per excipientem vim contrariam exſtincta ſit. II. *Si area, quam arcus prior ab initio motus uſque ad proximum cohæſionis limitem comprehendit, > eſt ſubſequente, punctum transvolabit proximum limitem non cohæſionis*, cum in eo prior velocitas nondum exſtincta ponatur. *Atque poſtea*, cum ingrediatur aream, in qua invenit vires cum motu ſuo conſpirantes, *feretur motu accelerato ad limitem alium cohæſionis, quem iterum prætergrediens feretur motu retardato, & ſic deinceps. Iſta motus accelerati, ac retardati viciſſitudo habebitur eouſque, dum punctum deferatur ad arcum toti velocitati ſuæ exſtinguendæ parem.* Ingens hæc agitatio cum oſcillationibus variis, & motibus jam acceleratis, jam retardatis, jam reflexis ſervit ad explicandas *fermentationes*, & *deflagrationes*. III. *Si area prior < eſt conſequente, punctum non emetietur totam aream ſequentem, ſed ubi æqualitas arearum utrinque obtenta fuerit, continuo reflectet curſum*; nam obtenta arearum æqualitate elidetur velocitas ſub priore arcu acquiſita, punctumque urgebitur viribus ſeu attractivis, ſive repulſivis.

XI. *Si puncta duo in limitibus cohæſionis conſtituta projiciantur obliquo motibus contrariis, & æqualibus*, ita, ut amborum directiones cum recta jungente illa duo puncta efficiant angulos =, & admodum parvos, *punctum ejus rectæ jungentis medium manebit immotum; ipſa autem duo puncta circa id punctum gyrabunt in curvis lineis plane ſimilibus, & æqualibus.* Theorema hoc uſum præſtat in explicandis *metallorum liquationibus*.

Schol.

*Schol. I.* Quæ hactenus dicta ſunt, fere pertinent ad puncta *duo* ſibimet relicta, & *ſuis duntaxat viribus* agentia pro ratione diſtantiarum. *Si vis externa accedet, poterunt puncta motu etiam accelerato ad limitem cohæſionis delata ſiſti*, quo caſu nulla habebitur ultra limites tranſcurſio, nec oſcillatio, cum in limitibus prior velocitas omnis a vi extranea exſtingui ponatur. II. *poterunt vi externa comprimi, ſicque compreſſa diutius retineri ſub arcubus validiſſime repellentibus.* Item, *poterunt vi eadem externa a ſe ſe diſtrahi, & diſtracta diutius retineri ſub arcubus validiſſime attrahentibus*, ſic tamen, ut ceſſante vi externa nitantur ſe in poſitionem priſtinam reſtituere inſtar elaſtri, aut quorumvis aliorum corporum elaſticorum, in quibus arcus vicini limitibus cohæſionis ſunt egregie ampli. III. *poterunt puncta, agente vi extranea ſic comprimi, aut diduci, ut in majore vicinitate, aut diſtantia ſiſtantur, ſintque ſemper in limitibus cohæſionis*; quod accidit corporibus *mollibus*, in quibus magna habetur limitum frequentia, neque vicini arcus ſunt adeo ampli.

*Schol. II.* Ex omnibus iis, quæ a §. 30. ad hunc uſque locum congeſſi, abunde liquet: magnam vel inter duo puncta diverſimode locata eſſe virium, & actionum varietatem; ſemper tamen in diſtantiis adhuc minimis, quales *in Fig.* 2. exhibentur ab *A* uſque in *R*, ubi curva per varias ambages, ſeu flexuoſos anfractus ducta ſæpe circa axem contorquetur; nam ut primum puncta ultra *R* delata fuerint ad majores diſtantias e. c. in *o*, vel *u*, nulla habebitur actionum varietas, ſed *ſola attractio*; crus enim *T p s V* pertinens ad ſolas diſtantias majores totum jacet infra axem; quare exhibet vires duntaxat attrahentes. Jam a punctis duobus ad tria gradum facio; patebit majorem adhuc virium compoſitionem, motuumque & actionum diverſitatem eniſci debere, ſed in diſtantiis iterum minimis.

§. 37.

§. 37. Ad intelligendum ſyſtema trium punctorum facient tria cumprimis problemata. I. *Si tria puncta A, D, B,* (Fig. 3.) *jaceant in eadem recta, determinare vires, & directiones, quibus medium punctum D a binis aliis A & B urgetur.* R. Rectæ *A D*, & *D B* transferantur inſtar abſciſſarum in punctum *A* Fig. 1mæ; deſinent vel *ambæ* ſub arcu *attractivo*, vel *ambæ* ſub *repulſivo*, vel denique *altera ſub attractivo, altera ſub repulſivo*; ubicunque deſinant, notentur ordinatæ geminis abſciſſis reſpondentes. Sique ordinatæ *ambæ* terminantur in arcu *attractivo*, aut *ambæ in repulſivo*, advertere oportet: *æqualesne* ſint, an *inæquales*. *Si æquales*; manebit punctum *D* immotum; tantundem enim trahetur, aut repelletur punctum *D* ab *A*, quantum a *B*. Sunt vero directiones punctorum *A*, & *B* tertium aliquod medium punctum *D* trahentium, aut repellentium e diametro oppoſitæ, & (*per hypoth.*) æquales; quare vis puncti *A* ſemper elidetur a vi puncti *B* (§. 3. *Coroll. III.*); proinde. *Si inæquales ſunt*: movebitur punctum *D* ſecundum directionem puncti fortioris, & movebitur, tanquam ſi urgeretur ſola differentia virium (§. 3. *Coroll. IV.*); nam pars aliqua virium a puncto fortiore impendi debet ad elidendam vim contrariam, minusque fortem. Si denique ordinatarum *una* terminetur in arcu *attractivo*, *altera* in *repulſivo*, conſpirabunt vires, & directiones puncti utriusque; quare punctum *D* accedet ad punctum *A* (ſi punctum *A* attrahere ponatur, & *B* repellere)

vi

vi compoſita utriusque puncti *A*, & *B*; h. e. vi æquali ſummæ virium *A*, & *B*.

II. *Si tria puncta A, C, B* (Fig. IV.) *non jaceant in directum, determinare vires, & directiones, quibus punctum C urgetur a binis aliis A, & B.* R. puncta *A, C, B* jungantur rectis *AC*, *BC*, *AB*, completoque △lo *ACB* biſariam ſecetur linea *AB* in *D*. Ex puncto biſectionis *D* ducatur recta in *C*; dico: ducta *DC* perpendicularis erit ad *AB*, & angulus in vertice *C* biſecabitur, ſi *AC* = *BC* (demonſtratum enim habent Geometræ: *ſi in △lo æquicruro, ducta quapiam recta ex angulo =libus lateribus intercepto, baſis*, ſeu latus angulo illi oppoſitum *ſecetur biſariam, ſecari ad angulos rectos*, proindeque lineam biſecantem eſſe perpendicularem, *& angulum in vertice iisdem ſecari biſariam*). Porro: ſi *AC* = *BC*, circino intercepta earum una applicetur axi curvæ virium, debet (ex hypotheſi æqualitatis) ſive ſub arcu attractivo, ſive ſub repulſivo eadem ordinata reſpondere utrique abſciſſæ. Iterum ordinata transferatur in Figuram 4tam; ſique in arcu *attrahente* terminata fuit, transfertur verſus *A*, & *B* h. c. in *L*, & *K*; ſi in *repellente*, deferatur ad partes oppoſitas in *M*, & *N*. Utroque caſu compleantur parallelogramma *LK*, & *MN*. Caſu primo punctum *C* viribus attractivis *CL*, & *CK* incitatum deſcribet diagonalem *CE*. Caſu altero idem punctum viribus repulſivis *CM*, & *CN* impulſum procurret per rectam *CH*, ut ad materiam de motu compoſito dicam.

*Coroll. I.* Ergo punctum viribus ejusdem generis, & æqualibus incitatum, non declinat ad latus ullum, quia poſita attractione diagonalis $C F$ congruit cum perpendiculari $C D$; poſitaque repulſione $C H$ jacet in directum cum eadem linea $C D$, quod facile demonſtrari poteſt.

Si $A C$ non ſit $=$ $B C$, transferantur ambæ ad axem curvæ, & ordinatæ iis reſpondentes aſſiduo notentur in Fig. 4ta ſervata utriusque directione. Sint jam *inæquales ambæ*, & *diverſæ ſpeciei*, ſive: ſit vis puncti $A$ attrahens e. c. $C L$, puncti $B$ repellens $C M$; aut ex adverſo: vis puncti $A$ repellens e. c. $C N$, puncti $B$ attrahens $C K$. Completis parallelogrammis $L M$, vel $K N$ abibit punctum $C$ per diagonales $C I$, vel $C G$. Sint *ejusdem ſpeciei ambæ*, ſed *inæquales*, deſcribetur diagonalis, quæ non jacebit in eadem recta cum $C D$.

*Coroll. II.* Ergo punctum inæqualibus viribus impulſum declinabit ad latus alterutrum, & pro varietate inæqualitatum varie declinabit.

*Schol.* Vis ad latera impellens $C I$, vel $C G$ præclarum in explicanda maſſarum rigiditate adferre ſolet adjumentum.

III. *Si puncta duo $A$, & $B$ ſita ſint in binis ejusdem ellipſeos focis, & tertium ubicunque in ejusdem peripheria* e. c. in $E$, vel $O$, vel $C$, *determinare vires, & directiones, quibus punctum $C$ urgetur a duobus illis $A$, & $B$.*

*Schol.* Pauca notabo prius, quam problemati huic ſatisfaciam. I. *Si e binis focis ad idem perimetri punctum ducantur duæ rectæ, erit in ellipſi earum ſumma* =

axi

*axi tranſverſo*, h. e. *majori*. Quare (*in Fig.* 5,) $AE + BE = FO$. Sique ad $H$ ducerentur rectæ $AH$, & $BH$, fieret iterum $AH + BH = FO$. Ex eadem ratione $AC + BC = FO$. II. *Si* $AE = BE$, erit $AE$, vel $BE =$ *dimidiato axi tranſverſo*, ſive: $AE$, vel $BE = FD$, aut $OD$. III. Si $AC > BC$, *tantundem* $A\ C$ *excedit ſemi axem majorem, quantum* $BC$ *ab eodem deficit*. Singula hæc theoremata ſunt Geometris notiſſima.

His poſitis R. Quocunque peripheriæ loco conſiſtat punctum tertium, ducantur lineæ rectæ ex $A$, & $B$, tria hæc puncta jungentes; iterumque applicentur axi curvæ virium. Sit 1mo punctum hoc tertium in $E$ vel $H$ locatum, ſitque $AE =$ abſciſſæ $AN$ Fig. 2da exhibitæ: nulla lineis noſtris $AE$, & $BE$ reſpondebit ordinata; *quieſcet igitur punctum*. 2do *ponatur in* $O$, *vel* $F$, *quieſcet iterum*; ducantur enim ex punctis $A$, & $B$ lineæ $AO$, & $BO$, quarum ſumma $= FO = 2DO$ (*per Theor. I. Probl. præſ.*); tantundem $AO$ excedet ſemi axem tranſverſum $DO$, quantum $BO$ ab eodem deficiet (*per Theor. III.*). Deinde ponitur $DO = AE = AN$ Fig. 2dæ; quare ſic $AO$ limitem cohæſionis $N$ excedet, ſicut $BO$ ab eodem deficiet; proindeque ſi linea $AO$ translata ad axem curvæ pervenerit in $u$, deſinet $BO$ in $z$, & abſciſſis $Az$, $Au$ ſub diverſis, ſed æqualibus arcubus reſpondebunt æquales ordinatæ $tz$, $yu$; quare tanta erit attractio puncti $A$, quanta repulſio puncti $B$; *debet igitur punctum in O locatum manere immotum*. Idem obtinet circa pun-

punctum *F.* 3tio: *Si punctum quocunque alio perimetri loco conſtituetur, e. c. in C, nitetur abire per tangentem P Q.* Nempe: congruat *A C* cum *A u* Fig. 2.; & *B C* cum *A z*; notentur iſtis reſpondentes ordinatæ in Fig. 5.; exhibebit *C L* ordinatam *u y*, & *C M* ordinatam *t z*; completo parallelogrammo *L M* inibit punctum *C* viam mediam, procurretque per diagonalem *C I*, quæ pars eſt tangentis *P Q*. Idem in aliis quibuscunque perimetri punctis evenire neceſſum eſt. 4to: *Si punctum C dimoveatur de perimetro ellipſeos F H O E, continuo ſibi relictum ad eandem regredietur.* Verſetur enim ultra perimetrum, erunt *A C*, & *B C* majores, quam ſi in perimetro deſinerent; verſetur citra perimetrum, erunt *A C* & *B C* minores, quam ſi in eadem peripheria terminarentur. Quare ſi ad axem curvæ transferentur: *A C* 1mo caſu magis recedet a limite cohæſionis *N*; & *B C* magis ad illum accedet, quam ante; proindeque completo parallelogrammo punctum percurret diagonalem a tangente divergentem deorſum ad perimetrum. Altero caſu *B C* magis recedet a limite cohæſionis, quam ante, & *A C* magis accedet, h. e. major habebitur repulſio puncti *B*, quam puncti *A*; quare punctum *C* abibit per diagonalem tendentem ſurſum ad perimetrum priorem. Utrobique punctum regredietur ad peripheriam, e qua dimotum fuit. Sed hæc obtinebunt ſolummodo, ſi punctum *C* conſiſtens in perimetro ellipſeos, ſimulque *limitibus cohæ-*

*ſionis*

*ſionis* dimoveatur ultra, vel citra peripheriam. *Vide fig.* 6. *n.* 1. Nam 5to: *Si punctum C, conſtitutum eo perimetri loco, qui ſimul ſit limes non cohæſionis, dimoveatur de peripheria, continuo ſibi relictum magis ab eadem recedet*; nam ſi *ultra peripheriam* dimovebitur, erunt *A C*, & *B C* majores, quam forent in peripheria terminatæ; ſi *citra peripheriam*, minores erunt; adeoque *ultra peripheriam* major erit vis repulſiva puncti *A*, & minor vis attractiva puncti *B*; quibus *in Fig.* 6. *n.* 2. debite notatis, completoque parallelogrammo *L M* procurret *C* per diagonalem *C I* ſurſum verſus tendentem; *citra peripheriam* major erit vis attractiva puncti *A*, & minor vis repulſiva puncti *B*, quibus denuo *eadem Fig. 6ta* notatis, completoque parallelogrammo *L M*, abibit *C* per *C I* deorſum vergentem. *Ergo ſemper ſibi relictum magis a peripheria recedet.*

*Schol.* Talis fere eſt viciſſitudo motuum, ac virium *inter tria puncta.* Quid jam, ſi 4, 5, 6, &c. mutuo in ſe ſe agant? Quid ſi maſſæ integræ innumeris prope punctis conſtantes? an non incredibilis quædam virium ac motuum varietas conſurget? Conſurget ſane; ſed motus illi omnes utcunque varii ex unica lege noſtra velut ſponte ſua profluunt; ſed omnis illa virium compoſitio, & actionum diverſitas repetenda eſt *a numero, & diſtributione punctorum* particulas minimas inſenſibiles conſtituentium; ſed denique motus illi diverſiſſimi exſurgunt *duntaxat in minimis diſtantiis*, nam *in majoribus* habetur actio unica, ſcilicet attractiva. *A parvitate diſtantiarum* pendet tanta virium, ac motuum diſſimilitudo in particularum cohæſione, fermentationibus, odoribus, ſaporibus &c. *Ex magnitudine diſtantiarum* ratio ſumenda eſt, cur gravitas omnium corporum e. c. ter-

reſtrium proportionata ſit maſſæ, in quam tendunt, & quadrato diſtantiæ; ſeu: cur vis illa, quæ motum corporum inæqualium ex æquali altitudine delabentium accelerat (*ſubmotis impedimentis externis*) æqualis ſit. Sic aurum, & plumula ex eadem altitudine demiſſa eadem ad ſenſum celeritate delabuntur *in vacuo*.

**§. 38.** *Curva hucuſque expoſita exhibet legem virium.* Pr. Vires in ultimis diſtantiis repulſivas, cuivis velocitati exſtinguendæ pares, imminutis in infinitum diſtantiis creſcentes in infinitum, auctisque decreſcentes exhibet *crus primum aſymptoticum D g t E*, cum ſuis ordinatis. Vires evaneſcentes ſignificantur punctis, quæ *limites* dicimus. Alternatio vis repulſivæ, & attractivæ exprimitur per viciſſitudinem *arcuum ſuperiorum*, & *inferiorum*. Perpetua denique attractio agens in majoribus diſtantiis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum per ordinatas a crure aſymptotico *T p s V* ductas ad axem *A C*.

*Schol.* *At inquies*: Neque inter puncta elementaria, neque inter corpora dantur illi *axes*, *arcus*, *ordinatæ* &c.; ergo per axes, arcus, ordinatas &c. nequeunt explicari corporum proprietates; ac proinde omnis hæc curva videtur eſſe figmentum. ℞. Sicut non ſphæra armillaris figmentum eſt, ſic neque curva noſtra. Sane non dantur in corporibus *axes*, *arcus*, *ordinatæ* &c., at dantur ea, quæ per *axes*, *arcus* &c. deſignantur. Sed neque in cœlo dantur *Horizon*, *Meridianus*, *Æquator*, aliaque ejuſmodi nota Aſtronomis nomina; quis tamen neget recte ea feliciterque adhiberi? *Dices II.* Qui hanc virium legem tuentur, nequeunt definire, qua in diſtantia attractio obtineat, aut repulſio; item quibus in diſtan-

diſtantiis repulſioni ſuccedat attractio, ac viciſſim; ergo tam curva illa, quam lex virium, quæ perpetuo diſtantiarum meminit, inutiles ſunt. ℞. Definiri iſtud non poteſt, quia neque ſenſus tam acuti, neque inſtrumenta adeo exacta, neque modus ullus ſuppetit, ut puncta ſimplicia, eorumque ab invicem diſtantias detegere poſſimus. Sed non propterea inutilis eſt curva, aut lex virium; ſecus & Aſtronomiam, quæ neque numerum ſtellarum fixarum, neque diſtantias earundem tum inter ſe, tum a Sole determinat, neque alia exacte definit, ſed pleraque *duntaxat ad ſenſum*, inutilem eſſe oportebit.

*Schol. II.* Imaginem curvæ virium a Neutono propoſitæ exhibet noſtra Figura 3tia. Non placet, quia in hac ordinatæ verſus eandem continuo plagam diriguntur, proindeque nulla habetur attractionum, ac repulſionum ſucceſſio. 2do: quia perpetuo ordinatæ creſcunt in ratione reciproca duplicata abſciſſarum, ideoque & vires; quod tamen fallere in minimis diſtantiis evincunt naturæ phænomena. Certe ſi imminutis diſtantiis creſcit attractio in ratione duplicata, fortius attrahentur moleculæ corporis denſioris, quam minus denſi, fortiusque cohærebunt particulæ auri, quam adamantis.

# Caput IV.

## Applicatio Legis ad præcipuas Corporum proprietates.

§. 39. Proprietates, ſive qualitates, & affectiones corporum aliæ ſunt *generales*, quæ corporibus omnibus inſunt, aliæ *particulares*, quas in omnibus corporibus non experimur. Ad proprietates generales ſpectant *ſoliditas*,

ſive impenetrabilitas, *extenſio*, *diviſibilitas*, *cohærentia*, *mobilitas*, *inertia*, *vis attractiva*, & *gravitas*. Ad particulares: *raritas*, *denſitas*, & ex iis nata *diverſa gravitas ſpecifica*, *mollities*, *durities*, *fragilitas*, *ductilitas*, *glabrities*, *aſperitas*, & quæ ad eam conſequitur *frictio*, *elaſticitas*, *reflexio*, & *fluiditas*, ad quam revocabo corpora *liquida*, *humida*, & *viſcoſa*.

*Schol.* Sunt quidem aliæ adhuc corporum affectiones naturales, *ut lux*, *calor*, *frigus*, *color*, *ſonus*, *odor*, *ſapiditas* &c., de quibus tamen opportunius agetur alibi.

§. 40. Præter naturales iſtas affectiones dantur etiam proprietates quædam Chemicæ, ſic dictæ, quod in operationibus Chemicorum per miros effectus ſe manifeſtent. Sunt eæ: *fermentatio*, *ſolutio*, *præcipitatio*, *concretio*, & *liquatio*. De ſingulis pauca; ſed primum de proprietatibus corporum naturalibus.

## Proprietates naturales.

§. 41. Inter generales proprietates primum ſibi locum vendicat *ſoliditas*, ſive *impenetrabilitas*, in qua nonnulli Philoſophi corporum eſſentiam conſtituunt. Eſt vero ſoliditas ea corporis affectio, *qua alterum de loco ſuo excludit* ita, ut nullis naturæ viribus adigi poſſint corpora duo ad locum eundem ſimul, ac ſemel occupandum.

*Schol. I.* Phyſica hæc ſoliditas diſtinguenda eſt ab illa Mathematica, quam Geometræ in ſua dimenſione trina conſtituunt, & omnino penetrabilem eſſe ſupponunt,

nunt, e. c. eum demonſtrant: *ſolida duo parallelepipeda inter eadem parallela plana conſtituta eſſe inter ſe = lia.* Liquet autem gemina illa parallelepipeda ſe ſe mutuo penetrare debere.

*Schol. II.* Eadem hæc ſoliditas Phyſica non excludit penetrabilitatem apparentem, quæ habetur, dum e. c. oleum pertranſit marmor duriſſimum, lux vitra, aut gemmas, aër poros corporum &c. Penetratio hæc *vulgaris* eſt, non *vera.*

*Schol. III.* Non modo *corporibus*, ſed & *punctis elementaribus* convenit dicta ſoliditas. Atque ea potiſſimum de cauſa *nequit eſſentia corporum conſtitui in impenetrabilitate*; eſſentia enim convenire debet *omni*, & *ſoli.* Adde, quod etiam ſpiritus impenetrabiles eſſe, ſive corpus de loco ſuo excludere poſſunt; ſi enim materiam *de loco movere* valent, cur non & *arcere*? Denique ſi eſſentia corporum ſit impenetrabilitas: corpora compenetrata corpus non erunt, cum eſſentia ad omnem latiſſime ſtatum pertingat. *At inquiunt* adverſarii: non impenetrabilitas *actualis*, ſed *exigentia* impenetrabilitatis, quam alii *impenetrabilitatem radicalem*, vel *in actu primo* dicunt, eſſentia corporum eſt, quæ ſpiritibus nullis convenit, ſed corporibus. *Reddam ego*: ſed autem non ſolis; nam convenit etiam *punctis elementaribus.* ℞. 2do: Quid exigentiæ illius nomine veniat, ſatis non aſſequor: an enim deſiderium quoddam intelligunt, ac cupiditatem? Rideo. An coactionem aliquam, ac neceſſitatem DEO inferendam, ut Iſte (niſi pro abſoluto dominio ſuo agere velit) corpus arceat de loco, quem corpus aliud jam occupavit? Abominor. An denique vim, ac poteſtatem excludendi alterum? Sed ipſam hanc vim licet corporibus ſingulis ineſſe non diffitear, ajo tamen tam in ſpiritus cadere, quam in puncta elementaria. Alii dicunt: exigentia hæc figmentum eſt, terminus inanis eſt, cui nulla notio reſpondet, plane ſicut *appetitus materiæ ad omnes formas ſubſtantiales, aut her-*

*rer vacui.* Sed hæc non ego, qui mitius ſcribere amo.

*Inquiunt II.* In eo attributo ſtatuenda eſt natura corporum, ex quo proprietates reliquæ deduci poſſunt. Deducitur autem ex ſoliditate extenſio, inertia, mobilitas, cohærentia, diviſibilitas &c.; ergo. ℞. Oportet ſimul id genus prædicatum primum in corpore concipiatur, & ſoli corpori conveniat. Soliditas autem primum prædicatum non eſt; derivatur enim ipſa ex vi repulſiva corporum. Convenit etiam punctis elementaribus. Quid? quod attributa reliqua ex ea deduci haud poſſunt.

§. 42. *Puncta elementaria, & corpora omnia naturaliter ſolida ſunt, ac impenetrabilia.* Pr. Ima P. Puncta in ultimis diſtantiis ita ſe repellunt, ut imminutis in infinitum diſtantiis augeantur vires repellentes in infinitum, ſintque cuivis velocitati exſtinguendæ pares (§. 17. 18. & 19.); ergo nunquam penetrari poſſunt. Pr. IIda Pars. Si non puncta, nec corpora ſe ſe mutuo penetrare poſſunt; penetratio enim corporum fieri deberet ſecundum elementa; atqui; ergo. Cæterum ſatis corporum ſoliditatem evincit quotidiana experientia; quodvis enim corpus aut non ſinit locum ſuum ab altero occupari, aut ſi reſiſtere nequeat, recedit.

*Schol.* Solaimo experientia apta eſt naturalem corporum ſoliditatem evincere. Habita nempe experientia primum arguimus: ergo cum nulla vi naturali corpora adigi poſſint, ut ſe ſe in rigore penetrent; tam corporum, quam punctorum vires in ultimis diſtantiis ſunt repulſivæ &c.

§. 43. *Facile ſoliditas explicatur ope curvæ.* In hac enim habetur crus aſymptoticum *D E* (Fig. 2da); quare ordinatæ *b t*, *a g* &c. creſcunt in ratione inverſa diſtantiarum, ac proinde imminutis in infinitum diſtantiis creſcunt *vires repulſivæ* in infinitum, & ſunt cuivis velocitati exſtinguendæ pares; neque aliter, quam infinita virtute DEI ſuperari poſſunt. Hinc fieri nunquam poteſt, ut corpora, naturæ viribus relicta, vel puncta compenetrentur.

§. 44. *Extenſio* ea corporum affectio eſt, *qua exigunt habere partes extra ſe poſitas, easque ſaltem judicio ſenſuum conjunctas.* Juxta alios: *eſt multorum extra ſe invicem exiſtentium coëxiſtentia in uno.* Supervacaneum, credo, agerem, ſi corpora omnia extenſa eſſe, demonſtratum irem.

*Schol.* Naturam corporis *in extenſione* ſitam eſſe opinantur Carteſiani, qua in opinione propugnanda toti ſunt. *Male opinantur*: Si enim extenſio ſit corporis natura, oportet ex ea fluant proprietates corporum omnes, ſicut ex natura △li, aut circuli fluunt omnes harum figurarum proprietates, ait *Muſchenbroekius.* 1do Oportet, primum ſit prædicatum. Oportet 3tio: Conveniat ſemper corporibus. Non fluit autem ex ſola extenſione *vis inertiæ*, *vis* attractiva, *ſoliditas*, *mobilitas*, &c. 2do: Non eſt primum prædicatum; quo enim jure primum dicatur? cur non ſoliditas prior. 3tio: Non ſemper convenit corporibus; nam corpora virtute Divina compenetrata adhuc manent corpora, licet non extenſa; ergo. *Dices*: Concepta extenſione concipitur corpus; ergo. ℞. Etiam concepta gravitate concipitur corpus, ſed non natura corporis.

§. 45. *Extenſio facilem habet explicatum in theoria noſtra.* Sponte enim ſua fluit ex impenetrabilitate; nam ſi puncta materiæ in minimis diſtantiis ſe repellunt, neceſſe eſt, ſit punctum extra punctum, molecula extra moleculam; ergo.

§. 46. *Diviſibilitas*, ſeu *Sectilitas* (nota ex terminis affectio) *communis eſt omnibus corporibus, & admiranda in plurimis.* Componuntur enim ex ſubtiliſſimis materiæ particulis, omnem adeo captum hominum ſuperantibus; ergo (§. 1. axiom. 3.).

*Schol. I.* Admirabilis illa particularum corpora componentium ſubtilitas ex paucis, quæ adduco, exemplis, uberius patebit. Unicum auri granum, teſte *Hallejo*, ſecari poteſt in 10,000 partes ſatis ſpectabiles. Cumque unicum auri granum æquet circiter $\frac{21}{100,000}$ unius digiti cubici, ſequitur: digitum cubicum auri ſecari poſſe in partes nudo oculo ſatis viſibiles 47, 619, 047.

II. *Auguſtæ Vindelicorum* ex uno auri grano ductum erat filum pedes 500 longum = 6000 poll. (ſingulis enim pedibus tribuuntur 12 pollices). Eſt vero pollex quilibet diviſibilis in partes 600 viſibiles, quarum ſingulæ adæquent capillum tenuiorem humanum; ergo unicum auri granum duci poteſt in partes 3,600,000.

III. Si cupri granum unum ſolvatur in ſpiritu ſalis Ammoniaci, & orta inde ſolutio admiſceatur 28534 granis aquæ, eam cæruleo colore tinget. Pondus autem unius aquæ grani æquatur $\frac{37}{10,000}$ digiti cubici; quare

pon-

pondus granorum 28534 $= \frac{1,055,758}{10000} = 105 + \frac{5758}{10000}$

Pollex (ut ſupra dixi) diſtinguitur in partes 600 utcumque viſibiles; ergo pollex cubicus in partes $600 \times 600 \times 600 = 216,000,000$; proinde cum unico cupri grano tinguntur 105 digiti cubici $+ \frac{5758}{10000}$ (ſed fractionem compendii cauſa negligam) tinguntur actu 22,680000000 partes viſibiles. Sique tinguntur, neceſſe eſt, ut ſit pars aliqua hujus cupri in ſingulis iſtis 22,680,000,000 partibus aquæ; quare in totidem ad minimum, diviſum erat unum cupri granum.

IV. Teſte *Leuwenbockio*, ſi aquæ immittatur granum piperis, viſuntur in ea animalcula, quorum diameter ſit ad diametrum grani ſabuli majoris, ut 1 : 1000. Pono animalcula figuram ſphæricam induiſſe. Quia (*per Matheſim*) *ſphæræ ſunt in ratione triplicata diametrorum*, erit animalculum ad granulum ſabuli ut 1 : 1000,000,000. h. e. mille milliones animalculorum horumce ſibi compoſitorum adæquant volumen grani ſabuli majoris. Facile jam adducor, ut credam, quod ſcripſit *Keillius*: id genus animalculorum plura millia ſuper aciculæ alicujus cuſpide conſiſtere, atque commode ſatis choreas agere poſſe. Sed ſunt animalcula hæc organica, inſtructa venis, fibris, arteriis, nervis, muſculis, vaſisque aliis, per quæ fluunt humores. Quantam iſtorum eſſe oportet ſubtilitatem!

V. Odor corporum (qui ſitus eſt in profluviis quibusdam ſalinis, & ſulphureis a corpore odorifero profuſis, & ad vellicandum organum ſenſorium reſpiratione delatis) facile percipitur ad ſpatium 5, & plures pedes longum, quin pondus corporis odoriferi imminuatur. Diffunduntur itaque profluvia in ſphæram, cujus ſemi-diameter = 5 pedibus. Porro: ſi ſphæra hæc dividatur in partes 4tas digiti cubici, complectitur earundem 57,839,616. Ergo ſi in una quarta par-

ta digiti cubici vel unum habetur profluvium, erunt in tota ſphæra effluvia 57,839,616. Incredibile autem eſt unicum haberi (cum effluvia tam rara vix ſenſum afficere poſſent), plura igitur haberi debent. Sed tamen pondus corporis odoriferi ſenſibiliter non minuitur.

VI. Actione ignis mire dividuntur corpora: *Sturmius* ſubducto calculo comperit: granulum thuris vi ignis diviſum eſſe in partes 750 $\frac{13}{-}$ plures. Aquæ uncia una vi ignis in Æolipila reſolvitur in vapores, vel exiguas admodum particulas plures, quam ſequentibus notis exprimantur: 133650 $\frac{5}{-}$. Unico temporis ſcrupulo ſecundo ex lampadis ellychnio plures particulæ lucis erumpunt, quam 418660 $\frac{39}{-}$, (compendii cauſa feci ſigna $\frac{13}{-}$, $\frac{5}{-}$, $\frac{39}{-}$, Indicium hoc eſt: in primo caſu poſt notam 5: poni debere 13 Zeros. In altero iterum poſt 5, ponendos eſſe Zeros 5. In tertio poſt notam 6: Zeros 39). Fumus, & lux ex obviis corporibus dimanans demonſtrant molecularum ea componentium ſubtilitatem, quæ concipi vix poſſit. Stilla olei totum conclave replet lumine. Fumus (inprimis e *pice*, *ſulphure*, *reſina* &c. ortus) integras adeo plateas pervadit, & anguſtiſſimas quasque rimas permeat.

*Schol. II.* Sed quantacunque ſit corporum ſectilitas, & corpuſculorum ea componentium exilitas, non tamen corpora ſunt diviſibilia *in infinitum*, ut volunt *Keillius*, *Muſſchenbrookius*, aliique. Cum enim omnia corpora (*per Metaphyſicam*) componantur ex entibus *ſimplicibus*, propterea que *indiviſibilibus*, opus eſt, cum ad ea viribus non quidem naturalibus (quod vix fieri poſſe arbitror) ſed quibuscunque aliis deventum fuerit, ceſſet ulterior diviſio. Scio, argumentum hoc explodi ab Adverſariis entia ſimplicia negantibus; negant autem, quia cen-

cenſent, quod ex inextenſis neutiquam fieri poſſit extenſum. Sed revocandi ſunt ad Metaphyſicam. Contra vero adverſarios, propugnantes diviſibilitatem corporum in infinitum, militant ſequentia:

I. Omne corpus eſt finitum, quare non poteſt continere partes infinitas, cum infinitum nequeat contineri in ente finito. II. Si corpora in infinitum dividi poſſunt, ſequitur: magnitudinem minimam æquari maximæ, cum ambæ contineant infinitum, infinitum autem non ſit > unum altero. III. Vel certe ſequitur infinitum aliud alio > eſſe, vel <. *Scio iterum*, quid reſpondeatur. Ajunt I. Licet magnitudo infinita non poſſit contineri in magnitudine finita, poteſt tamen numerus partium infinitus contineri in magnitudine finita. II. Non ſequitur, inquiunt; magnitudinem minimam æquari maximæ, cum non repugnet infinitum alterum altero eſſe > vel <. Aſſerta ſua probant ex conceptibus Mathematicis, quos hic loci non adducam conſtrictus pagellarum brevitate. Unum iſtud breviſſime innuo: ſi magnitudo finita Mathematice concepta complectitur *infinitum*, erit illud *mere imaginarium*. Mathetæ corpus ſpectant duntaxat ſub trina dimenſione: in longum, latum, & profundum. A cæteris qualitatibus præſcindunt. Phyſici non item. *Scio denique* affirmari a multis: corpora non quidem ullis naturæ viribus actu diviſibilia eſſe in infinitum, ſed concipi debere. Primum dicam ego: neque virtute Divina corpora actu dividi poſſe in infinitum. Neque iſtud dicendo, derogo Omnipotentiæ DEI; iſtius enim non eſt facere, quæ contradictionem implicant; implicat autem partes infinitas contineri in ente finito. Alterum eſt: quod conceptus *entis finiti diviſibilis in infinitum* ſit mere *Mathematicus*, non Phyſicus. Phyſicus ad vim repulſivam imminutis in infinitum diſtantiis creſcentem in infinitum, aliaſque corporum qualitates, advertere ſemper debet.

§. 47. *Cohærentia*, ſeu *Cohæſio eſt conjunctio partium ſive actualium, ſive poſſibilium.* Conjunctio partium actualium plerumque dicitur *adhæſio*, poſſibilium *unio*; ſed utraque generico nomine *cohæſio* audit. *Adhæſio* pertinet ad partes *majores*, unio ad *minimas*. *Cohæſio partium majorum* eſt conjunctio earum partium, quæ ſenſuum judicio unum extenſum non efficiunt. *Cohæſio partium minimarum* habetur, dum partes cohærentes ſenſuum judicio unum extenſum efficiunt. De ultima hoc loco agam.

*Schol.* Actuales partes dicuntur Metaphyſicis, quæ propriis ſuis terminis continentur. Tales ſunt partes *horologii*. *Poſſibiles*, in quibus termini *pro arbitrio* poſſunt conſtitui, ut in tabula *marmorea*, cujus nulla pars re ipſa habet terminos *citra noſtram deſignationem*.

§. 48. *Cohæſio partium minimarum repetenda eſt a locatione partium, vel punctorum in iis limitibus, in quibus, aucta diſtantia, tranſitur a repulſione ad attractionem*, quos ideo *limites cohæſionis* dicimus. Pr. In eo conſtituenda eſt partium cohæſio, quo poſito partes reſiſtunt tam ſui compreſſioni, quam diſtractioni; atqui poſita locatione partium in limitibus cohæſionis partes reſiſtunt tam ſui compreſſioni, quam diſtractioni; ergo. M. patet, nam intellecta hac reſiſtentia intelligitur cohæſio. m. pr. ex §. 36. theor. 2. & 4.

*Coroll.* Per locationem partium in limitibus cohæſionis explicanda ſunt omnia phænomena cohæſionis.

Ex-

Explicata do aliqua: I. *Impulſo uno puncto cohærente impellitur & alterum*, quia ſi punctum unum urgeatur contra alterum, repelletur illud alterum, repulſumque præcedet; ſi ſubducatur alteri, attrahetur alterum illud, & attractum ſequetur (§. 36. theor. 6.). II. *Corpora alia aliis firmiora ſunt*, ſeu partes aliquorum firmius ſibi cohærent, magisque reſiſtunt ſui compreſſioni, aut divulſioni, quia partes firmiorum corporum ſtatuuntur in ejusmodi limitibus, in quibus curva ſecat axem *fere perpendiculariter*, & deinde *longius* ab eo recedit (§. 35.). III. *Sæpe partes corporum denſiorum non æque firmiter cohærent, ut minus denſorum*, quod videre eſt in auro, & adamante; quia vis limitum cohæſionis non pendet a vicinitate punctorum, ſed *ab inclinatione, & receſſu arcuum* (§. 35. Coroll.). IV. *Sæpe rumpuntur, aut diffringuntur corpora*, eorumque moleculæ, quæ prius cohæſerant, urgente vi extranea a ſe ſe mutuo avelluntur, quia a limitibus cohæſionis remota abeunt ad limites non cohæſionis, in quibus ſui diſtractioni non reſiſtunt (§. 36. theor. V.), &, e quibus dimota ad priorem ſitum non redeunt (§. cit. theor. III.). V. *Quantumcunque corpora fiſſa, aut rupta ſibi ſubinde interantur, priori firmitate non cohærent*; quia eorundem particulæ aliquæ (eæ potiſſimum, quæ in ſuperficie ſcabra corporis rupti prominent) ultra limites cohæſionis progreſſæ deveniunt ad diſtantiam validiſſimæ repulſionis, ſicque cæteras prohibent ad priſtinos cohæſionis limites reverti. VI. *Applanatæ, & compreſſæ ſuperficies utcunque ſibi cohærent*, quia applanatione illa, & compreſſione acquiritur inſignis multitudo limitum cohæſionis.

*Coroll. II. Inferes*: Rejicienda ergo eſt ſententia *Epicuri*, & *Gaſſendi* cohæſionem repetentium *a corpuſculis hamatis, uncinatis*, & quocunque alio modo configuratis. II. Rejicienda eſt opinio *Carteſii* exiſtimantis cohæſionem ſitam eſſe *in quiete partium*, ſeu, ideo

partes

partes cohærere, quod juxta ſe poſitæ quieſcant; hinc vero *in fluidis* minorem ajebat eſſe cohæſionem, cum partes fluidorum perpetuo quopiam motu inteſtino agitentur. III. Rejiciendus eſt *Purchotius*, & recentiores nonnulli, putantes cohæſionem pendere *a mutuo partium contactu* ſecundum ſuperficies planas, & *a preſſione aëris* incumbentis. IV. denique rejiciendi ſunt *Neutonianorum aliqui*, docentes cohæſionem repetendam eſſe a mutua partium attractione, quæ imminutis diſtantiis creſcat, & in contactu immediato ſit maxima.

*Refellitur opinio I.* nam *hami* illi, & *unci* partibus utique ſuis conſtabunt, iisque mutuo ſibi *cohærentibus*. Per quid vero *cohærebunt?* an per alios iterum hamos, & uncos? Fallor vehementer, niſi hoc pacto admitti putem proceſſum in infinitum. *Non placet opinio II.* cum *ex quiete partium* non intelligatur partes reſiſtere ſui *compreſſioni*, aut *avulſioni*, ſed duntaxat *motui locali*; atqui ex eo, quod particulæ reſiſtant motui locali, non intelligitur earundem cohæſio; ergo nec ex quiete partium. Pr. m. Cohæſio involvit majorem reſiſtentiam, quam qua reſiſtitur motui; longe enim difficilius ſeparantur partes e. c. marmoreæ *ſibi cohærentes, ac unitæ*, quam *contiguæ*, & *non unitæ*. Cur vero? quia ſcilicet particulæ cohærentes & unitæ reſiſtunt non modo *motui locali*, ſed & *diſtractioni*; aliæ autem ſolum vi inertiæ reſiſtunt motui; ergo. *Confirm.* Reſiſtentia, qua reſiſtitur motui locali, communis eſt omnibus corporibus, etiam ſibi non cohærentibus; ergo ex ea intelligi nequit cohæſio. *Fallit opinio III.* Si enim cohæſio pendeat *a mutuo ſuperficierum planarum contactu*, per quid tandem ſibi cohærebunt lineæ ſuperficiem componentes? per quid puncta linearum partes? 2do: oportebit ſuperficies quascunque *æque lævigatas* eodem modo cohærere; non autem æque cohærent, quod teſtantur cylindri duo *marmorei*, aliique duo *eburnei* (§. 16. Schol. III. Obj. I.); ergo. *Ab aëris preſſione* cohæſionem non pende-

re

re evictum eſt primum *e vacuo Boyleano*; tum *extra hoc* e minore preſſione aëris, quam ſit cohæſio; denique ex æquali reſiſtentia aëris interni communicantis cum externo premente; quæ ſingula fuſius deducta reperies *loco ſupr. cit.*
*Errant IV. Neutonianorum aliqui*, quibus attractio agens in ratione reciproca duplicata diſtantiarum cauſa eſt cohæſionis; nam ex doctrina hac manifeſte ſequitur: majorem fere cohæſionem in corporibus denſioribus, quam minus denſis: majorem *in auro*, quam *in adamante*. Fallit conſequens; proinde & antecedens.

Prob. Sequ. M. quia $D = \frac{M}{V}$, ut alibi dicetur, ſunt *denſitates* in ratione compoſita ex directa *maſſarum*, & inverſa *voluminum*, ſeu: $D : d = Mv : mV$. Jam ſi $V = v$, erit $D : d = M : m$. Quare quo *denſius* eſt corpus, hoc *plus maſſæ* habeat, eſt neceſſe. Major maſſa ſub eodem volumine arguit majorem vicinitatem particularum minimarum, aut punctorum maſſam conſtituentium. Major vicinitas, ſeu minor diſtantia infert majorem attractionem (*in horum quidem ſententia*), majorque attractio majorem cohæſionem. *Aurum* igitur *firmius cohærere* deberet, quam *adamas*.

*Schol. I.* Moneo iterum: non agi hoc loco de cohæſione *partium majorum*, quas *aliquando* per *ſolam aëris preſſionem*, aut *figuram* cohærere nunquam dubitavi.

*Schol. II. Oppoſitiones ad §. 48. & Coroll. II. pertinentes.* Ima: Nihil eſt ſine ratione ſufficiente (*per Metaph.*) proinde nec cohæſio. Atqui ſi cohæſio repetenda eſſet a locatione punctorum in limitibus cohæſionis, haberetur cohæſio ſine ratione ſufficiente; ergo. Pr. m. cohæſio haberetur ſine viribus; vires autem ſunt ratio ſufficiens effectuum quorumlibet; ergo. Pr. M. in limitibus tam cohæſionis, quam non cohæſionis nullæ habentur ordinatæ, proinde neque vires; ergo.

R.

℞: N. ſubſ. m. Ad Pr. N. M. ad hujus Pr. D. A. in limitibus nullæ habentur vires, habentur tamen in diſtantiis utrinque conſequentibus C. A. neque in iſtis habentur N. A. & Cm. Ratio ſufficiens, cur puncta, aut particulæ minimæ corpora conſtituentes delatæ fuerint ad limites cohæſionis, erat vis ſive attrahens, ſive repellens, prout puncta, vel moleculæ ſitæ erant ſub arcu attractivo, vel repulſivo. Cur porro ad limites cohæſionis delatæ ſibi cohæreant, illud ratio ſufficiens dici debet, per quod reſiſtunt tam ſui compreſſioni, quam diſtractioni; atqui per locationem in dictis limitibus, quos immediate conſequuntur vires hinc attractivæ, illinc repulſivæ, reſiſtunt tam ſui compreſſioni, quam avulſioni; ergo. Dici etiam poteſt: puncta, vel particulas *ad limitem cohæſionis jam ante delatas* in iis perſeverare, ſtatumque ſuum conſervare *per vim inertiæ*; non igitur pergunt cohærere ſine vi, & ratione ſufficiente. *At inquies*: ergo vis inertiæ cauſa eſt cohæſionis. ℞. N. C. vis inertiæ ſupponit locationem punctorum in limitibus cohæſionis, quæ ipſa locatio cauſa eſt cohæſionis.

II. Puncta in limitibus quibuscunque locata (proinde etiam *in limitibus cohæſionis*) quieſcunt, ut dictum §. 36. theor. I.; ſed per quietem explicari non poteſt cohæſio; neque igitur per poſitionem punctorum in limitibus cohæſionis. ℞. C M. D. m. per quietem omnino independentem a viribus nequit explicari cohæſio C. m. dependentem a viribus N. m. & Cm. *Dices iterum*: Si cohæſio explicetur per limites cohæſionis, explicatur per quietem *independentem a viribus*; in limitibus enim nullæ ſunt vires; ergo. ℞. D. A. in limitibus nullæ ſunt vires, conſequuntur tamen in diſtantiis mox utrinque vicinis C. A. non conſequuntur N. A. & Cm. Aucta parumper diſtantia, vel imminuta, continuo habentur vires urgentes punctum ad priorem ſitum reverti.

III.

III. Si puncta, vel particulæ ſibi cohærent ideo, quia delatæ ſunt ad limites cohæſionis, poterunt *partes diffracti* alicujus corporis *bene politæ*, *ſibique intritæ* eadem vi cohærere, qua prius; atqui iſtud repugnat experientiæ; ergo. Pr. Sequ. M. poterunt ſuperficies corporum ruptorum devenire ad priores cohæſionis limites; ergo. ℞. N. Sequ. M. ad Pr. N. A. utcunque politæ ſint corporum quorundam ſuperficies, ſemper tamen prominentiæ, & denticuli habentur nulla arte penitus abradendi, quod in ſpeculis etiam politiſſimis produnt ſeu *microſcopia*, ſeu *muſcæ* per ea, ſitu verticali erecta, inambulantes. Ipſæ hæ partis unius prominentiæ ſic in alterius foveolas, & cavitates ſe ſe inſinuare nequeunt, ut ad diſtantias minores, ac validiores quospiam limites deveniant; ſcilicet: prohibet iſtud vis repellens, quæ ſe punctis quibusdam prominentibus objiciendo efficit, ne aliæ ad foveolas poſſint penetrare.

IV. Licet diſtantia inter ſeparatas fiſſi, aut rupti corporis partes augeatur, ſibi tamen intritæ poterunt cohærere; ergo. Pr. A. Auctis licet diſtantiis adhuc haberi poſſunt limites cohæſionis, cum ex lege virium in minoribus diſtantiis per vices multas habeatur attractionis, ac repulſionis alternatio (§. 7. & 22.); ergo. ℞. N. A. Ad Pr. D. A. Etiam aucta diſtantia habentur limites cohæſionis, ſed caſibus nonnullis admodum debiles, & languidi, ac prope inſenſibiles C. A. Æque fortes, ac validi, ut prius N. A. Sic D. Cs. & N. Cm. Separatæ corporum partes non raro adhærent magis, minusve, pro ratione limitum cohæſionis; fieri enim poteſt, ut aucta diſtantia habeantur jam validiores cohæſionis limites, jam infirmiores; cum robur limitum non pendeat a vicinitate punctorum, vel particularum, ſed ab inclinatione, & receſſu arcuum.

V. Quantumvis duos inter cylindros (quos §. 14. recenſui) ſebo fuſo interjecto augeatur diſtantia; ſibi

tamen cohærent; multoque validius cohærent, quam ſi mutuo ſibi interantur abſque ſebo; ergo aucta diſtantia habentur bene validi limites cohæſionis. ℞. D. A. Cohærent ſibi, quia diſtantia inter paucas cylindrorum partes augetur, ſimulque augetur attractio inter partes plurimas C. A. augetur diſtantia inter partes plurimas, aut non augetur attractio N. A. & Cm. Primum interjectio ſebi fuſi auget diſtantiam inter paucas cylindrorum partes; adhibetur enim fere explendis duntaxat cavitatibus, quæ in ſuperficiebus etiam politiſſimis remanent, quibus expletis puncta duarum ſuperficierum longe æquabilius ad eaſdem diſtantias deferuntur. Hinc ne diſtantiæ inter plurimas ſuperficierum partes augeantur, utque cavitates accuratius expleantur, *ſebum fuſum* interjicitur, ſeu calidum; non vero frigidum. 2do Quantumvis augerentur diſtantiæ, ſimul tamen *augetur vis attractiva*; nam ipſæ adeo ſebi particulæ cavitates ingreſſæ trahunt cylindri utriuſque partes in ſuperficie poſitas. *Dices:* Etiam aqua cylindris duobus interjecta explentur cavitates, nec tamen ſic augetur attractio, ut cylindri æque firmiter conjungantur, ac interpoſito ſebo; ergo inane refugium eſt in cavitatibus expletis. ℞. I. Nego ſuperficierum cavitates interjecta aqua ad amuſſim expleri; figura enim moleculårum aquearum minus proportionata eſſe videtur implendis accurate cavitatibus; hinc marmoribus, aut metallis interjecta minus firmiter ea conjungit, quam oleum; plane ſicut gluten lignis *denſioribus*, aut ſuperficiebus *eburneis* illitum minorem exerit attractionem, quam ichthyocolla. ℞. II. Si liberaliter dem: æque expleri cavitates omnes aqua interjecta, ac ſebo fuſo; dicam tamen inæqualem haberi ſuperficierum conjunctionem propterea, quod aqua minus trahat, quam ſebum. In cauſa eſt varius numerus, ſitus, ac diſtributio moleculårum, ſive punctorum gemina hæc corpora conſtituentium, a qua numeri, ac diſtributionis varietate varietas pendet attractionis.

VI.

VI. Nequit in hac theoria explicari Imo : cur alia corpora reddantur magis cohærentia *frigore*, alia *igne*. Sic *frigore* in maſſas firmas abeunt *metalla*, *reſinæ terreſtres*, *vitra* prius ab igne liquefacta. *Ferrum* item, ac *chalybs ignitus* ſubito in frigidam aquam immiſſus indureſcit. *Telæ aranearum* e materia fluida contextæ in aere conſolidantur. *Ignis ope* in lateres firmiſſimos abit *molle lutum*; *ovorum albumen*, *caſeus* item, ac *creta* indurantur. IIdo : Cur fluidorum aliqua ſibi admixta coëant in maſſam firmam. Sic teſte *Muſchenbroekio* ſpiritus *cornu cervi* cum *alcohole vini* permixtus coit in duram maſſam. Albumen ovi cum ſpiritu ſalis forti continua agitatione firmiter concreſcit. Oleum olivarum, & aqua fortis coagulantur in maſſam friabilem. Admixtum *lacti acidum* vertitur in durum caſeum. IIItio : Cur nonnulla corpora interjectu aliorum quorundam ſibi cohæreant, alia non item. E. C. *Cineres*, qui expulſis partibus oleoſis nullum fere inter ſe nexum habebant, adjectis ſubinde novis oleis in maſſam abeunt valde cohærentem. Contra vero *aqua*, alias ſolidis adhærere prompta, interpoſita pinguedine non adhæret. R. N. A. Omnium iſtorum ratio eſt *in limitibus cohæſionis*, eorumque validitate, *non autem in majori vicinitate molecularum, aut punctorum*. Nam ſive e corporibus liquefactis, aut candentibus avolent corpuſcula ignea, ſive ignis actione e molli luto depellantur particulæ aqueæ, ſive ignis in corpora quæpiam ſe ſe inſinuans partes terreſtres extenuet, & ſalia ſolvat; ſive corpus quodcunque aliud admiſceatur, vel interjiciatur aliis, ſemper particulæ minimæ diverſorum corporum deferuntur vel ad limites cohæſionis, vel ad diſtantias repulſionis, ſemperque habetur diverſa punctorum poſitio, & conjunctio, qua fit, ut quæpiam corpora firmius cohæreant avolantibus particulis igneis, vel aqueis (quod fit in metallis liquefactis, gleba areſcente), vel interjectis quibusdam aliis, quod fit in cineribus in maſſam duram coëuntibus. Sed & fieri poteſt, ut quæpiam interjectu

aliorum ſibi non adhæreant, quod evenit, ſi aquam inter & ſolidum corpus interjiciantur pinguia.

VII. Si cohæſio pendet a locatione punctorum, vel molecularum in ſic dictis limitibus cohæſionis, non opus erit corporum fibras prius extendi, quam cohæſio partium ruptione, aut diffractione ſolvatur; atqui tamen extenduntur prius; ergo. Pr. m. Ut primum puncta, vel moleculæ a limitibus cohæſionis dimovebuntur, non amplius cohærebunt; ergo. ℞. N. M. Ad Pr. D. A. *Puncta ultra omnes cohæſionis limites dimota* non amplius cohærebunt C. A. Ultra *primos* duntaxat N. A. & Cm. Plures in minimis diſtantiis dari cohæſionis limites dixi §. 34. Schol. II. Puncta a limite cohæſionis dimota ceſſante vi dimovente regredi ad ſitum priorem habet §. 36. Theor. II. Sique a limite cohæſionis dimoveantur ultra proximum limitem non cohæſionis, recedere longius uſque ad proximum cohæſionis limitem, docet cit. §. Theor. III. Huc delata puncta iterum in theoria noſtra cohærebunt; quare ſi omnis partium cohæſio eſt tollenda: neceſſe eſt, puncta dimoveantur *ultra omnes cohæſionis limites*, proindeque prius fibras corporum tendi oportet, quam corpora ipſa rumpi, aut diffringi. Tenduntur vero fibræ corporum magis, minusve, prout puncta vel moleculæ ad majus, minusve ſpatium ſunt diſtrahendæ, pro ratione ſcilicet limitum cohæſionis. Sæpe majore vi opus eſt ad diffringenda corpora, nonnunquam minore, prout nempe puncta ex magis, minusve robuſtis limitibus ſunt removenda.

VIII. Cohæſio explicanda eſt per particulas hamatas, & uncinatas, aut aliter configuratas; non ergo per poſitionem punctorum, vel molecularum in limitibus cohæſionis. Pr. A. Per hamos, & uncos ſibi mutuo implexos reſiſtitur ſeparationi; ergo. ℞. N. A. ad Pr. D. A. Per hamos, & uncos aliquando reſiſtitur, & reſiſtitur ſeparationi *partium majorum* C. A. ſemper reſiſtitur ſepara-

parationi *partium minimarum* N. A. & Cm. Neque omnes partes majores cohærent per hamos, & uncos; multæ enim ſibi connectuntur per contactum ſecundum ſuperficies planas. Sed neque omnes minores; quis enim dicat omnes partes minimas hamos eſſe, aut uncos? Sint immo hami, vel unci (quod interea dabo); per quid cohærebunt puncta elementaria, inextenſa, proptereaque omnis figuræ expertia?

IX. At per configurationem aliam, aut per implexionem partium haberi poteſt cohæſio; ergo. Pr. A. Filamenta variis ductibus contexta conficiunt pannum ſatis cohærentem; ergo & partes ſibi implexæ coaleſcent in corpus utcunque firmum. *Confirmatur.* Microſcopiis exploratum eſt fibras carnium, oſſium, aliorumque corporum ſibi mutuo implexas eſſe; ergo. ℞. N. A. Ad Prob. C. A. D. C. ergo & partes *majores* ſibi implexæ cohærebunt C. Cm. partes *minimæ, aut puncta elementaria* N. Cm. Partes majores figuram habent; ergo per certam configurationem, vel implexionem ſibi cohærere poſſunt. Puncta elementaria figuram non habent; ergo. 2do: Partes majores ſibimet connecti per figuram docet experientia; quæ pro minimis moleculis, aut punctis elementaribus nulla habetur. *Ad Confirm.* D. A. Non tamen exploratum eſt, implexionem illam cauſam eſſe cohæſionis C. A. ſimulque iſtud exploratum fuit, N. A. & C.

X. Figura ratio eſſe poteſt, cur partes corporis facilius ab invicem divellantur (hinc nempe ad ſeparationem partium utimur inſtrumentis acutis, e. g. *cultro, acu* &c., non vero obtuſis); ergo etiam figura ratio eſt, cur partes cohæreant; nam contrariorum eadem eſt ratio, ac diſciplina. ℞. D. A. Figura eſt *ratio occaſionalis* C. A. *formalis* N. A. Sic D. Cs. & N. Cm. Cur partes *ſeparentur*, ratio formalis eſt in vi repulſiva, quæ delatis ad minimas diſtantias inſtrumentis jubet partes

 diſſo-

diſſociari. Cur *facilius ſeparentur* adhibitis inſtrumentis acutis, in cauſa eſt, quod inſtrumentorum aciei reſpondeant partes omnino paucæ, ac proinde modica habeatur reſiſtentia. Sequitur: minus virium impendi in ſuperandam reſiſtentiam, plus contra in ſeparationem partium. Hinc illa facilitas ſeparationis. Quod *de contrariis* additur, ſic intelligendum: contraria pertinere ad eandem diſciplinam; non tanquam ſi in contrariis eadem ſit ratio qualitatum, proprietatum, ac virium.

XI. Ex ſola collocatione laterum validus ſæpe fornix conſurgit; ergo ſimiliter & corpus ex ſolo partium ſitu, eoque independente a viribus. ℞. T. A. N. Cm. Sæpius dixi, diſtinguendum eſſe partes inter *majores*, & *minimas*. Sed neque partes fornicis majores ſola collocatione valide ſibi cohærent; oportet lateres inter, & lapides mittatur calx aquis, & arena, vel Toſo ſubacta. *Eſt autem in toſo, & arena multum vitrioli, in calce multum ſalis alcalini, qui bini ſales in aqua ſolvuntur, in ſe agunt (cum alter ſit acidus, alter alcalinus), partesque terreſtres valde attenuant; præcipue, ſi longo tempore ſibi relinquuntur; hæ maſſæ tum aqua ſubactæ, & frequenter permiſtæ ſecum, ac agitatæ evadunt tandem tenuiſſimæ; idcirco inter aſperas laterum, lapidumve ſuperficies poſitæ accurate ſatis cava implent, poros ingrediuntur, contactum ſuperficierum ſic adaugent, ut cohærentia inde firmiſſima oriatur.* Ita *Muſchenbroekius.*

XII. Habita quiete partium habetur cohæſio; ergo a quiete partium repetenda eſt cohæſio. Prob. A. Poſito motu inteſtino partium non habetur cohæſio; ergo ex oppoſito habita quiete partium habetur cohæſio. *Confirmatur I.* Fluida minus cohærent, quam ſolida, quia fluidorum partes majori motui obnoxiæ ſunt; ergo. *Confirm. II.* Ideo partes aquæ glaciatæ cohærent magis, quam non glaciatæ, quia frigore conſtringuntur, ſicque conſtrictæ minus moventur; ergo. ℞. D. A.

habi-

habita quiete partium, ſimulque *viribus diſtractioni, ac compreſſioni reſiſtentibus* habetur cohæſio C. A. habita ſolum quiete N. A. & Cm. Ad Prob. D. A. Poſito motu inteſtino partium non habetur cohæſio *arguitive.* T. A. *formaliter* N. A. & Cm. Ex motu quidem inteſtino partium arguitur nullam, vel certe modicam haberi cohæſionem in corporibus, quia partes motu illo agitatæ non habent vim cohæſivam ſatis expeditam; ſeparantur enim vires ab impulſione particularum ignearum motum hunc cientium, qua impulſione ceſſante rurſum particulas cohærere neceſſe eſt, non *ob ceſſantem motum*, ſed *ob vires magis expeditas*. Dixi T. Nam cum omnium corporum moleculæ motu inteſtino, ſemperque agitentur, ſæpe tamen firmiter ſibi cohærent. *Ad Confirm. I.* N. cauſalem; minoris enim cohæſionis cauſa eſt ipſa fluidorum figura, levitas &c. de quibus proxime. *Ad Confirm. II.* Iterum N. cauſalem: ſcilicet ratio formalis eſt in viribus magis expeditis.

XIII. E phænomenis evincitur mutuum partium contactum ſecundum planulas ſuperficiei cauſam eſſe cohæſionis; ergo. Pr. A. I. Corpora lævigata ſecundum plures ſuperficiei partes ſe contingunt, indeque facilius ſibi cohærent, quam non lævigata. II. Eadem ex ratione globuli duo plumbei ſibi non adhærent; adhærent autem plana duo cylindrica, vel marmora lævigata, aut laminæ politæ. III. Ut primum gutta guttam contingit, coëunt ambæ in unam. IV. Nivis partes quo magis per compreſſionem aut ſe ſe mutuo, aut ſolida quæcunque contingunt, hoc magis adhærent; ergo. R. D. A. Evincitur contactum eſſe cauſam occaſionalem cohæſionis C. A. formalem N. A. & Cm. Eſt ſæpe contactus phyſicus *mera occaſio* exerendæ vis cohæſivæ; nam fieri poteſt (fit immo plerumque), ut contactu illo phyſico deferantur partes ad ejuſmodi diſtantias minimas, in quibus habentur limites cohæſionis. Fit, inquam, iſtud plerumque; *non* enim *fieri ſemper* docet

aqua oleoſis, aut pinguibus aſperſa, quibus non adhæret, licet ſenſibiliter eas contingat. Hinc facilis erruitur reſponſio ad phænomena ſingulariter adducta. I. Lævigatæ laminæ facilius cohærent, ac fortius, quia ſecundum *plures ſuperficiei partes* ſe ſe contingunt, propterea que *plures* virtutem cohæſivam exerunt. II. Non æque ſibi adhærent globi duo plumbei, quia in paucis admodum punctis ſe contingunt; non igitur niſi modica vis cohæſionis exeri poteſt. III. Guttæ ſe contingentes coëunt in unam, ac tum ſibi cohærent, quia ſcilicet ad limitem cohæſionis delatæ fuerint C. A. quia duntaxat ſe contigerint N. A. & Cm. IV. Nivis partes hoc magis ſibi, aut corporibus aliis adhærent, quo magis comprimuntur; compreſſione enim deferuntur ad validiores cohæſionis limites.

XIV. Hemiſphæria Magdeburgica aëre interno viduata *per ſolam aëris externi preſſionem* tam valide cohærent, ut ingentibus adhibitis viribus ægre ab invicem divelli poſſint; ergo cohæſio repeti poteſt a premente aëre externo. ℞. T. A. Cum enim dicta hemiſphæria fortius cohæreant, quam premere poſſit aër incumbens, per *ſolam aëris preſſionem* non cohærent. D. C. ergo cohæſio partium majorum repeti poteſt a premente aere C. Cm. Minimarum N. Cm. Si ex cavitatibus hemiſphæriorum exhauritur aer, cohærent *extra vacuum Boyleanum*, *non* tamen *in vacuo*, nam recipienti impoſita, & *exſucto aëre omni* continuo diſſolvuntur; ac proinde, quia habito aere cohærent, deficiente vero non cohærent, aer premens cohæſionis cauſa eſt. At minimæ corporum moleculæ tam in vacuo, quam extra vacuum cohærent, neque ob aeris defectum diſſociantur; ergo.

XV. In vacuo Boyleano æther ſubtiliſſimus omnia corpora premens, minimas corporum moleculas comprimere poteſt; ergo ſaltem ab æthere pendet cohæſio.

℞.

℞. N. A. Cum enim æther ſubtiliſſimus ponatur, exiles utcunque poros corporum pervadet, partesque minimas *diſſolvet* potius, quam *comprimet*. Denique ſi dem interea partes ſolidorum cohærere per aeris, vel ætheris preſſionem; at per quid cohærebit aer ipſe, vel æther? an per alium denuo aerem? isque rurſum per alium? & ſic in infinitum?

XVI. Si partes minimæ cohærerent per aerem comprimentem, non ſequeretur proceſſus in infinitum; ergo cohæſionis cauſa eſſe poteſt aer premens. Pr. A. Partes aereæ cohærere poſſent per ſemet ipſas, ſicut partes glutinis per ſuammet viſcoſitatem ſibi cohærent. II. Partes fluidi aerei ſunt re ipſa diſſociatæ, non ergo opus eſt vi ulla comprimente. ℞. N. A. Ad Prob. D. A. Cohærere poſſent per ſemet ipſas, h. e. per vim, quæ partibus ineſt C. A. ſine vi N. A. & Cm. Etiam glutinis partes ſic per ſemet ipſas cohærent, ut, niſi in limitibus cohæſionis locatæ, cohæſuræ non ſint. Ad II. D. A. *Majores* fluidi aerei partes, & ſolum aliquæ ſunt re vera diſſociatæ C. A. *Minimæ*, aut majores omnes N. A. & Cm.

XVII. Sine attractione non habetur cohæſio; ergo attractio cauſa eſt cohæſionis. ℞. 1mo. Etiam ſine repulſione non obtinet cohæſio (vi enim cohæſionis non *diſtractioni* modo reſiſtitur, ſed & *compreſſioni partium*); cur non in repulſione vim cohæſivam ſtatuunt Neutoniani? ℞. 2do. D. A. ſine attractione noſtro ſenſu intellecta non habetur cohæſio C. A. Neutonianorum ſenſu accepta N. A. & Cm. E Neutonianorum doctrina deberent partes corporis denſioris firmius cohærere, quam minus denſi (§. præſent. Coroll. II.), quod fallit, ut videre eſt in auro, & adamante.

§. 49. *Mobilitas eſt ea affectio, qua corpus aptum redditur vi propria locum mutare.* In explicandis ejus phænomenis neceſſum non eſt ad curvam noſtram confugere. Sed tamen paucis de illa agam.

*Schol. I.* Nemo non videt diſtinguendum eſſe motum inter *communem*, & *proprium*. Motus *communis* eſt mutatio loci profecta a principio mere extrinſeco, non modo ad motum determinante, ſed & mutationem loci efficiente. E. c. cum quis in navi conſidens, ac quieſcens provehitur eodem motu, eadem celeritate, & directione eadem, qua navis; aut dum corpus manu transfertur de loco alio in alium. Motus *proprius* dicitur mutatio loci, cujus ratio ſufficiens eſt tam in principio aliquo extrinſeco ad motum determinante, quam in ipſo corpore moto mutationem illam efficiente; e. c. dum lapis manu ejectus progreditur, progreſſurus in infinitum, niſi &c. Non hic de motu communi diſceptabo, ſed de proprio.

*Schol. II.* Motus impoſſibilitatem adſtruere viſi ſunt veteres quidam Philoſophi, quorum argutias ( Keillius vocat *ineptias* ) breviter referam. I. *Diodorus Cronus* apud *Sextum Empiricum* ſic arguit: Quidquid movetur, aut movetur in eo loco, ubi eſt, aut ubi non eſt. Non poteſt moveri in eo loco, ubi eſt; nam ibi manet, & quieſcit; motus autem eſt mutatio loci. Sed neque poteſt moveri in eo loco, ubi non eſt; nihil enim mutari poteſt, ubi nondum eſt; ergo. ℞. Nec corpus movetur in loco, quo eſt, nec in loco, quo non eſt, ſed movetur de loco in locum. *Cauzius* inquit: *motus eſt mutatio coexiſtentiæ corporum*. In mutatione hac coexiſtentia una amittitur, altera aſſumitur. Eodem igitur conatu corpus motum relinquit locum unum, & alterum attingit. II. *Zenonis* argumentum, quod *Achillis*

*lis* nomine inſignivit, ab *Ariſtot.* L. 6. *Phyſic.* c. 9. hunc in ſenſum recitatur: Ex eo tollitur motus, quia nunquam id, quod celerrime currit, conſequetur id, quod tardius currit; id enim, quod inſequitur, eo primum perveniat, neceſſe eſt, unde id, quod fugit, fugam arripuit. E. C. ponamus teſtudinem 20 paſſibus præiviſſe Achillem. Sit vero Achillis celeritas vicies major, quam teſtudinis; ſeu ut 20 : 1. Quo tempore Achilles decurret paſſus 20 : teſtudo decurret unum. Nondum igitur Achilles teſtudinem aſſecutus eſt. Dumque Achilles emetietur viceſimum & primum paſſum, teſtudo interea conficiet viceſimi ſecundi paſſus partem viceſimam. Atque cum hanc viceſimam partem paſſus viceſimi ſecundi attigerit Achilles, percurret teſtudo viceſimam viceſimæ prioris; ſic vero progredi licebit in infinitum. Quare nunquam Achilles teſtudinem conſequi poterit. At enim objectio hæc ſupponere videtur diviſibilitatem materiæ in infinitum. Fallit ſuppoſitum (§. 46. Schol. II.); igitur & objectio. Reſponſionem aliam qui volet, *Keillium* conſulat. III. Alii ſic arguunt: quidquid movetur, aut movetur *in termino a quo*, aut *in termino ad quem*, aut quando eſt *in utroque termino*. Non autem poteſt moveri *in termino a quo*, nam quamdiu in illo eſt, quieſcit. Non *in termino ad quem*, cum ibi motus ſit abſolutus. Non *in utroque termino*, aliter enim corpus ſimul occuparet duo loca, eſſetque majus ſe ipſo. ℞. Motus ex eſſentia ſua eſt *ſucceſſiva loci mutatio*; non ergo peragitur unico inſtanti, neque in unico termino; ſed in termino a quo *inchoatur* motus, in medio *continuatur*, in termino ad quem *perficitur*. IV. Nonnulli ſic opponunt: Si impoſſibilis eſt major, aut minor motus celeritas, tum impoſſibilis erit & ipſe motus; atqui; ergo. Pr. m. Aut uno momento major celeritas plura ſpatii puncta pervolat, quam celeritas minor, aut percurrit totidem. Si plura: tum unum momentum eſt diviſibile in durationes pluribus ſpatii punctis reſpondentes, quod ab-

ſurdum

ſurdum eſt; momentum quippe dicitur *minima dimetio.* Si totidem: tum celeritas erit æqualis tarditati, quod abſurdiſſimum eſt. Reſpondet *Cantius*; *hoc argumentum ſupponit ſpatium abſolutum a rebus ſeparatum, quod quia a nobis repudiatur, nos non ferit.* Ait 2do. In corpore celerius moto haberi majores conatus primitivos mutandi locum, qui ipſi conatus reſpici poſſunt ut *ſpatii reſpectivi puncta*, in quibus tamen habetur diverſitas non extenſionis, ſed *graduum in viribus.*

§. 50. *Corpora omnia ſunt mobilitate prædita*; ſeu: *datur in corporibus vis motrix.* Pr. Motus quorumvis corporum e. c. projectorum habet rationem ſui ſufficientem in ipſis corporibus motis; atqui hæc ratio non eſt alia, quam vis motrix; ergo. Pr. M. Motus ille repeti non poteſt a manu projiciente, quæ licet corpus ejectum non inſequatur, habetur tamen motus. II. adſcribi nequit *aëri anteriori*, qui motum potius impedit, quam efficiat. Non etiam *aëri poſteriori* prementi; aër enim anterior tantum reſiſtit, quantum poſterior premit; ergo. Addam: ſi aëri tribuitur vis alia corpora movendi: cur non & corporibus aliis vis ſe ſe movendi, locumque virtute ſua mutandi?

*Schol.* Opponi ſolent ſequentia: I. Corpora ſunt inertia; non ergo gaudent vi propria motrice. R. D. A. Sunt inertia, h. e. non habent vim ſe determinandi ad motum C. A. tanquam ſi omni prorſus vi ſint deſtituta N. A. & Cst. Nullum corpus movetur, niſi prius ab ente extraneo ad motum determinetur. At jam determinatum movetur vi propria. Dicas: Corpora

ra moventur ab extrinſeco; ergo ipſa ſe ſe non movent. ℞. D. A. moventur, h. e. aliunde ad motum determinantur C. A. Non gaudent vi propria motrice N. A. & Cm.

II. Si corporibus inſit vis motrix, non ſatis diſtinguitur ſpiritum inter & corpus; *ſpirituum* enim proprium eſt movere ſe ipſos, *corporum* vero moveri. ℞. N. A. Cauſalem D. Spirituum proprium eſt movere ſe ipſos ex determinatione propria C. A. aliena N. A. & Cm.

III. Si corpora omnia moventur ab intrinſeco, vivunt omnia; non autem vivunt; ergo. Pr. M. Vivere eſt moveri ab intrinſeco. ℞. N. Sequel M. Ad Prob. D. A. vivere eſt moveri ab intrinſeco motione vitali, qualis habetur, cum anima mutatur per cognitiones, & appetitiones C. A. motione locali N. A. & Cm.

IV. Illud dici debet cauſa motus, per quod corpus determinatur ad certam directionem, & celeritatem (quæ duo præcipue in motu ſunt reſpicienda); atqui per impetum, aut impulſionem extrinſecam corpus determinatur ad certam directionem, & celeritatem; ergo. ℞. D. M. Illud eſt cauſa motum determinans C. M. efficiens N. M. C. m. & N. Cm. Cauſa motum efficiens id eſt, quod mutationem loci efficienter inducit.

V. Corpus motum in motu perſeverat per vim inertiæ; non ergo movetur per diſtinctam vim motricem. ℞. D. A. Corpus motum moveri pergit per vim inertiæ, tanquam per cauſam quaſi determinantem corpus ad priorem directionem, & celeritatem C. A. tanquam per vim efficientem motum N. A. & Cm. Corpus in motu poſitum vi inertiæ determinatur ad conſervationem prioris celeritatis, & directionis; vi autem motrice re vera movetur.

VI.

VI. In corporibus delabentibus accelerati motus cauſa eſt vis attractiva; non ergo vis motrix. ℞. Etiam vis hæc attractiva ſolum determinat vim motricem ad majorem, vel minorem celeritatem, pro ratione diſtantiarum.

VII. Aeri prementi tribuitur aſcenſus Mercurii in Barometro; ergo ſimiliter aeri a tergo impellenti tribuendus eſt motus corporum. ℞. C. A. N. Cm. Diſp. eſt: Mercurius infra exhauſtum non aſcendit, nec manet æque ſuſpenſus, ac extra vacuum; ſed in vacuo ad libellam ſe componit; ergo aſcenſio, aut ſuſpenſio Mercurii repetenda eſt ab aere premente. At corpora perinde in vacuo moventur, ac extra illud; ergo motus eorundem ab aere proficiſci non poteſt. 2do. In Barometri parte ſuperiori habetur vacuum Torricellianum; quare aeri inferne prementi non reſiſtitur; poteſt itaque preſſio aeris in Barometro ſuum ſortiri effectum. At cum e. c. lapidem premit aer poſterior, tantundem reſiſtit aer anterior; proindeque lapis ipſa aeris preſſione, ac repreſſione conſiſtere deberet, non moveri.

VIII. Æolipila rotulis mobilibus impoſita, & excuſſo operculo regrediens, aut pyrobolus accenſus in altum ſublatus, vel tormentum exoneratum verſus fundum rediens, non moventur vi propria; ſimiliter neque corpora alia movebuntur motu proprio. ℞. C. A. N. C. *vapor enim violente compreſſus premit in partes omnes impetu æquabili; cumque per aperturam libere erumpere poſſit, tollitur ex ea parte preſſio, atque ita prævalet vis in partem contrariam*; verba ſunt P. *Makò*. Hinc fit, ut Æolipila, & tormentum regrediantur, pyrobolus in altum feratur. At ſimilis ratio non pugnat pro *omnibus* corporibus, quantumvis fatear *non pauca* moveri motu ſive communi, ſive mere ab extrinſeco proveniente.

§. 51.

§. 51. *Inertia eſt proprietas, qua corpus ſeu motum, ſeu quieſcens ſtatum ſuum conſervat, & cauſis extrinſecis ſtatum illum mutare conantibus reſiſtit.* Hinc *vis inertiæ* aliquibus dicitur *principium conſervandi ſtatum*; aliis *principium reſiſtendi mutationi ſtatus.* Nos in data deſcriptione conjunximus utrumque.

*Schol.* Sunt, qui pro principio *reſiſtendi mutationi ſtatus* dicant *principium reſiſtendi motui.* Verum id genus inertia convenit duntaxat corporibus quieſcentibus, non autem in motu conſtitutis; niſi forte dicant in iſtis inertiam eſſe principium reſiſtendi *motui accelerando*, vel *retardando*, aut *prorſus exſtinguendo*, vel *motui alieno.*

§. 52. *Reſiſtentia*, qua cauſis extrinſecis ſtatum corporum immutare conantibus reſiſtitur, *effectu ſuo non caret*; corpus enim, quod ſtatum alterius immutat, ſemper aliquid *de quantitate motus ſui* amittit, quia ſemper celeritatis partem amittit, ut amplius patebit ex dicendis ad materiam *de impactu*, *incurſu*, & *occurſu corporum.* Hæc *celeritatis diminutio* effectus *poſitivus* eſt; *a vi* itaque *poſitiva* procedat, oportet, quam *inertiam*, vel *reſiſtentiam* dicimus.

§. 53. Dupliciter ſpectari poteſt vis inertiæ: I. *quatenus dicit nudum conatum conſervandi ſtatum ſuum, ejusque mutationi reſiſtendi.* II. *prout actuale exercitium vis ipſius deſignat.* Priori modo ſumtam dicunt ſcholæ *vim inertiæ in actu Imo*, poſteriore vero ſenſu acceptam *vim in actu IIdo.*

§. 54. *Inertia in actu Imo proportionata eſt maſſis*; non enim corpus *ſecundum aliquas tantum ſui partes* ſtatum ſuum conſervare, ac mutationi reſiſtere nititur, ſed *ſecundum omnes. In actu IIdo ſumpta proportionata eſt tam maſſis, quam impetui facto* ab agente extrinſeco ad novum ſtatum determinante; reactio enim ſemper æqualis eſſe debet actioni (§. 4.).

*Coroll. I.* In eodem corpore maſſa manet eadem. Quare vis inertiæ in actu Imo ſumpta ſemper in corpore eodem manet æqualis, & eadem. Actiones corporum extraneorum diverſæ ſunt; hinc vis inertiæ in actu IIdo conſiderata diverſa eſt in eodem corpore, jamque magis, jam minus exeritur.

*Coroll. II.* Maſſa eſt quantitas materiæ, ex qua unum quodque corpus coagmentatur. Materia corporum ſunt puncta elementaria; quare ſi maſſis conſtanti proportione reſpondeat vis inertiæ, recte intuleris: eam oriri ab inertia ſingulorum punctorum maſſam conſtituentium.

§. 55. *Corpora omnia ſunt vi inertiæ prædita.* Pr. Experientia compertum eſt I. vim quamcunque minimam non ſufficere corpori cuicunque impellendo, ac movendo. II. movendo corpori graviori majorem vim eſſe adhibendam, minorem leviori. III. nunquam corporibus motum conciliari, aut in iisdem ſiſti abſque virium, & celeritatis diſpendio in corpore impingente, vel motum ſiſtente. IV. ſi quis globum delabentem manu inſequatur, ſentiri dolorem ob reſiſtentiam globi.

Atqui

Atqui iſtorum nihil eveniret, ſi corpora tali proprietate inſtructa non eſſent, qua ſtatum ſuum conſervent, ac reſiſtant cauſis extraneis mutationem ſtatus inducere conantibus; ergo. Pr. m. ſi corpora vi reſiſtendi inſtructa non ſunt, poterit vis quæcunque ſuum ſortiri effectum; eſt enim vis principium actionis; poterit ergo corpus quodvis vi quavis de ſtatu ſuo deturbari. 2do: ſi non reſiſtunt, ſine ratione ſufficiente de corporis impingentis celeritate quidpiam detrahetur, aut dolor in manu corpus cadens inſequente ſentietur; ergo.

*Schol. I.* Philoſophorum aliqui vim inertiæ a corporibus, & materia excludunt, opinantes aliis corporum proprietatibus tribuendum eſſe, quidquid inertiæ tribuitur. Falluntur. Nam I. *vis inertiæ diſtinguitur ab extenſione materiæ.* Prob. Major eſt reſiſtentia globi *plumbei*, quam *lignei* ejusdem diametri; immo minor globus plumbeus reſiſtit magis, quam major ligneus; ergo per extenſionem corpus non determinatur ad reſiſtendum, cum reſiſtentia non reſpondeat extenſioni. II. *Diſtinguitur ab impenetrabilitate*, per quam ſolum portio una materiæ excludit aliam ab eodem loco; quare ſi corpus præter impenetrabilitatem vim reſiſtendi non habeat, impingens materiam percuſſam ſecum abripiet, nihilque de velocitate ſua amittet, quod experientiæ adverſatur. Ad hæc poteſt corpus *A* alterum *B* ad locum ſuum non admittere, quin ei reſiſtat, ſi corpori *B* ad ſe accedenti cedat; ergo. III *Diſtinguitur a gravitate*; nam hæc ſolum reſiſtit motui surſum tendenti; vis autem inertiæ reſiſtit ſecundum omnem directionem, etiam deorſum; hinc ſi grave delabens ad velociorem motum incitaretur, reſiſteret; quam reſi-

ſtentiam colligimus e dolore, quem homo ſentit, ſi corpus delabens manu inſequatur. IV. *non poteſt vis reſiſtendi repeti ab aëre*, cum etiam *in vacuo Boyleano*, exhauſto jam aëre, corpora reſiſtere certum habeamus.

*Schol. II.* Falluntur iterum Carteſiani docentes: corpora ad motum, & quietem eſſe indifferentia *mere paſſive*. Indifferentia mere paſſiva veros, reales, ac poſitivos effectus gignere non poteſt.

*Schol. III.* Opponi ſolent ſequentia: I. Contradictionem implicat *vis inertiæ;* ergo non datur. Pr. A. Quod habet vim, non eſt iners; & quod eſt iners, non habet vim; ergo. ℞. D. A. Implicat *vis inertiæ*, ſi per inertiam intelligas *abeſſe omnem vim* C. A. ſi duntaxat *abeſſe vim ſe determinandi* N. A. & Cm. *Dices:* per inertiam intelligi debet abſentia omnis vis; nam ſi vi aliqua præditum ſit corpus, iners non eſt. Sed vero: *Grammaticulis* dicitur iners, quod vim habet nullam. *Philoſophis* aliud ſonat.

II. Vis inertiæ non eſt vera vis; ergo. Prob. A. Vis hæc a minima vi ſuperari poteſt; ſed talis vis non eſt vera vis; ergo. ℞. N. A. ad Prob. D. A. Vis hæc a minima vi ſuperari poteſt, non tamen ſine diſpendio virium in corpore impellente C. A. ſine iſto N. A. & Cm. Illa virium, ac celeritatis jactura effectus eſt inertiæ.

III. Vis quælibet determinatam ſui menſuram habere debet; talem non habet vis inertiæ; ergo. Pr. m. Vis inertiæ in eadem maſſa agit pro ratione celeritatis, quam habet corpus incurrens; ſed celeritas poteſt intendi in infinitum; ergo etiam actio vis inertiæ; proindeque etiam vis ipſa. Sique intendi poſſet in infinitum, nullam haberet determinatam ſui menſuram; ergo. ℞. C M. N. m. Vis enim inertiæ reſpondet maſſis. Ad Prob. D. M. Vis inertiæ in actu ſecundo ſumpta agit

pro

pro ratione celeritatis C M. in actu primo ſpectata N. M. T. m. N. Cm.

IV. Effectus inertiæ tribui ſoliti repeti poſſunt a vi repulſiva corporis, ad quod acceditur, & quod ad mutandum ſtatum urgetur; ergo. Pr. A. Etiam vis repulſiva reſiſtit corpori accedenti; immo ob repulſionem habetur imminutio, ac detrimentum virium in accedente; ergo. ℞. N. A. Ad Prob. D. A. Etiam vis repulſiva reſiſtit corpori accedenti, inque eo vires imminuit pro ratione diſtantiarum C. A. pro ratione maſſæ reſiſtentis, & actione corporis mutationem inducere conantis N. A. & Cm. Alia lege agit vis repellens, alia vis inertiæ. Vis repellens imminutis in infinitum diſtantiis creſcit in infinitum. Vis inertiæ creſcente corporis impellentis actione augetur & ipſa. Repulſionis munus præcipuum eſt impedire immediatum contactum, ſenſimque, ac veluti gradatim exſtinguere corporum accedentium velocitatem. Inertiæ officium eſt conſervare ſtatum corporis, & reſiſtere ſui mutationi cum diminutione virium, ac celeritatis in corpore impellente.

V. Ex eo, quod vires in corpore impingente minuantur, non recte infertur dari in corporibus vim inertiæ; ergo. Pr. A. Vires, ac motus minuuntur in corpore impellente, quia impellens alteri communicat motum, non quia alterum iners sit; ergo ex diminutione virium non recte infertur vis inertiæ. ℞. N. A. Ad Prob. D. A. Ratio tamen ſubeſſe debet, cur ipſa hæc motus communicatio ſine viribus, ac motus diſpendio fieri nequeat C. A. Non ſubeſt N. A. & Cm. Quæ, oro, hic cauſa ſubeſt, ſi non vis inertiæ, qua mutationi ſtatus reſiſtitur?

VI. Vis inertiæ eſt vis ad motum, & quietem; ſed talis vis repugnat; ergo & vis inertiæ. Pr. in Re-

pugnat vis ad oppoſita; ſed motus, & quies ſunt oppoſita; ergo. ℞. C. M. D. m. repugnat vis ad motum, & quietem *ſimul, ac ſemel habenda* C. m. *ſucceſſive habenda* N. m. & C. Ad Prob. D. M. repugnat vis ad oppoſita *eidem ſubjecto* C. M. ad oppoſita *inter ſe Subd.* repugnat vis ad illa *eodem tempore* in eodem ſubjecto conjungenda C. M. *ſucceſſive* habenda N. M. C. m. & N. C. In eadem anima habetur libertas, quæ utique vis eſt ad oppoſita. *Dices*: ſi corpora omnia ſucceſſive tendere poſſunt in oppoſita, libera ſunt omnia. ℞. ſi ſucceſſive tendere poſſunt in oppoſita *ex determinatione propria* C. Sequ. *aliena* N. Sequ.

VII. Vis inertiæ pugnat cum vi motrice; ergo ſi datur in corporibus vis motrix, non datur vis inertiæ. Prob. A. Vis motrix eſt conatus locum mutandi, vis inertiæ (ſaltem in corporibus quieſcentibus) eſt conatus locum conſervandi, eſt principium reſiſtendi motui; ergo. ℞. D. A. Vis inertiæ pugnat cum vi motrice, ſi viribus iſtis ſimul reſpondeant effectus C. A. ſi ſucceſſive N. A. & Cm. Ad Prob. D. M. Vis motrix eſt conatus locum mutandi, & vis inertiæ conatus eundem conſervandi, tendit tamen utraque ad effectum ſucceſſive habendum C. M. conjunctim habendum N. M. D. m. atqui conatus locum mutandi pugnat cum conatu locum conſervandi, ſi tendunt ad effectum *conjunctim* habendum C. m. *ſucceſſive* habendum N. m. & Cm. Nunquam vis inertiæ, & vis motrix in corpore quieſcente ſimul ſortiri poſſunt effectum; nunquam enim ambæ ſimul ſunt expeditæ; quamdiu vi inertiæ pergit corpus quieſcere, vis motrix ejus non eſt determinata ad certam directionem, & celeritatem; *eſt igitur vis motrix non expedita.* Ut primum corpus determinatum ad certam directionem, & celeritatem moveri incipit, habetur *vis inertiæ victa*; vel ideo vis motrix, & vis inertiæ, ut ſunt in eodem corpore, ſibi non opponuntur; ſemper enim habetur ſeu *vis inertiæ expedita*, &

*vis motrix impedita*; ſeu *vis motrix expedita*, & *vis inertiæ victa*. Hinc reſponderi aliter poteſt. Vis motrix eſt conatus locum mutandi; eſt tamen impedita vis, antequam determinetur ad certam directionem, & celeritatem C. h. part. M. eſt expedita N. h. p. M. D. 2dam Vis inertiæ eſt conatus locum conſervandi, vincitur tamen, dum vis motrix determinata eſt ad certam directionem, & celeritatem C. 2. p. Non vincitur N. 2. p. M. Atqui conatus locum mutandi, & conſervandi ſibi opponuntur, ſi conatus uterque eſt expeditus C. m. ſi alter expeditus, alter impeditus N. m. & Cm. Res eadem eſt in corporibus, quæ in anima habente vim volendi, & nolendi idem objectum, cum tamen nequeat actualiter idem velle, & nolle, niſi ſucceſſive.

VIII. Vis inertiæ pugnat directe cum vi attractiva; vis ergo attractiva cum detur in corporibus, non datur vis inertiæ. P. A. Sint duo corpora adeo ſibi vicina, ut mutuo vis attractiva agere poſſit ſenſibiliter, vi inertiæ conabitur corpus *A* tueri locum ſuum, vi autem attractiva conabitur ad corpus *B* accedere; idem eſt de corpore *B*; ergo. ℞. N. A. Ad Prob. C. 1. p. A. D. 2dam vi autem attractiva *alterius corporis B* conabitur ad corpus B accedere C 2. p. vi propria attrahente N. 2. p. A & Cm. Corpus *A* vi ſua attractiva non conatur ad alterum accedere; ſed vero conatur, ut alterum accedat ad ſe.

IX. Corpora quieſcentia locum, ſtatumque ſuum conſervare poſſunt ſine omni vi inertiæ; ergo ſaltem neceſſaria non eſt vis inertiæ. Pr. A. Corpora ſtatum ſuum conſervant *ſine vi reſiſtendi*; ergo *ſine vi inertiæ*. ℞. N. A. Ad Prob. N. A. Non enim corpora ſtatum ſuum conſervant unquam *ſine vi reſiſtendi*, ſed ſubinde *ſine actuali reſiſtentia*, quamdiu ſcilicet agens extraneum non nititur immutare ſtatum corporis ( nam ubi non habetur actio, nec haberi poteſt reactio, h. e. reſiſten-

tia, & inertia actualis ) vis tamen, ac poteſtas reſiſtendi haberi poteſt ſemper, quamvis non ſemper actu reſiſtatur. Ad hæc : ſi omnis conſervatio ſtatus etiam actio quæpiam dici poteſt, cur dici non poſſit : inertiam ſuo modo agere tum quoque, dum nihil adeſt, quod corpus ad mutationem ſtatus ſolicitet.

X. Corpora omnia ſunt indifferentia ad motum, vel quietem ; ſed indifferentia non reſiſtunt mutationi ſtatus ; ergo nulla corpora reſiſtunt mutationi ſtatus, ac proinde nulla corpora gaudent vi inertiæ. ℞. D. M. Corpora omnia ſunt indifferentia ad motum, vel quietem ante determinationem factam ab agente extrinſeco C. M. poſt determinationem *Subd.* ſunt indifferentia hoc ſenſu, quod neque motus, nec quies ſit de natura corporis C. M. tanquam ſi corpus jam determinatum non reſiſtat mutationi ſtatus N. M. D. m ſed *mere paſſive indifferentia* non reſiſtunt mutationi ſtatus C. m *Non pure paſſive indifferentia* N. m. & Cm. Indifferentia corporum conjuncta eſt cum poſitivo conatu conſervandi ſtatum, ad quem prius determinata fuerunt.

XI. Nullum corpus agere poteſt ad conſervandam quietem ( idem reſpective dici poteſt de conſervando motu ) ; ergo nullum corpus vi inertiæ præditum eſt. Pr. A. Agere ad conſervandam quietem eſt agere contra motum proprium ; ſed nullum corpus agere poteſt contra motum proprium ; ergo. ℞. N. A. ad Prob. D. A. Eſt agere contra motum proprium *indirecte*, quatenus nempe corpus quieſcens reſiſtit determinationi ad motum aliunde provenienti C. M. Eſt agere *directe*, ſeu ita, ut corpus quieſcens eadem vi ſua, qua conſervat quietem, dein reſiſtat motui proprio, *poſtquam ab agente extraneo ad motum eſt determinatum* N. M. ſic D. m. & N. Cm.

XII. In corporibus motis inertia eſſet fundamentum motus continuati; iſtud vero dici nequit; ergo. Pr. m. Inertia reſiſtit motui; atqui, quod reſiſtit motui, nequit eſſe fundamentum motus; ergo. ℞. C. M. N. m. Ad Prob. D. M. Inertia reſiſtit motui *alieno*; h. e. determinationi ad mutationem ſtatus ab extrinſeco provenienti C. M. motui proprio N. M. D. m. quod reſiſtit motui tam proprio, quam alieno, nequit eſſe fundamentum motus C. m. quod motui alieno reſiſtit, non tamen proprio N. m. & Cm.

XIII. Vis inertiæ ex viribus entium ſimplicium non derivatur; ex quibus enim? exploratum non habemus, quales vires enti ſimplici conveniant; ergo. ℞. N. A. Licet diſtincte non agnoſcamus, qua ratione vis inertiæ ab entibus ſimplicibus profluat, datur tamen; ſicut licet *diſtincte* exponi vix queant phænomena magnetis, ac electricitatis, dantur tamen.

XIV. Inertia ſaltem non eſt proprietas generalis materiæ; nam Imo: Proprietas generalis materiæ augeri nequit, vel minui; augetur, vel minuitur inertia. IIdo: Proprietas univerſalis materiæ inſit, oportet, ſingulis partibus materiæ; & quo plus habetur maſſæ, hoc major habeatur reſiſtentia, eſt neceſſe. Iſtud vero fallit. Sæpe enim modica maſſa reſiſtit multum: magna ex adverſo parum; ergo. IIItio: Proprietas generalis omnibus corporibus competere debet; quis porro novit, ſi competat inertia? quis *omnia corpora* expertus fuit? ℞. N. A. Ad Prob. D. A. Augetur, vel minuitur inertia in actu IIdo C. A. In actu Imo N. A. & Cm. Sæpe vis inertiæ ab extraneis corporibus aliter etiam, ac aliter modificatur ſecundum celeritatem, & directionem; hinc augetur, vel minuitur actio inertiæ, ſeu inertia in actu IIdo ſumpta, non autem in actu Imo. Ad IIdum Eadem eſt reſponſio. Ad IIItium ℞. Sufficit, quod competat omnibus iis, in quibus experimenta inſtituere

 licuit,

licuit, nullo contrario invento; tum enim valebit *principium inductionis imperfectæ*, eruendæ veritati aptiſſimum. Hinc *Neutoni* regula tertia: *Qualitates corporum, quæ intendi, & remitti nequeunt, quæque corporibus omnibus competunt, in quibus experimenta inſtituere licet, pro qualitatibus corporum univerſorum ſunt habendæ*, niſi ſcilicet ratio poſitiva obſtet.

§. 56. De *vi attractiva* egi alias, agamque deinceps. *Gravitas* ſectione proxima peculiarem ſibi locum vendicabit.

§. 57. *Denſorum corporum* nomine cenſemus, *quæ ſub determinato aliquo volumine multum materiæ propriæ continent. Rarorum* nomine veniunt, *quæ ſub eodem volumine minus materiæ propriæ habent. Denſitas* itaque dici debet *ea corporum diſpoſitio, qua ſub eodem volumine &c.* Idem applica *raritati*.

*Schol. I.* Definitioni huic rite intelligendæ neceſſariam eſſe puto ſinceram *maſſæ*, ac *voluminis* cognitionem. *Maſſa* corporis dicitur *tota quantitas materiæ ad ipſum corpus pertinentis*, ſeu: numerus punctorum corpus aliquod conſtituentium. *Volumen* eſt *magnitudo ſpatii extima corporis ſuperficie comprehenſi*, ut includit ſpatiola vacua, vel heterogeneas etiam ſubſtantias intra poros incluſas. Aliis *volumen* dicitur *ipſa corporis in omnem partem*, h. e. in longum, latum, & profundum *explicatio*. Res eadem dicitur, quæ prius.

*Schol. II.* Denſitas corporis agnoſcitur ex ratione materiæ, ſive maſſæ ad volumen. Quare ſi maſſa quæcunque, corporum quorumcunque, dividatur per volumen ſuum utcunque magnum, vel parvum, obtinebitur denſitas *corporis unius relati ad aliud*. Hinc

Si

Si corporis *A* denſitas dicatur D, maſſa *M*, volumen *V*, Sique corporis *B* denſitas vocetur *d*, maſſa *m*, volumen *v*, erit $D = \frac{M}{V}$; atque iterum $d = \frac{m}{v}$. Quo poſito pulcherrima ſane, ac utiliſſima eruuntur theoremata.

*Theor. I.* Si $D = \frac{M}{V}$, erit quoque $M = DV$.

Multiplicentur enim geminæ illæ quantitates ($D$, & $\frac{M}{V}$) ex hypotheſi æquales per eandem quantitatem $V$; facta manebunt æqualia (§. I. ax. VI.); fietque $DV = \frac{MV}{V} = M$. *Quod E. D.* Theorema ſic effertur: *Maſſæ ſunt in ratione compoſita denſitatum, ac voluminum.*

*Theor. II.* Si $DV = M$; obtinebitur $V = \frac{M}{D}$.

Dividatur enim pars utraque ($DV$ & $M$) per $D$, quoti manebunt æquales (§. I. ax. VI.), & habebitur $V = \frac{M}{D}$, h. e. *volumen corporis obtinetur, ſi maſſa ejusdem dividatur per denſitatem.* Alii theorema iſtud ſic efferunt: *volumina ſunt in ratione directa maſſarum, & inverſa voluminum.* Erui quidem veritas illa poteſt ex præſ. theor.

*Theor. III.* Si $D = \frac{M}{V}$, iterumque $d = \frac{m}{v}$; quia *æqualia ad æqualia dicunt eandem rationem*, habebitur proportio $D : d = \frac{M}{V} : \frac{m}{v}$. Terminos ſecundæ ratio-

nis per eandem quantitatem $Vv$ multiplicando, manebunt facta in eadem ratione ( §. 1. ax. VII. Schol ) ; fietque $D:d = \frac{MVv}{V} : \frac{mVv}{v} = Mv : mV$. h. e. *denſitates ſunt in ratione compoſita ex directa maſſarum, & inverſa voluminum.*

*Theor. IV.* Si $M = m$, erit $D : d = v : V$. Quia enim ( *per Theor. præc.* ) $D : d = Mv : mV$; diviſis ſecundæ rationis terminis per $M = m$ ( quod ſalva rationum æqualitate fieri poſſe docet §. 1. ax. VII. Schol.) habebitur $D : d = \frac{Mv}{M} : \frac{mV}{m}$; eliminatisque fractionibus erit $D : d = v : V$. h. e. *ſi maſſæ fuerint æquales* ( e. c. *libra* argenti, & *libra* auri ) *erunt denſitates reciproce ut volumina*, ſive hoc *majòr* erit denſitas, quo *minus* volumen; hoc *minor* denſitas, quo *majus* volumen.

*Theor. V.* Si $V = v$, erit $D : d = M : m$. Nam eſt (*per ante dicta*) $D : d = Mv : mV$. Jam ſi termini ejusdem rationis ( ſecundæ ſcilicet ) per eandem quantitatem dividantur, quoti manebunt in eadem ratione ( §. 1. ax. VII. Schol. ) . Dividendo per $V = v$, fiet $D : d = \frac{Mv}{v} : \frac{mV}{V} = M : m$. Quare *ſi volumina corporum æqualia ſunt, erunt denſitates in ratione directa maſſarum.*

§. 58. Ut video, *denſitas corporum* repetenda eſt a vicinitate particularum minimarum ea componentium. *Raritas* ex adverſo a majore earundem molecularum minimarum diſtantia. Veritas hæc ſponte fluit ex data definitione.

Coroll.

*Coroll.* *Minus* itaque *poroſa* eſſe debent corpora denſa, quam rara.

§. 59. A varia denſitate, & raritate corporum pendet varietas *gravitatis ſpecificæ*. Corpora quo *denſiora*, hoc *ſpecifice graviora*. Gravitatis iſtius theoriam prius quam expono, aut verius attingo, debita ejus notio animo informanda eſt. Permagni refert eam noviſſe.

§. 60. Triplicem gravitatem diſtinguunt Phyſici ſecundum nomen: *abſolutam*, *reſpectivam*, & *ſpecificam*. Re vera admittunt quadruplicem, nam *abſolutæ gravitatis* nomen gemino diverſo ſignificatu uſurpant: primum, ut opponitur *gravitati ſpecificæ*, tum ut *reſpectivæ*.

§. 61. *Gravitas abſoluta* (ut opponitur *ſpecificæ*) eſt *Summa omnium particularum gravium in corpore aliquo contentarum*. Aliter *pondus* dicitur. *Gravitas ſpecifica* corporum eſt *pondus illud, quod ſub certo volumine corpora obtinent*; ſive: eſt *pondus relatum ad volumen*, clarius: *diviſum per volumen*.

*Schol.* Analytice *gravitas abſoluta* dicitur $G$; *gravitas ſpecifica* $\frac{G}{V}$. Sique plura corpora e. c. $A$ & $B$ conferentur, dicetur gravitas *abſoluta* corporis $A = G$; *ſpecifica* $\frac{G}{V}$. Gravitas *abſoluta* corporis $B = g$; *ſpe-*

*cifica*

*cifica* $= \frac{g}{v}$. Quare $A : B = \frac{G}{V} : \frac{g}{v}$. *Æqualia enim ad æqualia &c.*

*Coroll. I.* Si $A = \frac{G}{V}$, fiet $AV = G$, & $V = \frac{G}{A}$.
Res eodem modo probatur, ut ſupra dictum ad materiam *de denſitate.*

*Coroll. II.* Facile etiam eruitur: *gravitatem abſolutam corporis cujuscunque eſſe ut maſſam ejusdem.*

§. 62. *Gravitas abſoluta* (ut opponitur *reſpectivæ*) eſt, qua grave *libere in medio non reſiſtente* deſcendit; e. c. cum globus aureus, vel plumula ex quapiam altitudine delabuntur *in vacuo Boyleano.* *Gravitas reſpectiva* eſt, qua grave deſcendit *parte virium aliqua in alium effectum impenſa*, puta, *in preſſionem obſtaculi*, e. c. cum vas volvitur per planum inclinatum; aut in *ſuperandam medii reſiſtentiam*, ut ſi corpus in aere movetur.

§. 63. Theorema princeps de gravitate ſpecifica ſic habet: *Gravitates ſpecificæ duorum quorumvis corporum* (quas *A*, & *B* vocabo) *ſunt in ratione compoſita ex directa ponderum*, ſeu gravitatum abſolutarum, *& inverſa voluminum.*

**Nam (per §. 61. Schol.)** $A : B = \frac{G}{V} : \frac{g}{v}$.

**Ergo:** $A : B = Gv : gV$. **Demonſtrationem nullo negotio erues ex §. 57. Theor. III.**

*Coroll. I.* Quare *gravitates ſpecificæ duorum corporum idem pondus habentium ſunt in ratione reciproca voluminum.* Si enim $A : B = Gv : gV$ ( per §. præſ. ) dividendo terminos rationis ſecundæ per $G = g$, fiet $A : B = v : V$. *Q.* E. D.

*Coroll. II. Gravitates ſpecificæ duorum corporum idem volumen habentium ſunt in ratione directa ponderum, ſeu gravitatum abſolutarum.* Nam aſſumpta iterum proportione : $A : B = Gv : gV$, factaque diviſione terminorum rationis ſecundæ per $V = v$, obtinebitur $A : B = G : g$. *Q.* E. D.

*Coroll. III. Gravitates ſpecificæ duorum corporum ſunt ut denſitates.* Nam *Gravitas abſoluta* ex definitione ſua = maſſæ; ergo $\frac{G}{V} = \frac{M}{V}$ ( §. 1. ax. 5. ) eſt vero $\frac{M}{V} = D$ (§. 57. Sch: II. ); ergo etiam $\frac{G}{V} = D$: Porro, quia $A : B = \frac{G}{V} : \frac{g}{v}$ (§. 61. Schol.), facta ſubſtitutione fiet : $A : B = D : d$. *Q.* E. D.

*Coroll. IV. Gravitates abſolutæ duorum corporum ſunt in ratione compoſita voluminum, & gravitatum ſpecificarum.* Etiam veritas iſta fluit ex principe Theoremate, quo ſupra evictum eſt : legitimam eſſe proportionem : $A : B = Gv : gV$, quare cum factum mediorum æquale ſit facto extremorum, obtinebitur : $AgV = BGv$. Gemina hæc facta æqualia ſolvendo in proportionem factores reciprocando fiet : $G : g = AV : Bv$. *Q.* E. D.

*Schol. Gravitates abſolutæ* explorantur ponderibus vulgo ſic dictis : *centenario*, *libra*, *lothone* &c, his

enim

enim paſſim metimur corporum pondera. *Specificæ* innoteſcunt, ſi gravitates abſolutæ, ſeu pondera dividantur per volumen ope *ſtereometriæ* inveniendum.

§. 64. *Mollities*, & *durities* hoc loco examinanda veniunt. *Dura* dicimus, quæ impreſſioni factæ ad mutandam figuram non cedunt, ſed eidem plurimum reſiſtunt; *mollia*, quæ impreſſioni tali facile cedunt, neque independenter ab actione corporis extranei figuram reſumunt. E. C. durus eſt adamas, nam frequentibus malleorum ictibus figuram non mutat. Mollis eſt *argilla*, facile enim cuique impreſſioni cedit, neque virtute propria figuram priorem reſumit. Quare *durities* eſt *affectio corporum, qua impreſſioni factæ ad mutandam figuram non facile cedunt. Mollities* eſt *affectio corporum, qua* &c.

*Schol.* Corpora *perfecte dura* vix dari puto; omnia enim corpora (ſaltem quæ hactenus innotuerant) ictu, ac percuſſione figuram mutant. Conjicio iſtud ab experientia, quæ docet: globos vulgo duriſſimos, ut marmoreos, vitreos &c. poſt conflictum a ſe ſe divelli; quod tamen neutiquam futurum eſſe, ſi ſphæræ illæ *omnino duræ* ſint, patebit ex Legibus conflictuum infra recitandis. Accedunt tamen ad corpora *perfecte dura* globi ex argilla non nimis exſiccata fabrefacti. Certe, Mariotto teſte, leges motus corporum *perfecte durorum* hiſce in globis ad ſenſum obſervantur.

§. 65. *Mollities corporum* explicatur per frequentiam limitum cohæſionis in diſtantiis ſemper adhuc minimis. Oportet tamen limi-

tes

tes cohæſionis *non admodum* eſſe *validos*. Quo pacto fiet, ut corpora facile & frequenter cedant impreſſioni factæ, neque vi ulla propria ſe ſe in priorem figuram reſtituant; moleculæ enim minimæ de loco dimotæ facile ad proximos (qui viciniſſimi ponuntur) cohæſionis limites deferentur, & conquieſcent. Inde jam facilis explicatu erit *durities*.

§. 66. *Fragilitas audit ea affectio corporum, qua facile partes a vicinarum contactu phyſico ſic avelluntur, ut aliæ, quibus adhæreſcant, non ſuccedant.* Oritur fragilitas a limitibus cohæſionis admodum paucis, non omnino validis. *Si pauci erunt*, partes adhibita vi extrinſeca ſic ab invicem divellentur, ut aliæ, quibus adhæreſcant, non ſuccedant. *Sique non admodum validi*, facile ſic divellentur.

§. 67. *Ductilitas* fragilitati opponitur, eſtque *ea corporum diſpoſitio, qua parte una lubricando dimota facile altera ſuccedit, priorique adhæret.* Pendet illa a magnitudine arcuum attrahentium; ſi enim punctum de limite cohæſionis dimotum vi extrinſeca deferetur ſub arcus valide attrahentes facile punctum alterum ſuccedet, priorique adhærebit (§. 36. Theor. VI.).

*Schol. I. Scherfferus* ait repetendam eſſe ductilitatem partim ab attractione mutua, partim ex admiſtione fluidi; neque tamen modos alios, quibus ſimilis affectio in corpora inducatur, excludendos cenſet.

*Schol. II.* Quæ de ductilitate dicta ſunt, etiam *in malleabilitatem* convenire debent,

§. 68. *Aſperitas* eſt inæqualis diſpoſitio partium extimam ſuperficiem corporis conſtituentium, ac paulo duriorum, quarum aliæ prominent ultra alias, aliæ vero retro cedunt. *Glabrities*, ſive *Lævitas* eſt æqualis diſpoſitio partium extimam ſuperficiem componentium.

*Schol.* Utcunque politas corporum ſuperficies, ſemper tamen aliquatenus aſperas eſſe innuit §. 48. Schol. II. Opp. III.

§. 69. Ex aſperitate corporum naſcitur *affrictus* ſeu *frictio*. Eſt autem frictio reſiſtentia ſuperficierum ſuperanda a Corpore, quod ita movetur ſuper aliud, ut amborum ſuperficies ſe mutuo radant. Reſiſtentia illa in inceſſu corporis unius ſuper alterum haberi omnino debet. Cum enim corpora omnia ſuperficie aſpera inſtructa ſint, prominentiæ unius in alterius cavitates, ac foveolas ſe ſe inſinuent, eſt neceſſe.

*Schol. I.* Quantitatem affrictus metimur paſſim non tam ſuperficierum magnitudine, quam *pondere ac preſſione plani alicuius mobilis* ſuper plano alio incedentis. II. Ubi magnitudinis ſuperficierum ratio habetur, pendet affrictus *a duritie particularum prominentium.* Hæc vero cum penes diverſa corpora varia ſit, conſtans frictionis ratio haberi nequaquam poteſt. Muſchenbræckius experimentorum ope evincit: quantitatem af-

frictus

frictus ſæpe æquare $\frac{1}{3}$ preſſionis; nonnunquam $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$; non raro ait minorem obtinere frictionem. III. pendet etiam quantitas frictionis *a diverſa ſpecie planorum* ſuper ſe ſe incedentium; longo enim uſu machinarum fabricatoribus compertum eſt: corpora heterogenea minorem affrictum pati, quam homogenea. Certe experientia teſte longe major affrictus eſt chalybis ſupra chalybem, quam ſupra ſtannum, aut orichalcum. Hinc in machinis plerisque axes rotarum e chalybe formati orichalco incumbunt.

*Schol. II.* Remedia frictionis ad quinque capita revocantur: I. Juvat ſuperficies corporum expoliviſſe. II. minuiſſe; quare axiculi rotis inſerendi, quo minoris diametri, hoc meliores. III. Corpora oleoſa, aut pinguia cavitatibus explendis maxime idonea inſeruiſſe. IV. Heterogenea corpora conjunxiſſe. V. Motum radentem, ſive lubricationis in motum rotationis immutaſſe. Hinc prægrandia ſæpe onera curru devehuntur.

§. 70. *Elaſticitas* illa dicitur *affectio, qua corpora flexa, tenſa, aut compreſſa priſtinæ figuræ ſe ſe reſtituunt.*

*Schol.* Corpora omnia in ſe elaſtica eſſe conjiciunt nonnulli ex eo, quod corpora nulla perfecte dura ſint. Dari tamen corpora ad ſenſum non elaſtica evincitur e mollibus, quæ *ob frequentiam, ac vicinitatem* limitum cohæſionis ſe ſe in priorem figuram non reſtituunt.

§. 71. *Naſcitur elaſticitas ex locatione punctorum in limitibus cohæſionis, circa quos bini arcus utrinque proximi ſunt ſatis ampli, atque ad majus intervallum ſe ſe exporrigentes.* Nam poſita locatione punctorum in dictis limitibus partes

de loco dimotæ priſtinam figuram reſumunt; & non poſita non reſumunt; ſed quo poſito partes in priorem figuram ſe ſe reſtituunt, & non poſito non ſe reſtituunt, in eo ſtatuenda eſt elaſticitas; ergo. Pr. M. Si *poſita hac locatione punctorum, & amplitudine arcuum* pars una urgeatur verſus alteram, incidet ſub arcum repulſivum; quare ceſſante vi urgente, & comprimente repelletur, & repulſa deferetur ad priorem cohæſionis limitem, peractisque circa illum oſcillationibus compluribus in eodem perſiſtet. Sique pars altera ſeparetur ab altera, incidet ſub arcum attrahentem; proindeque ceſſante vi extrinſeca attrahetur, & attracta denuo ad priſtinum cohæſionis limitem revertetur; ſemper ergo corpus ſive compreſſum, ſive tenſum, ſeu flexum figuram amiſſam recuperabit.

*Schol. I.* In exemplo ſit canna elaſtica, quæ ſi prehenſis ambobus extremis, propiusque ad ſe ſe adductis inflectatur, ſibi relicta priorem figuram reſumit. Phænomenon in theoria noſtra facilem habet explicatum; ſcilicet: quantumvis ex parte convexa multum puncta a ſe invicem recedant, manent tamen ſub arcu attrahente, qui egregie amplus eſſe ponitur; ergo ceſſante vi inflectente ſe attrahent. 2do. Licet ex parte concava multum puncta ad ſe ſe adigantur, manent tamen ſub arcu repellente; iterum ergo ceſſante vi extranea ſe repellent. Atqui vero ſi iſta ſe attrahunt, illa repellunt, canna priorem figuram reſumere debet; ergo.

*Schol. II.* Oſcillationes illas, quæ fiunt a punctis revertentibus ad priorem limitem cohæſionis, indicat ſonus, qui ſæpe exauditur, cum corpora elaſtica amiſſam figuram recuperant.

*§. 72. Cauſa elaſticitatis in minoribus diſtantiis, ſive in corporibus compreſſis eſt vis repellens; in diſtantiis majoribus, h. e. in corporibus tenſis vis attrahens; in flexis partim vis attractiva, partim repulſiva.* Probatio deſumitur ex §. priori.

*Coroll. I. Quare cauſa phænomenorum elaſticitatis non eſt una attractio*, ut volunt Neutoniani; quamvis enim plurimum ei tribuendum ſit in corporibus *tenſis*, cum ea priori figuræ reſtituuntur; at quid in corporibus *compreſſis* in acceptis ei ferendum, dum iſta poſitionem priſtinam reſumunt, plane non video. Pervideo immo imminutis per compreſſionem diſtantiis majorem vim attractivam exeri debere (per leges Neutoni); ideoque corpora compreſſa nunquam figuræ priori reſtituenda eſſe. Sed neque ſi Argus ſim, videre ſpero, quomodo corpora *prius flexa* vi unius attractionis priorem figuram induant. Sane, ſi e. c. lamina elaſtica inflectatur, augentur diſtantiæ moleculārum e parte convexa, minuuntur e concava. Sequitur minui attractionem e parte convexa, augeri e concava. Sed & illud conſequitur: hoc pacto adeo figuræ reſtitutionem fieri non poſſe, ut ob auctam ex parte concava-attractionem figura laminæ flexæ immutata conſervari debeat.

*Coroll. II. Cauſa elaſticitatis eſſe nequit aër intra corporum poros interceptus, iisque compreſſis compreſſus, ac ſubinde ceſſante vi comprimente ſe ſe expandere nitens.* Sic enim, niſi vehementer fallor, ibitur in infinitum. Quid, quod phænomena elaſticitatis habentur etiam in vacuo?

*Coroll. III. Neque æther cauſa elaſticitatis corporum dici poteſt.* Alterum enim a corporibus aliis ad

ætherem transfertur quæſtio, non ſolvitur. *Addunt alii:* æther ſubtiliſſimus poros omnes penetrare capax elaberetur interea, dum corpus comprimitur; atque ſublata compreſſione irrueret denuo. *Quærunt:* ex una duntaxat parte, an ex omni irrueret? Si 1mum: cur canna huc ſive, ſive illuc inflexa figuram reſumit? ſi alterum: quomodo figura priſtina recuperatur, cum æther parte una æque premat, ac altera?

*Coroll. IV. Etiam ignis intra poros corporum latitans, vique repulſiva præditus cauſa elaſticitatis non eſt.* Multis enim corporibus ignis elaſticitatem omnem adimit.

*Schol.* Quam nulla ſint adverſariorum argumenta, breviter exponam: *Dicunt I.* In theoria hac explicari nequeunt phænomena elaſticitatis; ergo. Pr. A. Explicari nequit I.: qui fiat, ut in corporibus diverſis diverſi ſint elaſticitatis gradus. II. qua ratione corporibus quibusdam antea parum elaſticis inſignis communicetur elaſticitas. III. Cur corporum quorundam elaſticitatem minuat humor, aliorum calor? IV. Cur ignis ope jam major, jam minor concilietur vis elaſtica? V. Quomodo corpora quædam diuturniore ſitu elaſticitatem exuant? ℞. N. A. Ad Prob. I. ajo a diverſi elaſticitatis gradus a varietate limitum, & arcuum utrinque vicinorum ſunt repetendi. Ad II. Conciliatur elaſticitas ſive *humoris ſuperflui expulſione*, ſive *fluidi cujuspiam inductione*, e. c. olei; tum enim ob moleculas aliter diſtantes novam virium compoſitionem oriri neceſſe eſt. Phænomenorum IIItii, & IVti ratio eſt, quod ignis (nam quod *humorem* attinet, ex jam dictis abunde refellitur) vehementi molecularum commotione, ac perturbatione novam generet virium conjugationem, particulasque alias *ad bene validos*, alias *ad languidos cohæſionis limites* adducat, nonnullos etiam *ad limites non cohæſionis*. Eadem nova virium compoſitione

ſione nova itidem vicinorum arcuum amplitudo obtineri poteſt. Ad V. cur corpora ſitu elaſticitatem amittant, in cauſa eſt, quod *actione caloris*, & *frigoris*, itemque *partium nonnullarum tranſpiratione*, atque *aliarum inductione* nova oriatur particularum diſpoſitio, & virium conjunctio.

*Inquiunt II.* Si cauſa elaſticitatis dicatur vis attractiva, & repulſiva: magis elaſtica eſſe oportet, quæ majore vi attrahendi pollent, ac repellendi; non autem ſunt magis elaſtica; ergo. Pr. m. Majore vi attrahendi pollet magnes, quam marmor, aut ebur, nec tamen magnes eſt magis elaſticus; ergo. ℞. T. M. non enim *ab attrahente ſolum vi*, & *repellente* pendet elaſticitas, ſed ſimul *ab amplitudine arcuum*. D. m. Non autem ſunt magis elaſtica, deficiente ſcilicet *amplitudine arcuum* utrinque vicinorum C. m. Habita hac amplitudine N. m. & Cm. Ad Prob. D. A. majore vi attractiva pollet magnes *reſpectu corporum extraneorum* C. A. *relate ad moleculas*, e quibus componitur *Subd.* Sunt tamen moleculæ magnetis locatæ in iis limitibus, circa quos bini arcus proximi non ſunt æque ampli C. A. ſunt æque ampli N. A. & Cm.

*III.* Sola attractio eſt cauſa elaſticitatis; proinde elaſticitas non ſimul pendet a repulſione. Pr. A. Idem illud eſt cauſa elaſticitatis, quod firmæ, ac ſtabilis cohæſionis; ſed attractio eſt cauſa firmæ, ac ſtabilis cohæſionis; ergo. ℞. N. A. Ad Prob. T. M. Plus enim dicit elaſticitas, quam cohæſio. Naſcitur cohæſio *ex ſola locatione punctorum in limitibus cohæſionis*; elaſticitas ſimul *ex amplitudine arcuum* utrinque vicinorum. D. m. attractio juncta repulſioni cauſa eſt cohæſionis C. m. Una attractio N. m. & Cm. Per cohæſionem reſiſtunt corpora tam ſui diſtractioni, quam compreſſioni. Diſtractioni quidem reſiſtunt *per vim attrahentem*; at compreſſioni *per repellentem*.

*IV.* Æther irruens in poros corporum cauſa eſt, cur preſſa corpora figuram priorem reſumant; ergo æther cauſa eſt elaſticitatis. Pr. A. Æther irruens dilatat volumen corporum, plane ſicut aër expandit veſicam, ignis metallum, aqua ſpongiam, homines, ligna &c.; ergo. ℞. N. A. Precario enim ſumitur æther ille. Ad Prob. T. A. Nam cum poros corporum facillime pervadat, dilatatio voluminis haud obtineri poteſt. N. Cm. Æther enim certa aliqua directione irrueret, vel omni ex parte? *Si directione duntaxat una:* quid eſt, quod corpora quaquaverſum preſſa, aut flexa, mutatoque ſitu priore in oppoſitum figuram amiſſam recuperant? *Si omni ex parte* (quod quidem non facile concedent adverſarii, e quorum ſententia, licet omnem in partem æquabiliter premat æther, tamen reliquorum fluidorum inſtar determinata quadam directione fluit) num explicari poterit elaſticitas *corporum flexorum*? Non puto. Videatur §. præſ. Cor. III. Deinde: accerſantur *corpora tenſa*; quid vero penes iſta, cum priori figuræ reſtituuntur, officii habeat æther, non aſſequor.

*V.* Corpora flexa poros habent *Conicos*, a parte convexa latiores, concava ſive interiori anguſtiores; quocirca majore copia affluit æther ſubtiliſſimus parte latiore. Dumque per anguſtiorem corporum flexorum partem effluit, in latera coarctatorum pororum impingere, partes propius ad ſe adductas expandere, priſtinumque molecularum ſitum reſtituere debet; recte igitur ab æthere repetitur elaſticitas. *Confirmatur.* Aqua per anguſtiorem alveum decurrens majori celeritate fertur, impetumque majorem exerit in ripas coarctantes; ergo a pari. ℞. Si millies in ſuppetias vocetur æther, non tamen aliud inde conficitur, quam *mere per accidens* figuræ amiſſæ reſtitutionem conſequi, ſi videlicet latiores corporum flexorum poriætheri data quapiam directione fluenti obvertantur. Fac vero, corpus in

con-

contrarium ſitum inſectatur : num, oro, proderit quidquam iterata præclari illius ætheris invocatio ?

§. 73. *Reflexio* habetur, dum corpora per medium determinatæ denſitatis ( aut per vacuum ) progredientia, & ad confinium medii denſioris delata in medium anterius regrediuntur. Dum vero corpora in motu conſtituta e medio uno in aliud diverſæ denſitatis deferuntur, mutataque directione ab inito tramite aliquantum recedunt, habetur *refractio*.

*Schol.* De cauſa reflexionis, non illa quidem immediata ( quæ indubitate eſt vis motrix ) ſed de mediata, ac determinante, ut corpus via directioni ſuæ oppoſita regrediatur, quærunt Philoſophi. Quæſtioni ſatisfaciam.

§. 74. *Cauſa reflexionis eſt elaſticitas corporis percuſſi.* Pr. Poſita elaſticitate corporis percuſſi determinatur, & non poſita non determinatur corpus impingens ad motum reflexum ( nam corpus percuſſum nititur elaſticitate ſua priorem figuram reſumere; nequit autem reſumere, niſi impingens a ſe removeat, & determinet ad reflexionem ); Sed quo poſito &c.; ergo.

*Coroll.* *Elaſticitas corporis percutientis cauſa reflexionis non eſt*; percutiens enim elaſticitate ſua, ac niſu figuram amiſſam recuperandi urgetur *directione reflexioni oppoſita*; non ergo vi elaſticitatis ſuæ determinatur *ad motum reflexum.* Sunt tamen, qui impingentis elaſticitatem conferre dicant ad reflexionem propterea,

quod minus elaſtica minus reflectantur, nihilque ad ſenſum elaſtica nihil itidem reflectantur. *Aſſentior illis;* ſic tamen, ut reflexionem pendere putem ab elaſticitate impingentis, ceu *mera conditione*, non ceu *vera cauſa*. *Conditio*, inquam, *eſt*; nam ſi impingens inſigniter molle fuerit, cui nulla ad ſenſum inſit elaſticitas, obſtaculum vix comprimet; cumque mollia plerumque majore vi cohæſiva polleant, adhærebit potius. Sique inſigniter durum erit, atque iterum ſenſibili elaſticitate deſtitutum, ſuperabitur vis elaſtica corporis compreſſi. Proinde nullo caſuum dictorum reflexio haberi poterit. *Cauſa non eſt*, quia non determinat ad directionem motui priori oppoſitam.

*Schol.* Nihil proſunt adverſarii oggerentes I.: Si elaſticitas dicatur cauſa motus reflexi, multiplicari vires; quod abſurdum. ℞. Multiplicantur cum ratione ſufficiente C. A. ſine illa N. A. & Cm. Ratio ſufficiens adſtruendæ hoc loco elaſticitatis ceu cauſæ eſt in oppoſita directione corporis reflexi, ad quam cum impingens ſemet determinare nequeat, a cauſa extranea determinari eget. Quæ vero illa, ſi non elaſticitas corporis percuſſi?

II. Sine elaſticitate habetur reflexio; ergo. P. A. Reflectitur e. c. lumen ab aqua, quæ tamen, quia compreſſilis non eſt, elaſtica non eſt; ergo. ℞. N. A. Ad Prob. Lumen reflecti ab aqua admitto; nego tamen aquam minime elaſticam eſſe: *At comprimi nequit.* Dicam: nequit comprimi ſenſibiliter T. A. omnino comprimi nequit N. A. & Cm. Vapores aqua ſunt, & comprimi poſſunt ſenſibiliter; hinc dixi T. Cæterum ex elaſticitate non compreſſilitas inferri debet, ſed conatus figuram *quavis ratione* amiſſam recuperandi.

III.

III. Quis credat incudem a pila cadente, aut marmor duriſſimum a ſubtiliſſima lucis molecula comprimi? ſique non comprimuntur: motus reflexi cauſa elaſticitas eſſe non poteſt; ergo. ℞. Credunt ii omnes, quibus corpora *perfecte dura* in rerum natura nulla ſunt. De luce quod additur, ſic expono: lucis tenuitatem abunde compenſat fidem prope omnem exſuperans velocitas (tres enim ſupra triginta milliones leucarum decurrit intra 8′, & 13″); quare non temnenda quantitas motus exſurgere debet.

IV. In corpore eodem eadem habetur vis elaſtica; proinde ſi iſta reflexionis cauſa ſit, omnia impingentia eodem modo reflecti oportebit; non autem ſic reflectuntur; ergo. ℞. D. A. Eadem habetur vis elaſtica *in actu primo* C. A. *ſecundo* N. A. & Cm. Vis elaſtica in actu ſecundo pendet a quantitate motus corporis impingentis, ſive a vi comprimente, cui (*per Metaph.*) æquatur. Eſt vero diverſa ſæpe in impingentibus vis comprimens; igitur & diverſa in percuſſis elaſticitas; proinde & diverſa reflexio.

V. Elaſticitas corporis *impingentis* non eſt cauſa reflexionis; nec igitur corporis *percuſſi*. ℞. N. C. Corpus nullum potens eſt ſe ipſum determinare ad motum; determinaret autem, ſi elaſticitas *impingentis* cauſa eſſet motus reflexi. II. Elaſticitas impingentis agit directione oppoſita reflexioni; nequit proinde cauſa eſſe reflexionis. Nihil horum obtinet, ſi elaſticitas *percuſſi* ſtatuatur cauſa motus reflexi; ergo.

VI. Non duntaxat percuſſum, ſed & impingens corpus nititur figuram amiſſam recuperare; ergo ſi percuſſi, ſimiliter impingentis elaſticitas cauſa reflexionis dici debet. ℞. D. A. nititur utrumque figuram recuperare, impingens tamen niſu hoc ſuo tendit directione reflexioni oppoſita C. A. Eadem directione, qua reflexio

peragitur N. A. D. Cs. ergo ſimiliter impingentis elaſticitas cauſa erit reflexionis *in corpore percuſſo*, ſi mobile ſit C. Cm. Suæmet propriæ N. Cm.

VII. Elaſticitate compreſſi corporis determinatur impingens ad quietem; non ergo ad motum reflexum. Pr. A. Elaſticitas = lis eſt, & contraria vi comprimenti, quare altera alteram elidere debet; eliſa autem elaſticitate non determinatur corpus impingens ad motum, ſed ad quietem; ergo. ℞. N. A. Ad Prob. ajo: vis quidem elaſtica = lis, & contraria eſt vi comprimenti, non tamen altera alteram elidit propterea, quod non ſimul habeantur ambæ. Primum itaque vis habetur comprimens in impingente; huic demum per reſiſtentiam percuſſi corporis eliſæ ſuccedit vis elaſtica obſtaculi, quod figuram amiſſam recuperat ſimul, ſimul impingens determinat ad reflexionem.

VIII. Niſus reſumendi figuram priorem ſolummodo arguit remotionem impingentis ad intervallum non amplius, quam exigat reſtitutio partium compreſſarum in ſitum priorem; ergo. ℞. D. A. Corpus tamen remotum (e lege I. §. 2. recitata) in motu perſeverat C. A. ſiſtitur motus remoti jam corporis N. A. & Cm.

IX. Juxta legem II. Neutoni: *effectuum naturalium ejusdem generis eædem ſunt cauſæ*; ſed motus directus, & reflexus ejusdem corporis, eadem utrinque velocitate delati, ſunt effectus naturales ejusdem generis (utrinque enim habetur eadem quantitas motus); ergo amborum eadem eſt cauſa. Motus autem directi cauſa elaſticitas non eſt; nec igitur reflexi. ℞. D. M. Effectuum naturalium ejusdem generis eædem ſunt cauſæ *immediatæ* C. M. *mediatæ*, ac *determinantes* N. M. D. m. motus directus, & reflexus ſunt effectus ejusdem generis *ſpectata motus quantitate* C. m. *ſpectata directione*

*ne* N. m. & Cm. Motus *directus* ab elaſticitate non determinatur, ſed a corpore quovis impellente, e. c. a manu lapidem projiciente; ergo ab elaſticitate repeti non debet. At niſi elaſticitas dicatur cauſa determinans *ad reflexionem*, alia quidem cauſa præſto non erit; proinde.

X. Motus omnis pendet a vi motrice; igitur & reflexus. R. Pendet a vi motrice tanquam cauſa *immediata* C. A. *mediata*, ac *determinante* N. A. & Cm.

§. 75. *Fluida* voco, *quorum partes facile ſeparantur, impreſſioni cuivis externæ facile cedunt, facileque itidem motus inteſtinos, ac comparativos admittunt.*

*Schol.* Placuit Philoſophorum nonnullis *tria fluidorum genera* adnotare. Imum genus ajunt eſſe eorum, in quorum partibus majuſculis *nulla ſenſibilis attractio* obſervatur, aut *repulſio*. In exemplum ponunt *milium, pulveres*, & alia id genus aggregata, quæ granulis probe lævigatis conſtent. Ad IIdum referunt ea ſolum fluida, quorum moleculis majoribus ineſt *notabilis repulſio*, ut *aëri, vaporibus aqueis*, &c. Genus IIItium complectitur ea fluida, quorum moleculis majoribus *ſenſibilis ineſt attractio*, qualem in *Mercurio, aqua* &c. obtinere cernimus.

§. 76. *Natura fluidorum* ( eorum præcipue, quæ in tertio genere locantur ) *reponenda eſt in particulis fere ſphæricis*, h. e. *talibus, quarum puncta diſtributa ſint in meras ſuperficies concentricas, ita, ut in æqualibus a centro diſtantiis æqualiter, numeroque pari ſint diffuſa.* Prob. Sic intellecta fluidorum natura nullo propemodum

nego-

negotio explicantur phænomena a fluiditate profecta. Nam I. *Fluidorum partes commovebuntur facile, ac ab invicem ſeparabuntur vi quantumcunque exigua*; vi enim huic utcunque exiguæ exiguum opponetur impedimentum, quia non niſi cohærentia aliquarum partium pedetentim, ac ſucceſſive ſuperari debeat. II. *facile moleculæ aliæ circa alias revolventur, quin motus cum partibus remotioribus communicetur*. Pendet hoc phænomenon a ſuperficie ſphærica, & ſatis lævigata. III. *Si quæ fluidorum particulæ ab aliis paulo magis receſſerint, continuo in earundem locum ſuccedent aliæ*, ſicque vires attrahentes, ac repellentes mutuo ſe ſe compenſabunt, & æquilibritas fluido reſtituetur. Quæ ſuperant phænomena, dabit Scholium abhinc ſecundum.

*Schol. I.* Cum ſphæricas fluidorum moleculas nomino, intelligo moleculas longe ſubtiliſſimas, quales oculum Microſcopiis quibuscunque armatum ſubterfugiant, inque anguſtiſſima corporum intervalla ſe inſinuent.

*Schol. II.* Sunt, quæ dubium tyronibus moveant; eximam dubitationem. *Quærunt* I. *Cur difficultas ingens dividendi a ſe invicem particulas ſolidas; non item fluidas?* ℞. Quia in fluidis *motus particularum circa particulas liber ob earum uniformitatem permittit, ut ſeparentur aliæ poſt alias, dum in ſolidis vis in latus - - - -, & anguli prominentes, ac figurarum irregularitas impediunt ejusmodi liberum motum ( qui fiat ſine mutatione diſtantiarum ) & cogunt divulſionem plurimarum particularum ſimul*; verba ſunt *Boskovichii*. Rem exemplo illuſtrat petito a faſciculo virgarum, qui

ſi totus frangi debeat ſimul, difficultas ſentietur; at ubi virgæ aliæ franguntur poſt alias, facilè vincitur reſiſtentia.

*Quærunt* II. *Cur, ſi ſp*[illegible] *ſint fluidorum maſſulæ, minusque cohærentes, ac*[illegible]*rea commoveri faciles, ingens ſæpe difficultas in* [illegible]*parandis ab invicem particulis?* Certe lapis oblique in aquam jactus, aut globus e tormento excuſſus ex aqua reſilit. Certe magnam reſiſtentiam in aqua ſcindenda experiuntur, qui ſe ſe ex editiore loco in eam præcipites agunt. ℞. tribuendum iſtud eſt *celeritati ingenti*, qua in fluidum aliquod incurritur; tum enim nequeunt *per brevitatem temporis* particulæ aliæ aliis locum cedere, & in gyrum agi; hinc eo caſu fluida reſiſtunt non minus, quam ſolida.

*Petunt* III. *Cur fluidorum nonnulla (e. c. aqua), quæ compreſſioni multum reſiſtunt, diviſionem maſſæ, ac ſeparationem partis unius ab altera non impediant?* Nunquid ſolidorum partes hoc ægrius ſeparantur, quo magis compreſſioni, aut rarefactioni reſiſtunt? ℞. Difficilior compreſſio, aut rarefactio ortum duxit ex eo, quod maſſulæ aqueæ in confiniis arcus validiſſime repellentis hærentes comprimi deberent *omnes ſimul*, adeoque actione eadem ſuperanda foret inertia, ac repulſio omnium ſimul particularum. In diviſione portionis aqueæ unius ab alia iſtud non obtinet, quia duntaxat ſuperanda eſt reſiſtentia, ac cohæſio non ſatis valida *particularum non omnium, ſed quarundam.*

*Ajunt* III. *Si fluidorum omnium natura reponenda ſit in maſſulis propemodum ſphæricis, & concentricis, quarum puncta in æqualibus a centro diſtantiis æqualiter ſint diſtributa: unde major, aut minor corporum quorundam fluiditas?* ℞. repetenda eſt ab ingreſſu particularum quarundam heterogenearum, vel earundem

egreſ-

egreſſu, proindeque a turbato virium æquilibrio inter partes fluidorum. Scilicet: ea fluiditatem imminuunt, quæ æquabilem punctorum diſtributionem, viresque inde ortas, ac virium di[illegible]ionem tollunt. Iſtud vero ſive per ingreſſum m[illegible]arum heterogenearum fieri poſſe, ſive per egreſſ[illegible]mo non videt; ergo. Atque *de ingreſſu* particularum heterogenearum res manifeſta fit in vino, quod ſæpe fluiditate diminuta viſcoſitatem induit. Qui *in egreſſu* molecularum heterogenearum laborant, iſtis in exemplum ſint metalla, quæ quamdiu bene multas ignis particulas omnia diſcerpentes, ac diſſociantes in ſe continent, fluida ſunt; ſublatis maſſulis igneis firma evadunt.

*Rogant* V. *Cur fluidorum moleculæ ſemper æquilibrium appetant?* ℞. quia gravitate, vel potius pondere ſuo eouſque ad alias infra ſe poſitas accedunt, donec vis repellens, & contactum immediatum prohibens eam gravitatis vim penitus elidat; quare ad æquilibritatem pervenire, ac prope ejusmodi limites conſiſtere debent, ultra quos nulla amplius vis attractiva ad ſenſum operetur. Hinc evenire videmus, ut gravitate ac preſſione in quavis fluidi parte diminuta partes graviores illuc affluant, levioresque de loco ſuo extrudant, fluidumque aſſurgat eouſque, dum æquilibrium reſtituatur.

*Rogant* VI. *Cur fluidorum homogeneorum moleculæ omnes ad libellam ſe componant*, h. e. *ſuperficiem horizonti parallelam induant?* ℞. quia, cum graves ſint ſingulæ, ſingulæ ob exilitatem, rotunditatem, ac lævitatem ſuam ſine impedimento locum gravitati ſuæ debitum occupabunt, ſive non prius quieſcent, quam ſingulæ æqualiter ſuſtineantur; ſic vero ſuſtineri nequeunt, niſi ubi fluidum ad libellam ſe ſe compoſuerit; ergo. *Confirm.* Si portio quædam aquæ ultra alias emineat, continuo ob mobilitatem ſuam defluet eouſ-

que

que, dum omni ex parte æquabiliter comprimatur; ergo. Quanquam illa fluidi homogenei *ad libellam* compoſitio locum non habet in ſuperficiebus fluidorum omnino vaſtis, quales ſunt marium, aut lacuum admodum ingentium; iſtorum enim ſuperficies fere convexa eſt, quia talem actio gravitatis exigit.

*Dicunt* VII. *Majores fluidorum partes figuram ſphæricam non induunt, ſed vaſis, quo coercentur, figuram aſſumunt; nullisque vaſis conſtrictæ in omnem quaquaverſus partem dilatantur. Cur moleculæ fluidorum minimæ ſphæricæ ſint?* ℞. Partes fluidorum majores vaſis coarctatæ figuram quamlibet induere debent *cauſa mobilitatis ſuæ*; vaſis non coercitæ ad libellam ſe componere debent *ob æqualem gravitatis*, ſive terræ attrahentis *actionem*, modo ſuperficies fluidi admodum vaſta ne ſit. Minimæ ex adverſo moleculæ ſi ſphæricæ non ſunt, nec fluida omnem in partem facile commoveri, nec alia fluiditatis phænomena explicari poterunt.

*Ajunt* VIII. *Cur fluiditas major minorve non raritati reſpondet, ac denſitati?* ℞. quia non a ſumma particularum, ſed ab earundem ſphæricitate, lævitate, homogeneitate, & æquali punctorum circum centra diſtributione pendet fluiditas. *Inſtant: quid eſt, quod varia fluidorum impeditio* (impediunt enim fluida motum) *proficiſcitur a denſitate varia, non fluiditas ipſa?* ℞. quia fluidorum impeditio oritur ab inertia, quæ proportionata eſt maſſæ; fluiditas aliunde. *Urgent porro: In fluido denſiore major eſt mutua particularum attractio* (quia major numerus punctorum elementarium, quorum ſingula viribus attractivis pollent); *majori attractioni reſpondet minor mobilitas; mobilitati directe reſpondet fluiditas; quare penes corpora denſiora minorem eſſe oportet fluiditatem; quod fallit.* ℞. D. A. in fluido denſiore major eſt mutua particularum

attra-

attractio, quæ tamen æquabiliter agit in omnem partem, & quidem eadem vi ad centrum tendente C. A. non ſic agit N. A. & Cm. In fluido denſiore major habetur numerus punctorum elementarium; quantacunque autem ea ſint, non tamen in alias particulas agunt ſingula viribus ſeorſim ſumptis; ſed velut ſi in centro ſphæræ collecta forent omnia, vi compoſita agunt cum reliquis omnibus, & agunt æquabiliter in quasvis, vicinas præcipue, particulas, agunt denique actione in ſingularum centra tendente. Quod ſæpe majori attractioni minor reſpondeat mobilitas (potius *motus*) provenire cenſeo a ſola iterum inertia, non a majore punctorum æquabiliter omnes in partes agentium numero.

§. 77. *Phyſicorum nonnulli fluiditatis naturam in motu quodam inteſtino particularum repoſuerunt.* Non ſatis recte; nam I. ſatis, credo, fluiditas intelligitur poſita molecularum *exilitate, ſphæricitate, glabritie*, ac *permodica cohæſione*; quid jam opus accerſere motum hunc inteſtinum? II. Ex motu illo non intelligitur fluiditas; ſic ſolida pleraque multum licet calefacta, proindeque motu vehementi agitata nihilominus ſolida manent, fluida non evadunt. III. Dicta molecularum agitatione tolleretur virium æquilibritas; quare nec fluida ſe ſe ad libellam componere, nec eorundem particulæ minimæ figuram ſphæricam induere poſſent; induunt autem, ſeque ad libellam componunt; ergo. IV. Quis credat aquæ moleculas ſphæra conſtrictas, ac in experimento Florentino validiſſime compreſſas actu moveri? at fluiditatem ſuam non amittunt. V. Si pul-

pulveres, limus, ſordesque aliæ fluido vehementius agitato admiſceantur, innatant; ſtagnante fluido ſubſidunt, ſicque indicium præbent nullum inter fluidi ſtagnantis particulas motum haberi.

*Schol. I.* Ne ullus logomachiæ locus detur, notaſſe juverit: inteſtino hoc partium motu venire motum quempiam ſingularem ad rationem fluiditatis pertinentem. Hunc dum rejicio, non eadem opera motum illum omnibus materiæ punctis communem excludo, quem in corporibus etiam firmis dari docui *in Metaphyſica.*

*Schol. II.* Opponunt ſententiæ adverſæ Patroni I. Fluiditas non datur ſine certo caloris gradu; ubi calor, ibi motus; ergo. ℞. motus iſte ex certo caloris gradu ortus firmis etiam corporibus communis eſt; quare ad naturam, ac eſſentiam fluiditatis pertinere haud poteſt. ℞. II. ubi calor, ibi motus; ſæpe tamen *inſufficiens* ad commovendas minimas fluidi particulas C. A. ſemper ſufficiens N. A. & Cm. Addit *Muſchenbrœkius*: certum caloris gradum ad fluidi naturam minime neceſſarium eſſe; unde enim iſtud evincatur? an e *Mercurio*, *oleis deſtillatis*, *ſpiritu vini æthereo?* Dixi ſupra: motum a calore profectum ſæpe inſufficientem eſſe ad motum partium fluidi; non enim igni ſemper tantæ inſunt vires, ut partium gravitas, affrictus, & vis cohæſiva ſuperetur.

II. Sublato calore liquida evadunt firma, quod patet in metallis igne liquefactis frigore in maſſas firmas coagulatis. *Inferunt*: ergo ad fluiditatem requiritur ignis; & motus partium. Sed pace iſtorum reddam ego: Nonnulla corpora agente calore evadunt firma; igne in firmos lateres abit molle lutum, induratur ovorum albumen, creta &c. quare ad fluiditatem nihil

admodum confert ignis, & motus partium. Hinc eruitur reſponſio II. ſublato igne fluida evadunt firma *per accidens*, quia vires firmitatem generantes ſubducto calore ſe exerere poſſunt C. A. tanquam ſi igneæ moleculæ ad fluidi conſtitutionem ſint neceſſariæ N. A. & Cm.

III. Fluidum fluido permiſcetur facile, quod ſine inteſtino partium motu fieri nequit; ergo. ℞. Nequit permixtio haberi abſque inteſtino partium motu orto in ipſa permixtione C. A. prius habito N. A. & Cm. Si motus inteſtinus haberetur ante permixtionem, majori celeritate, ac veluti ſubito permiſcerentur fluida; non autem adeo celeriter permiſcentur; nam teſte *Muſchenbrækio* vinum rubrum Italicum, & grave non prius commiſcetur aquæ infuſæ, quam elapſis 18. menſibus.

IV. Liquida evaporant; non autem ſine motu partium; ergo. ℞. Eodem argumento ab exhalationibus petito conficitur motus partium inteſtinus in ſolidis; nihil proinde confert ad fluiditatis eſſentiam in motu reponendam. ℞. II. Evaporant liquida non ſine motu, ſed inſufficiente ad fluiditatem C. A. ſufficiente N. A. & Cm. Motum vaporibus evibrandis neceſſarium minime ad fluiditatem ſufficere, conjicere licet ex eo, quod obſervantibus *Perraultio*, *Kraftio*, aliiſque major ſit glaciei evaporatio, quam aquæ, nec tamen glacies fluida ſit inſtar aquæ.

V. Solida fluidis injecta e. c. ſalia aquis immiſſa ab iiſdem ſolvuntur manifeſto motus indicio. ℞. motus in ipſa ſolutione orti indicio C. A. præexiſtentis N. A. & Cm. Dabo neceſſarium eſſe motum partium ad alias fluidorum qualitates e. c. ad vim ſolvendi metalla, ſalia, &c.; at qua tandem conſecutione elicietur, eundem ad fluidi conſtitutionem requiri?

Schol.

*Schol. III.* Ad fluida revoco humida, liquida, & viſcoſa, inter quæ nonnullis diſtinguere placuit. *Fluida* vocant, quorum partes cum parum cohæreant, tactui, ac impulſioni cuivis facile cedunt, ac commoveri aptiſſimæ ſunt; hinc in fluidis reponunt cumulum farinæ, lapidum minute contritorum, arenularum &c. *Liquida* dicunt, quorum præterea ſuperficies vaſis conſtrictæ ad libellam ſe componunt, aut quæ humi effuſa latiſſime diffluunt, quod evenit in Mercurio. *Humida* nominant, quæ corporibus aliis facile adhærent, ut aqua. Mihi fluidum plerumque dicitur illud, quod ſimul ſit humidum. *Viſcoſa* apellant, quorum diminuta eſt fluiditas. Diminutionis hujus rationem reponunt in eo, quod particulæ figura non ſatis glabra conſtrictæ ſint. 2do quod puncta in moleculis viſcoſi corporis paribus a centro diſtantiis pari numero non diſtribuantur. 3tio quod magna habeatur particularum diſſimilium, ac heterogenearum conjunctio, quam olea, reſinæ ſolutæ &c. in chemica ſui analyſi egregie manifeſtam faciunt.

§. 78. *Fluida utcunque rara motum corporum impediunt.* Cum enim corpora nulla penetrari poſſint, debet corpus in motu conſtitutum volumen fluidi volumini ſuo = le de loco dimovere; huic vero ſui dimotioni reſiſtit fluidum per vim inertiæ, ſicque reſiſtendo motum impedit, quatenus ſcilicet pars aliqua virium ſuperandæ fluidorum reſiſtentiæ impenditur.

§. 79. *Æſtimatur quantitas impeditionis fluidorum.* I. *A fluidi denſitate*; majori enim denſitati major reſpondet maſſa; maſſæ majori major inertia. II. *A fluidi tenacitate, & viſcoſitate*;

*tate*; oritur enim viſcoſitas a validioribus cohæſionis limitibus, quam reperiantur in fluidis. Fortior illa molecularum cohæſio motum impedit. III. *A corporis incurrentis ſuperficie*, quæ quo fuerit amplior, hoc major fluidi reſiſtentis copia removenda. IV. *A corporis incurrentis velocitate*; nam cum majori velocitate ſpatium majus decurratur, plures moleculæ vaſtius illud ſpatium occupantes de loco ſunt depellendæ, pluribusque moleculis major velocitas eodem tempore communicanda.

*Schol.* Quemadmodum *ſingula fluida* motum impediant, exacte referri non poteſt, cum ſingulorum fluidorum natura, ac vires exploratæ non ſint. Univerſe dicitur: impeditionem fluidorum eſſe in ratione compoſita *denſitatis*, & *quadrati velocitatis*.

## Chemicæ proprietates.

§. 80. *Fermentatio dicitur motus ille turbulentus, qui a permixtione corporum diſſimilium* e. c. aquæ fortis, & limaturæ ferri *proficiſci ſolet.* Motum hunc inteſtinum plerumque comitatur ſpuma, & copioſa aëris elaſtici expulſio.

*Schol. I.* Chemici vehementiores motus *effervescentiam* dicere ſolent, leniores nudam *fermentationem.* Effervescentia, aut fermentatio (nam revera idem ſunt) notatur in quavis permixtione fluidorum acidorum cum alcalinis, h. e. fluidorum nitroſorum cum bituminoſis, aut in admixtione metallorum cum ſpiritu nitri, vel aqua forti &c.

*Schol. II.* Si maſſa fermentans ſit *homogenea*, illius fermentatio audit *ſimplex ebullitio*; ſi *heterogenea*, vocatur *putrefactio*. Simplex ebullitio nullam eſſentialem in corpora inducit mutationem propterea, quod ſingulæ corporis homogenei moleculæ = libus agant viribus, neque prius quieſcant, quam maſſa ad priorem partium compoſitionem redierit. Putrefactio novam corpori fermentanti ſpeciem tribuit; nam inæquali illa, ac diverſiſſima particularum diſſimilium actione in aliam longe formam moleculæ coaleſcunt.

§. 81. *Cauſa fermentationis eſt in turbato partium fluidi æquilibrio* per admixtionem corporis extranei; hoc enim admixto exiguus aliquis motus minimis fluidi particulis imprimitur, & æquilibritas tollitur, qua ſublata partes mutuis viribus attractiva, ac repulſiva alternis ſibi ſuccedentibus in ſe ſe agunt, motusque illos vehementes, ac perturbatos cient.

*Schol. I.* Multum conferre aërem ad fermentationes docet Muſchenbrœk; ſaltem *ſi ex ſale Alkalino*, & *acido omnem aërem hauſeris*, *nulla fit efferveſcentia*, *nec ſpuma*, *quamvis ſalia fuerint acerrima.* Verba ſunt laudati Auctoris.

*Schol. II.* Videbitur forte conſignata fermentationis cauſa minus idonea explanandis tot, tantisque, ac tam miris effectibus, quales in efferveſcentiis haberi quotidie notamus.

*Oggeretur primum:* Si ſcobi ferreæ adjiciatur ſulphur depuratum, maſſaque omnis aquis diluta, & 50. libras appendens humi defodiatur, poſt 9. circiter horas fumus primum, deinceps flamma erumpet, terraque ſuccutietur motibus ſane validiſſimis. ...do Æri liquato

 aſtu-

affuſa frigida luctuoſos effectus non raro progenuit: 3tio ſi oleo caryophillorum ſpiritus nitri concentratus admiſceatur, initio denſus fumus aſſurget, ſubinde maſſa effervеſcet, flammamque concipiet. Tam ſtupendi effectus ab una partium æquilibritate ſublata, a permodica impulſione oriantur? Dicam: oriuntur a permodica impulſione tanquam *a cauſa mediata*, *& occaſionali* C. A. *immediata*, *& efficiente* N. A. & Cm. Scio, debere effectum omnem *cauſæ ſuæ immediatæ, ac totali* proportionatum eſſe. Eſt vero in caſu noſtro: nam motus ille rapidiſſimus, ac effecta plane ſtupenda *immediate* proficiſcuntur a mutuis particularum fermentantium viribus, quæ paullulum immutata molecularum diſtantia in immenſum excreſcere poteſt; *mediate* habentur a perexigua illa impreſſione, qua partium æquilibritas ſublata fuit. Atque tali cauſæ mediatæ effectum ex æquo non reſpondere docet noſter ille *Boskovich* in ſymbolo ſequente: *Emergat* (ſcribit ille) *e mari ſatis editus mons, per cujus latera diſpoſitæ ſint verſus fundum ingentes lapidum prægrandium moles, tum, quo magis aſcenditur, eo minores, donec verſus apicem lapilli ſint, & in ſummo monte arenulæ: ſint autem fere omnia in æquilibrio pendentia ita, ut vi reſpectu molis exigua devolvi poſſint. Si avicula in ſummo monte commoveat arenulam pede, ea decidit, & lapillos ſecum dejicit, qui, dum ruunt, majores lapides ſecum trahunt, & hi demum ingentes illas moles, fit ruina immanis, & ingens motus, qui decidentibus in mare omnibus mare ipſum commovet, ac in eo agitationem ingentem, & undas immanes ciet, motu aquarum vehementiſſimo diutiſſime perdurante. Avicula æquilibrium arenulæ ſuſtulit vi perquam exigua, reliquos motus gravitas edidit, quæ occaſionem agendi eſt nacta ex illo motu exiguo aviculæ. Hæc imago quædam eſt virium inteſtinarum agentium, ubi, cum vires creſcere poſſint in immenſum, mutata utcunque partium diſtantia multo adhuc major effectus haberi poterit, quam in caſu gravitatis, quæ quidem perſeverat*

*ſeverat eadem, aucta tantummodo velocitate deſcenſus per novas accelerationes.*

*Opponetur II.* Si fermentationes a ſublata partium æquilibritate proficiſcantur, cur demum evaneſcunt, niſi nova ſemper cauſa iis conſervandis adhibeatur? ℞. quia ſubinde virium æquilibritas reſtituitur. Ad reſtitutionem illam confert I. *Aer ambiens*, qui motum particularum fermentantium ſenſim imminuit, ſubinde exſtinguit. II. *Heterogenearum particularum*, quæ in fermentatione permiſcentur ſemper, *incurſus*; tum enim a cepto itinere deflectent incurrentes, ſenſimque ad eos devenient limites, in quibus nova virium æquilibritas obtineatur. III. *Maſſulæ avolantes*, quæ prius oſcillationem egregie auxerant; cum enim harum aliæ poſt alias dilapſæ ſunt, fere remanent eæ, quæ internis, externisque actionibus impediebant motum in fermentatione quavis notari ſolitum.

*Oppon. III.* Si fermentationis cauſa mediata ſit ſublata æquilibritas: quomodo non quævis maſſa alteri admixta fermentationem generat, cum quævis motu exiguo apta ſit æquilibrium tollere? ℞. quævis motu ſuo idonea eſt tollere æquilibrium partium *ſenſibilium* C. A. *inſenſibilium* N. A. In quibusdam moleculis inſenſibilibus ſæpe nulla obſervatur vis, qua ſe ſe mutuo ſive appetant, ſive fugiant; his admixtis non tolletur æquilibritas illarum virium, *quæ fermentationi deſerviunt.* ℞. 2do Non quævis maſſa alteri admixta fermentat, quia non quævis maſſa acida eſt, vel Alkalina C. A. ſi alia acida eſt, alia alkalina N. A. & Cm. Sola acida cum alkalinis fermentant. *Acida* cunei, aut ſpiculi figuram induunt e. c. nitrum. *Alkalina* poroſa ſunt, ac ſpongioſa e. c. calx, metalla, mineralia, oculi cancrorum &c.; facile igitur acida alkalinis permiſceri, inque iſta ſe inſinuare poſſunt; fiet, ut propius adductæ diſſimilium corporum particulæ ad eas ſubinde diſtan-

tias deferantur, in quibus mutuæ vires ſe ſe valeant exerere.

*Dicetur IV.* Si tantum acida alkalinis permixta fermentant, cur aqua fortis argento affuſa fermentationem creat, non item affuſa auro? Cur eadem aqua fortis ſale Ammoniaco imprægnata (quo caſu *aqua Regis* ſalutatur) fermentationem ciet in moleculis auri, non argenti? Cur ſi acetum coralliis, mercurio ſpiritus nitri affundatur, habebitur fermentatio: non ſi aliis corporibus? ℞. quia non omnia corpora relate ad omnia ſunt acida, vel alkalina, ſed quædam comparate ad aliqua ſunt acida, comparate ad alia ſunt alkalina, quæ idcirco *ſalia media*, aut *neutra* apellamus. Talia ſunt quævis dulcia, ſulphurea, pinguia &c.

*Petet. V.* Quid ſæpe opus aquam affundere acidis, & alkalinis mutuo jam admixtis? ſic niſi limaturæ martis, ac ſulphuri aqua affundatur, fermentatio vix conſurget. ℞. Ut aquis affuſis moleculæ heterogeneæ ad eas diſtantias devenire poſſint, in quibus vires mutuas, h. e. aliæ alias primum appetere, ambæ mox ob elaſticitatem reſilire, & in alias incurrere, ab iſtis iterum cum impetu excuti, iterumque in partes alias incurrere, perpetuoque motu perturbato ferri poſſint.

*Petet. VI.* Fermentantes maſſulæ non modo rapidiſſime commoventur, ſed diſſipantur etiam, & diſſipantur inæqualiter. Qua cauſa? ℞. quia nonnullæ particulæ minimæ ſuis e locis dimotæ continuo deveniunt ad ampliſſimum arcum repellentem; hinc repelluntur validiſſime. Porro: quia area repellens, e qua exploduntur particulæ, jam amplior eſſe poteſt, jam contractior, ab arearum diverſitate inæqualitatem diſſipationis repetendam eſſe puto.

§. 82.

§. 82. *Solutio* habetur, cum ſolida certis fluidis (quæ *menſtrua* dicunt Chemici) admixta in partes minutiſſimas diſcerpuntur, quæ menſtruis ſuis velut innatant.

*Schol. I.* Si illa ſolidi diſcerptio, ac molecularum minimarum ſeparatio magna celeritate, ac impetu peragatur, *corroſio* audit. Si partes duntaxat aliquæ a corpore ſeparantur, reliquis intactis, *extractio* nominatur. Ad hanc pertinent ſic dictæ *infuſiones*, qualis habetur, ſi e. c. affuſis aquis, cumprimis calentibus, e ligno Braſilo extrahitur ſuccus quidam, intra fibras latens, lignum non diſcerpitur.

*Schol. II.* Fluida ſolvendis corporibus idonea *menſtrua* dicimus a 40 diebus, qui iisdem plerumque a Chemicis tribuuntur. Sunt vero diverſa diverſorum corporum menſtrua. *Aqua* ſolvendis ſalibus maxime idonea eſt. Eadem immo aqua corpora quæque duriſſima e. c. metalla diſſolvit lapſu temporis. Si aquæ admiſceantur ſalia quædam acida, vel alkalina ſoluta, celerior habetur ſolutio. *Aqua fortis* ſolvit omnia metalla, aurum ſi demas. *Aqua regis* aurum, cuprum, ferrum &c. non argentum. *Acetum* ſolvit plumbum, cuprum, zincum, non aurum, argentum, mercurium. Idem eſt de aliis menſtruis, ut *ſpiritu nitri*, *ſpiritu ſalis marini*, *mercurio*, *oleo olivarum* &c.

§. 83. *Cauſa ſolutionis eſt, quod maſſulæ corporis diſſolvendi magis attrahantur a moleculis menſtrui, quam a ſe invicem.* Hoc enim pacto fieri debet, ut aliæ poſt alias avellantur a corpore diſcerpendo, & ſingulæ a particulis menſtrui ambiantur, & iisdem veluti ſaturentur.

*Schol.* Dixi ſupra: maſſulas diſſociatas innatare menſtruo. Num vero non mergi deberent, cum pleræque gravitate ſpecifica exſuperent menſtruum quodvis? Non, inquam; vis enim, quæ maſſulas corporis diſcerpti cum moleculis menſtrui conſociat, major eſt, quam vis gravitatis.

§. 84. Solutionem excipit *præcipitatio*, qua diſſolutorum corporum moleculæ fluido innatantes, ſubinde alio corpore in menſtruum immiſſo ad fundum ſubſidunt.

*Schol.* Notationem meretur illa *præcipitationum* conſecutio. Unciæ argenti in granula redacti affunde geminas *aquæ fortis*, aut *ſpiritus nitri* uncias; efferveſcet, ac diſſolvetur argentum. Adjice politam lamellam *Veneris*, ſeu *cupri*; ſubſident pulveres argentei, & lamella ſolvetur. Tum impone lamellam *Martis*, ſeu *ferri*; & præcipitaſti cuprum. Ferrum adjecto *zinco*, ſive *ſtanno*: iſtud *ab oculis cancrorum*: illi *a ſpiritu urinæ*: hujus ſalia *ab alkali aliquo fixo* præcipitantur.

§. 85. *Cauſa præcipitationis in eo vertitur, quod corpus jam peractæ ſolutioni adjectum fortius trahat moleculas menſtrui, quam trahant particulæ corporis ante diſſoluti.* Sic enim maſſulæ corporis primi jam diſcerpti menſtruo ambiente privabuntur, & urgente majori gravitate ſpecifica ad fundum delabentur.

*Schol.* At cur moleculæ præcipitatæ non denuo in molem grandiorem coaleſcunt? R. quia ad priſtinos cohæſionis limites non pertingunt.

§. 86.

§. 86. *Concretio*, aut *Coagulatio* habetur, cum ſolidum fluido immiſſum, aut duo fluida ſibi permixta abeunt in maſſas firmas.

*Schol.* Sales in aqua ſoluti, ubi hæc certa ſui parte evaporaverit, coëunt in maſſulas variæ magnitudinis, quas *cryſtallos* nominamus; hinc ſalium ſolutorum cum aqua concretio paſſim *cryſtallizatio* audit. *Coagulationis* exemplum eſt in alcohole vini cum ſpiritu urinæ, vel albumine ovi, vel ſero ſanguinis permixto. Ad concretionem referri poſſunt *ſublimationes*, ac mirabiles illæ *vegetationes chemicæ*, quales cum voluptate ſpectamus *in arbore Dianæ* orta ex mixtione argenti, & mercurii, vel *arbore Martis* ex mixtione ferri, & liquore tartari nata.

§. 87. *Concretiones, coagulationes, ac cryſtallizationes recte tribuuntur vi attractivæ*, qua urgente fieri poteſt, ut moleculæ duæ, ſive interpoſitu aliarum, ſive aliarum emigratione propius ad ſe ſe accedant, quam ante, & ad validiores cohæſionum limites delatæ maſſam firmam efficiant. *Vegetationes chemicæ inæqualitati virium tribuendæ ſunt.* Cum enim in moleculis variis varius ſit punctorum numerus, ac diſtributio, varia enaſcitur virium compoſitio. Fit igitur, ut particulæ aliæ relate ad alias vim nullam exerant, aut permodicam: comparate ad alias agant viribus & directione, & vigore diverſiſſimis.

§. 88. *Liquatio* fit, cum ſolida abeunt in fluida. Abeunt vero ſæpe *ob ingreſſum materiæ cujuſpiam extraneæ*; ſic irruptione, & agitatione

ne ignis liqueſcunt metalla, vitra &c. Nonnunquam *ob egreſſum materiæ heterogeneæ*; ſic plurima corpora viſcoſa, ac tenacia hoc magis evadunt fluida, quo magis depurantur, & moleculis heterogeneis eliberantur.

*Schol.* Quæ ſolida abierunt in fluida agitatione corporis interpoſiti, deficiente agitatione rurſum abeunt in ſolida; ſic tamen, ut ſiquidem corpus liquatum fuerit *homogeneum*, e. c. *cera*, *metalla* &c., priorem formam reſumat, ac firmitatem; ſi *heterogeneum*, e. c. *lapides*, *ligna* &c., nec formam priorem reſumat, nec firmitatem; ab his enim avelluntur partes oleoſæ, quæ prius ad firmam cohæſionem faciebant; ſubinde vero actione ignis delatæ ſunt ſub arcum repulſivum. His ſublatis reliquæ non amplius ſe ſe attrahunt, ſed diſſociatæ manent inſtar calcis, aut cinerum.

§. 89. *Liquationis cauſa fere eſt vehemens agitatio materiæ ſolidum ingredientis e. c. ignis*; qua poſita minimæ ſolidi moleculæ a ſe invicem disjunctæ circa axes celerrime convertuntur, inque omnem partem exerunt vim ad ſenſum æqualem, quæ fluidorum natura eſt.

*Schol.* Licet diverſæ habeantur molecularum directiones, & puncta viribus diverſis prædita, moleculæ tamen corporis liquati agunt undique ad ſenſum æqualiter, quia tanta ſibi celeritate ſuccedunt, ut diſcrimen virium haud obſervari poſſit.

Sectio

# Sectio II.
## De Motu Corporum.

§. 90. *Ignorato motu naturam ignorari neceſſe eſt*, ſcripſit alicubi *Ariſtoteles*; & recte ſcripſit, omnis enim corporum mutatio, proindeque omnis in rerum natura effectus motu peragitur. Quare tanta eſt doctrinæ præſentis neceſſitas, quanta *in Phyſicis* eſſe poteſt maxima.

# Caput I.
## Notiones, ac veritates præviæ.

§. 91. *Motus* eſt continua, ac ſucceſſiva loci mutatio. *Mobile*, quod locum mutat. Mutatur autem locus, quoties alio ordine ſimultaneis coexiſtitur.

*Schol. I.* Mutatio loci ſine directione, ac celeritate conſiderari nequit. Hinc aſſiduo monent *Metaphyſici*: in omni mobili ſpectandam eſſe *directionem*, & *celeritatem*. *Phyſici* ajunt: etiam *maſſæ* rationem habendam eſſe; *quantitatem* enim *motus* examinant, quam ex *maſſa in celeritatem ducta* metiendam eſſe conſtat ex alias dictis.

Dicitur autem *directio* linea *recta*, juxta quam mobile dato momento ſive *progreditur*, ſive *progredi nititur*. Inferes: etiam corpus in linea *curva* incedens *directione aliqua* moveri, *nititur* enim linea recta progredi, quantumvis ejus directio in ſingulis orbitæ punctis mutetur.

*Cele-*

*Celeritas* vocatur *affectio mobilis, qua aptum eſt ad datum ſpatium dato tempore decurrendum.* Alii vocant *rationem temporis ad ſpatium.* Utrique recte; liquet enim hoc majorem eſſe mobilis velocitatem, quo longius ſpatium breviori tempore decurritur: contra hoc minorem, quo brevius ſpatium longiori tempore conficitur. Jam clariſſima conſecutione elicies: *quotiente ſpatii per tempus diviſi exprimi celeritatis menſuram,* h. e. $C = \frac{S}{T}$.

*Schol. II.* Diſtribuitur celeritas in *abſolutam,* & *relativam.* *Abſoluta* eſt, qua corpus ſolitarie ſumptum, ac ſine ulla relatione ad aliud corpus motum, certum decurrit ſpatium. *Relativa* eſt, per quam corpora duo vel ad ſe invicem accedunt, vel a ſe ſe recedunt. Sit mobilis $A$ velocitas $= C$, mobilis alterius $B = c$. Accedat corpus $A$ ad $B$ præcedens, ac lentius motum, accedet corpus $A$ ſola differentia velocitatum; quare *celeritas relativa* hoc caſu $= C - c$. Gemina hæc corpora adverſis directionibus mota ſibi occurrant, erit eorundem *celeritas relativa* $= C + c$. Diſtributio hæc uſui erit cumprimis ad materiam *de conflictu corporum.*

*Schol. III.* Si $C = \frac{S}{T}$, fiet $C\,T = S$. id eſt *data velocitate, ac tempore cognoſcitur ſpatium, ſi velocitas ducatur in tempus.* Nemo jam mirabitur Geometras, qui cum quantitates quasvis lineis exprimere amant, ita conſtituunt: *ſi per rectam exprimentem tempus ducatur recta exhibens velocitatem, area genita deſignat ſpatium percurſum.* Bene habent: area enim conſurgere debet, ſi per rectam referentem tempus fluere concipiatur recta exhibens celeritatem relicto undique ſui veſtigio, h. e. ſi recta ducatur in rectam; ergo cum $C\,T = S$, debet area genita deſignare ſpatium decurſum.

Fiet

Fiet II. $T = \frac{S}{C}$. h. e. *dato ſpatio, ac velocitate cognoſcitur tempus, ſi ſpatium dividatur per velocitatem.* Sed in his, aliisque id genus expreſſionibus diligentiſſime, *monente Caillio*, advertendum, ſigno = non indicari æqualitatem *quantitatum abſolutarum*, ſed duntaxat *rationum; v. g.* ſi ponatur $x = y$, *id non indicat quantitatem x æqualem eſſe alteri y* ( *quod nempe heterogeneæ ſint* ) *dum x e. g. vim agentem denotat, y tempus; verum quod x ſemper ſit ut y, ita ut ſi x creſcat in triplum, y quoque fiat triplo major.*

*Schol. IV.* Si $C = \frac{S}{T}$, iterumque $c = \frac{s}{t}$; erit

I. $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$. *Æqualia enim ad æqualia &c.* h. e. *celeritates duorum mobilium ſunt inter ſe, ut rationes ſpatiorum ad tempora.*

Erit II. $C : c = S\,t : s\,T$. id eſt: *celeritates ſunt in ratione compoſita ex directa ſpatiorum, & reciproca temporum.* Ab hac veritate pendent reliquæ.

III. Si $t = T$. fiet $C : c = S : s$.

IV. Si $S = s$. erit $C : c = t : T$.

V. Si $C = c$ habebitur $S : s = T : t$. h. e. *ſi celeritates mobilium ſunt æquales, ſpatia percurſa ſunt ut tempora*; nam pro majore, vel minore tempore mobilia illa æquali velocitate donata majus, vel minus ſpatium decurrent. Analytica deductio ſic habet: Eſt (*per ante dicta*) $C : c = S\,t : s\,T$. ergo $C\,s\,T = c\,S\,t$; *factum enim mediorum* &c. Dividendo utrinque per $C = c$, obtinebitur $s\,T = S\,t$. Facta hæc æqualia ſolvendo in proportionem erit $S : s = T : t$. Q. E. D.

§. 91.

§. 92. Motum partimur in *ſimplicem*, qui ab unica vi procedit, & *compoſitum*, qui a pluribus viribus eodem tempore, ſed directione diverſa in idem mobile agentibus proficiſcitur.

*Schol.* Oportet tamen *directiones illarum virium non eſſe e diametro oppoſitas*; ſecus aut mobile quieſcet, ſi vires oppoſitæ *æquales* ſunt: aut ſi *inæqualet*, feretur duntaxat ſecundum directionem vis prævalentis. Certe *motus compoſitus* nunquam habebitur. Oportet II. *non eandem*, *aut parallelam eſſe virium directiouem*; aliter iterum motus ſpectata directione compoſitus non conſurget, ſed duntaxat mobile feretur vi quidem æquali ſummæ virium componentium, directione autem ſingulis viribus communi. Quare debent vires, ſi more Geometris familiari per lineas deſignentur, ſub angulo quopiam conſpirare; ſicque ſe habebunt ut latera parallelogrammi.

§. 93. Eſt motus alius *æquabilis*, quo æqualibus temporibus æqualia ſpatia decurruntur; quare mobile motu æquabili progrediens movetur celeritate nec aucta, nec imminuta. Alius *acceleratus*, vel *retardatus*, cum æqualibus inſtantibus inæqualia ſpatia conficiuntur. *Uniformiter acceleratus*, aut *retardatus* habetur, dum æqualibus temporibus æqualia reſpondent celeritatum incrementa, vel decrementa; quare in hoc motu celeritates creſcere dicuntur ut tempora.

*Coroll.* Spatium *motu æquabili* decurſum exprimitur *per rectangulum ABCD* (fig. 7ma). Si enim

per

per rectam *A B* deſignantem tempus ducatur recta *A C* velocitatem *conſtantem* referens, conſurget rectangulum *A B C*; atqui iſtud refert ſpatium, cum *S* = *C T*; ergo. Contra vero: ſpatium *motu uniformiter accelerato* decurſum exprimitur *per triangulum A B C* (Fig. 8.). Nam ſi per rectam *A B* deſignetur tempus, expriment lineæ 1 *d*, 2 *e*, 3 *f*, 4 *g* celeritatem ex hypotheſi *uniformiter acceleratam*, quæ ſi in inſtantibus ſingulis ſui veſtigium relinquere concipiantur, obtinebitur area △laris exprimens ſpatium, cum denuo *S* = *C T*.

§. 94. Mitto alias diviſiones in motum *directum*, *reflexum*, & *refractum*; item in motum *percuſſorum*, *oblique projectorum*, *pendulorum*; in motum *per machinas ſimplices*, *rectilineum*, *curvilineum* &c. quibus nominibus quæ notio ſubſit, pronum eſt intelligere. Id jam ago, ut, quando motus rectilineus conſurgat, aut curvilineus, & a quibus uterque viribus proficiſcantur, manifeſtum fiat.

§. 95. *Si vis unica impellat mobile, ſemper rectam deſcribit lineam.* Mobile enim a vi unica determinatum *ad certam directionem* in eadem perſeverat vi inertiæ, cum nulla ejusdem mutandæ habeatur ratio ſufficiens, ſi non adſit cauſa quæpiam extranea mobile determinans ad mutationem directionis; ergo.

§. 96. *Si mobile impellatur duabus viribus, quarum directiones ſint ut latera parallelogrammi, deſcribit motu compoſito diagonalem illius parallelogrammi.*

*Schol.* E. C. Si globus in *A* exiſtens (*Fig.* 9.) impellatur manu altera ſecundum directionem *A B*, eodemque tempore manu altera ſecundum directionem *A C*; ſic tamen, ut quo tempore globus pertingeret motu æquabili ex *A* in *B*, ſiquidem ſola directione *A B* impelleretur, eodem tempore motu pariter æquabili deveniret ex *A* in *C*, ſi ſola directione *A C* urgeretur. Dico: globus *A* viribus memoratis ſimul agentibus ad motum determinatus deſcribet motu compoſito Diagonalem *A D*.

Nam ducatur *B D* parallela ad *A C*, iterumque *C D* parallela ad *A B*, quæ compleant parallelogrammum *A D*. Propter vim agentem directione *A B*, perveniet globus ad punctum aliquod rectæ *B D*, verſus quam directione *A B* urgetur; propterque vim directione *A C* impellentem deferetur ad punctum quodpiam rectæ *C D*, verſus hanc enim itidem poſitive urgetur; quare neceſſe eſt perveniat ad lineam *B D*, & *C D*. Porro nequit corpus idem (niſi a ſemetipſo dividatur, ac bis ponatur) eſſe in duobus locis diverſis; debet ergo pertingere ad punctum lineis *B D*, & *C D* commune; quare ex *A* deferetur in *D*. Deferetur autem linea recta, tum quod corpus motum perſeveret in ſtatu motus uniformiter in directum (§. 2. Cor. I.), tum, quod argumentum mox recitatum ſingulis lineæ *A D* punctis applicari poſſit; quare mobile ſucceſſive in ſingulis lineæ hujus punctis eſſe, h. e. diagonalem parallelogrammi *A B C D* deſcribere debebit. Veritas hæc luculentius perſpicietur ex §. ſequente.

Schol.

*Schol. I.* Dixi: *propter vim agentem directione AB, accedet globus ad punctum aliquod rectæ BD*; nam quid acceſſum hunc impediat? an directio *AC*? Sed hæc ſicut non adjuvat, ſic neque impedit acceſſum illum, cum oppoſita non ſit lineæ *BD*, ſed parallela; nihilque proinde officiet directio *AC*, quo minus globus ad punctum aliquod lineæ *BD* perveniat. Idem obtinet circa acceſſum ad lineam *CD*.

*Schol. II.* Menſura motus compoſiti eſt diagonalis. Cumque diagonalis omnis minor ſit duobus parallelogrammi lateribus ſimul ſumptis, patet in omni motuum compoſitione aliquid *virium abſolutarum*, proindeque & *celeritatis* deperdi. Deſtruuntur nempe vires, quæ mobile deflectere poſſent *a diagonali*. Quæ vires reliquæ ſunt, ſibi adduntur.

*Schol. III.* Inde vero fluit: quo obtuſior fuerit angulus, ſub quo vires conſpirant, hoc plus virium *abſolutarum* deperdi; quo acutior *earundum virium* fuerit angulus, hoc deperdi minus; nam primo caſu minor deſcribitur diagonalis, altero major.

*Schol. IV.* Non modo ſi duæ vires componantur, ſed & ſi plures, exſurget motus compoſitus, qui facile determinari poteſt hac methodo: Urgeatur mobile eodem tempore viribus *AB*, *AC*, *AD*, *AE* (Fig. 10ma). Componantur primum vires proximæ *AB*, & *AC*; completo parallelogrammo *ABCF* deſcribetur diagonalis *AF*. Iſta jungatur tertiæ *AD*, iterumque completo parallelogrammo *AFGD* deſcribetur diagonalis *AG*; quæ ex prioribus trinis reſultans ſi quartæ vi *AE* componetur, obtinebitur denique diagonalis *AH*, quæ erit via motus ex quatuor illis prioribus reſultans.

*Schol. V.* Miræ utilitatis, atque etiam amœnitatis eſt præſens *de virium, ac motuum compoſitione* doctrina. Ab hac pendet explicatio obviorum quorumcunque phænomenorum. E. C. Navis *remorum ope*, ac *fluminis impetu* acta viam quandam mediam init. Piſces in aquis progredi volentes utroque latere aquam celerrime cauda feriunt, duplicique impulſione corpus ſuum directione quadam media promovent. Aves duplici alarum impetu ſe ſe in omnem partem facillime flectunt &c.

*Schol. VI.* Sed non minorem in *Phyſicis*, & *Aſtronomicis* præſertim *problematis ſolvendis*, ac *investigatione effectuum per partes*, utilitatem habet *virium*, *ac motuum reſolutio*, quæ quidem in rerum natura non datur, at magno doctrinæ compendio adhibetur ſæpe. Fit autem *motuum*, *ac virium reſolutio*, cum vis unica ſimplex concipitur ut compoſita e pluribus, quibus conjunctis æquivalet. Et quidni motus, aut vis ſimplex conſiderari poſſint ut compoſita, cum *ſpectata directione*, *ac effectu* idem ſit, ſeu motus ab unica tantum vi procedat, ſeu a pluribus partialibus unam aliquam totalem componentibus? cumque linea quævis exprimens motum, aut motui proportionalem vim, eſſe poſſit diagonalis alicujus parallelogrammi?

*Schol. VII.* Poſſunt vero circa eandem diagonalem plura parallelogramma deſcribi (Fig. 7ma); quare poteſt *idem motus ſimplex* ſpectari ut procedens *a diverſis viribus compoſitis*, eundem tamen motum *compoſitum* producentibus. Hinc quia omnes illæ vires *compoſitæ* eundem effectum generant, audiunt *æquipollentes*.

§. 97. *Etiam, ſi duæ vires conſpirantes agant æquabiliter, vel ſi ambæ vires eadem lege accelerent motum, aut retardent, mobile ſemper re-*

*ctam deſcribit lineam.* Pono vires ambas (quarum directiones lineis *AB*, & *AC* deſignabo *in Fig.* 101.) eſſe *uniformiter accelerantes*, atque ita comparatas, ut quo tempore mobile ſola vi ſecundum directionem *AB* agente impulſum decurreret lineam *AB*, eodem tempore ſola vi *AC* actum decurrat lineam *AC*. Compleatur parallelogrammum *ABCD*, dividanturque directiones ambæ in partes e. c. tres, ſic tamen, ut *pro ratione virium uniformiter accelerantium* nova utrinque, & æqualia ſingulis tempuſculis accedant velocitatum incrementa; h. e. ut ſit $AF : AI = AE : AH$; & rurſum $AI : AB = AH : AC$. *Dico*: mobile viribus *AF*, & *AE* impulſum deveniet in *G*; viribus *AI*, & *AH* in *K*; viribus *AB*, & *AC* in *D* (§. 96.). Sunt vero puncta *G*, *K*, *D* in eadem recta, quod ſic oſtendo: *AF*, *AI*, & *AB* (*per hypotheſim*) ſunt proportionales rectis *FG*, *IK*, *BD*, cum $AE = FG$; $AH = IK$; $AC = BD$. Habebuntur △la *AFG*, *AIK*, *ABD* ſimilia (cum enim circa æquales angulos *F*, *I*, *B* latera ſint proportionalia, △la hæc ſunt æquiangula, proinde & ſimilia). Erit ergo $AF : AI = AG : AK$; iterumque $AI : AB = AK : AD$. Ergo ſicut *AF*, *AI*, *AB* jacent in eadem recta, ſimiliter *AG*, *AK*, *AD* jacebunt in eadem recta. Quid igitur, niſi & puncta *G*, *K*, *D* ſint in eadem recta *AD*. Per ipſa autem hæc puncta mobile decurrit lineam ſuam; ergo mobile *viribus ejuſdem generis* pulſum deſcribit lineam *rectam*.

*Schol.* Puncta G, K, D jacere in eadem recta ſic melius, ac *rigidius* oſtendi poteſt: △la *AFG*, *AIK*, *ABD* ſunt *æquiangula*, & ſimilia (quod ſupra monui); quare anguli *FAG*, *IAK*, *BAD* ſunt æquales. Atqui vero non eſſent æquales, ſi, dum puncta *F*, *I*, *B* jacent in eadem recta, etiam puncta *G*, *K*, *D* non jacerent in eadem recta; ergo.

§. 98. *Si mobile impellitur viribus diverſæ rationis*, e. c. quarum una ſit æquabiliter agens, altera uniformiter accelerans, vel retardans, aut ambæ quidem accelerantes, ſed non eadem lege, *deſcribit ſemper lineam curvam*. Pono vim *AB* eſſe æquabilem: vim *AC uniformiter accelerantem*. Fig. 12. Iterum dividantur ambæ in tres partes, & *AB* quidem in æquales, *AC* vero in inæquales, ſed pro ratione *uniformis accelerationis ſuæ*. Mobile viribus *AF*, & *AE* impulſum deferetur in *G*, viribus *AI*, & *AH* in *K*, viribus *AB*, & *AC* in *D* (§. 96.); puncta vero *G*, *K*, *D* in eadem recta non jacent; nam rectæ *AF*, *AI*, *AB* ex hypotheſi non ſunt proportionales rectis *AE*, *AH*, *AC*; quare nec proportionales ſunt rectis *FG*, *IK*, *BD*. Non igitur conſurgent △la *AFG*, *AIK*, *ABD* æquiangula, & ſimilia; proindeque non habebitur proportio: $AF : AI = AG : AK$; aut $AI : AB = AK : AD$. Cum ergo lineæ *AF*, *AI*, *AB* jaceant in eadem recta, *AG*, *AK*, *AD* non jacebunt in eadem recta, atque adeo neque puncta *G*, *K*, *D*. Sed ſi iſtud: mobile deſcribet curvam, cum linea curva concipiatur ex infinite parvis diagonalibus compoſita; ergo.

*Schol. I.* Rurſum moneo: rigidius ſic demonſtrari *G*, *K*, *D* non jacere in eadem recta. △la *AFG*, *AIK*, & *ABD* non ſunt æquiangula, & ſimilia; ergo cum anguli *F*, *I*, *B* ex conſtructione ſint = les, anguli *FAG*, *IAK*, *BAD* non ſunt = les. Atqui vero forent = les, ſi puncta *G*, *K*, *D* jacerent in eadem recta; ergo.

*Schol. II.* Nullus erit Phyſicus, ſi ad præſentem doctrinam non perpetuo advertet. Corpus omne oblique projectum in motu conſtitutum *vi inertiæ* conatur tueri ſtatum ſuum, ac moveri æquabiliter; *vi gravitatis* (quam *acceleratricem* vocamus) urgetur ad mutationem ſtatus; quare *viribus diverſi generis* actum deſcribet curvam.

# Caput II.

## De viribus, & menſura virium.

§. 99. *Vires activæ* mihi ſunt, quæ corporis ſtatum ab ipſa inertia requiſitum perturbant. Tales ſunt *impenetrabilitas* in impulſione aliorum corporum, *gravitas*, *elaſticitas*, *cohæſio*, *fermentatio &c.*

§. 100. *Ontologi* vim partiuntur in *vivam*, & *mortuam*. *Vis viva* dicitur, quæ cum actuali motione conjuncta eſt, ut ſi plano ſubducto corpus grave libere deſcendat. *Vis mortua* eſt vis obſtaculo impedita, ac proinde in ſolo conatu movendi ſita.

*Schol.* Utriusque vis ſæpe meminerunt Phyſici, cumprimis *Carteſiani*, & *Leibnitziani*, quos inter lis eſt. *Carteſiani* toti ſunt in eo, ut tam vim vivam, quam mortuam ex maſſa in celeritatem ducta æſtimandam eſſe demonſtrent. Qui *Leibnitzium* ſectantur, vim vivam non celeritate, ſed *quadrato celeritatis* metiuntur.

§. 101. Auctore *Boſcowichio* ſic etiam *inter vires activas* diſtinguendum: *Eſt vis activa primi generis*, quæ unico ictu valido, unico temporis momento generat velocitatem finitam, cujusmodi communiter eſſe cenſetur impulſus relate ad primas ſuperficies, quæ ſe contingunt. Eſt item *vis activa ſecundi generis*, quæ momento temporis ſolam preſſionem exercet, quæ in velocitatem non tranſeat, niſi continuo aliquo temporis intervallo, quo ipſa preſſio duret ſine impedimento, ſive ſine contraria =li preſſione.

*Schol. I.* Vim activam primi generis, ſeu impulſionem (quæ proprie non datur, nam effectus impulſionis rectius tribuuntur *repulſioni*) metiri licet *a motu*, qui unico illo ictu ſimul generatur. *Vim activam ſecundi generis* metimur a motu genito, ſimulque a tempore, quo motus generatur; ita nimirum, ut *diverſæ hujusmodi vires agentes eodem tempore* generent motus *ſibi* mutuo proportionales; *eadem vero vis agens diverſis temporibus* generet motus *temporibus* proportionales.

*Schol. II.* Duo adhuc monita ex eodem illo *Boſcovichio* depromam: alterum *ad celeritatem* pertinet, alterum *ad tempus*; utrumque ad diſſolvenda varia ſophiſmata conducit magnopere.

I. Velocitatis nomen (inquit ille) uti paſſim uſurpatur a Mechanicis, æquivocum eſt; poteſt enim ſignificare *velocitatem actualem*, quæ nimirum eſt relatio quædam in motu = bili ſpatii percurſi diviſi per tempus, quo percurritur. Et poteſt ſignificare quandam, quam apto Scholaſticorum vocabulo *potentialem* appello, quæ nimirum eſt determinatio ad actualem, ſive determinatio, quam habet mobile, ſi nulla vis mutationem inducat, percurrendi motu = bili determinatum quoddam ſpatium quovis determinato tempore. Prima haberi non poteſt momento temporis, ſed requirit tempus continuum, quo motus fiat, & requirit motum = bilem ad accuratam ſui menſuram. Alteram intelligunt Mechanici, cum *ſcalas Geometricas* efformant.

II. Tempus in motu *genito a viribus ſecundi generis* dupliciter ſpectari poteſt. 1mo: quatenus motus ille a viribus acceptus, majore, vel minore tempore durat; eo enim major erit motus, quo cæteris paribus duraverit diutius. Hoc tempus pertinet ad actualem motum, nec in æſtimanda vi conſideratur, in qua potius conſiderari ſolet motus quidam potentialis, ſeu determinatio omnium particularum ad percurrenda dato quodam tempore quædam ſpatia. 2do: quatenus vis, & actio ipſa perpetuo motum progignens diutius durat, eo enim eſt major ille potentialis motus, & ipſe actualis motus tempori debitus, quo majore tempore egerit vis activa.

§. 102. Adhuc *vim motricem* ab *acceleratrice* ſecernere juvat. *Vis motrix* eſt, quæ ad motum genitum refertur, & reſpondet celeritati genitæ ductæ in maſſam, in qua ipſa generatur. *Vis acceleratrix*, quæ a maſſa præſcindit, & ſolum reſpicit celeritatem, in quacunque maſſa ſit. Hæc novam identidem addit mo-

bili impulſionem; ſique nova illa impulſio ſemper eadem eſt, & cæteris = lis, h. e. ſi æqualibus temporibus æqualia reſpondeant celeritatum incrementa, dicitur *vis acceleratrix conſtans.*

*Schol.* Vis motrix recitato ſenſu expoſita aliter *pondus* nominari ſolet. Vis acceleratrix *gravitas* eſt. Pondus in diverſis corporibus diverſum eſt, pro gravitate ſcilicet maſſæ majoris, vel minoris. Gravitas in diverſis corporibus (utcunque magna, aut parva ſint) eadem eſt, cum eandem in illis ex eadem altitudine delabentibus velocitatem generet eodem tempore. Si globus plumbeus, & argillaceus ex eadem altitudine demittantur *in vacuo*, eadem ad ſenſum velocitate decidunt; quare *gravitas* eadem eſt in utroque. At non *vis motrix*, cum plumbum denſius ſit argilla.

§. 103. Virium omnium quantitatem, ſive energiam metimur ab effectu, qui cauſis ſuis proportionalis ſemper eſſe debet. Solicite vero circumſpiciendum, quis effectus cauſæ cuique tribuatur: motusne? an celeritas ſola? Sedulo item advertendum, num cauſa *unico temporis momento agat*, an *continuo aliquo temporis intervallo.*

§. 104. *Menſura virium activarum 1mi generis eſt maſſa ducta in celeritatem*; ſeu $V = MC$. Hoc enim major vis eſt adhibenda, quo mobilis maſſa fuerit major, aut quo major velocitas corpori concilianda.

Schol.

*Schol.* In menſura virium non *ſolam velocitatem* conſiderandam eſſe, ſed *motum* inde liquet, quod vis mobili applicata velocitatem generat *in omnibus particulis*; *ſumma* autem *omnium effectuum* actionem metitur; adeoque *ſumma omnium velocitatum in omnibus particulis* genitarum debet metiri vim. Obtinebitur vero hæc ſumma, ſi velocitas, quæ ſingulis particulis eadem communicatur, multiplicabitur per maſſam.

*Schol. II.* Leibnitziani menſuram virium vivarum repetunt a maſſa multiplicata per quadratum celeritatis; adeoque iſtis dicitur $V = MCC$. Sic autem arguunt: omnis vis effectui ſuo proportionata eſt; ſed effectus virium vivarum eſt ſemper proportionatus quadrato velocitatum; proinde & vires vivæ ſunt proportionatæ quadrato velocitatum. Minorem probaturi provocant ad experientias, quæ omnes in idem recidunt. Ponunt geminas glandes plumbeas *A* & *B* mole, figura, & quantitate = les. Delabatur (ajunt) globus *A* per unum minutum ſecundum; globus *B* per 2''. Primus nonniſi 15 ped. percurret, alter 60; quare ſpatium a glande *A* percurſum eſt ad ſpatium ab altera confectum ut 15 : 60; h. e. uti 1 : 4. Inferunt: ergo etiam earum vires ſunt ut 1 : 4. Sed 1 & 4 ſunt quadrata de 1 & 2; ergo. Sed enim ratiocinationem hanc *paralogiſmum* eſſe ſcribit *P. Henric. Paulian*, quod ut planum faciat, non abſimilem alium paralogiſmum adducit: Petrus, & Paulus iter agunt = bus impedimentis onuſti. Conficiat Petrus leucam unam tempore horæ unius, Paulus quatuor tempore binarum horarum. Evidens eſt, quod effectus, quem generat vis primi, non ſit niſi quarta portio effectus, quem gignit vis ſecundi. Non tamen recte inde conjicitur: vim primi non aliud eſſe, quam quartam partem virium ſecundi. Cur vero? quia ſcilicet Paulus, ut vim quadruplam Petri obtineat, non tempore *horarum duarum*, ſed *unius* duntaxat quatuor leucas emetiri deberet. Paralogiſmi itaque vi-

ſtum in eo eſt, quod, cum de ſpatio percurſo agitur, nulla tamen habeatur ratio temporis impenſi. Iſtud agunt *Leibnitziani*: Globus *B* 60 ped. decurrit, cum interea globus *A* ſolum decurrat 15. Sed vero delabitur globus *B duobus minutis*, globus *A* unico. Quare vires amborum non ſunt in ratione ſpatiorum decurſorum abſolute ſpectatorum, ſed in ratione ſpatiorum diviſorum per tempus. Erit ergo vis globi *A* ad vim globi *B* ut $\frac{15}{1}$ : $\frac{60}{2}$ = 1 : 2. Ipſa immo experientia evincet: vires vivas non ſequi rationem duplicatam celeritatum. Sit globi *A* maſſa 3. librarum, velocitas = 1; ſit globi *B* maſſa = 1 libr. celeritas = 3. Si directionibus contrariis impulſi ambo mutuo ſibi occurrent, regredientur quisque poſt impulſionem factam, ferenturque eadem velocitate (quod ex obſervationibus conſtat), qua paullo mox advenerant; oportet ergo globos illos =li ante conflictum vi præditos fuiſſe. Non autem fuiſſent =les ante conflictum vires, ſi vires metiendæ eſſent e maſſa multiplicata per quadratum celeritatis; vis enim globi *A* fuiſſet = 3, globi *B* = 9; ergo.

Si Leibnitziani dogma hoc ſuum ex eo derivant, quod corpus viribus compoſitis impulſum diagonalem percurrat intra idem tempus, intra quod latera ſeorſim ſpectata percurriſſet viribus ſimplicibus actum, errant magnopere. Non advertunt partem virium in colliſione ſecundum determinationem angularem deſtrui; quare nunquam vis compoſita, qua corpus hypothenuſam deſcribit, ſummæ virium ſimplicium ſeorſim ſpectatarum =lis eſſe poteſt. Et vero: quamvis quadratum hypothenuſæ =le ſit quadratis reliquorum laterum ſimul ſumptis, non tamen hypothenuſa æque longa eſt, ut duo reliqua latera ſimul ſumpta adæquet, quare nec vis, per quam corpus deſcribit hypothenuſam, =lis eſt viribus ſimplicibus ſeorſim ſumptis.

§. 105

§. 105. *Menſura virium activarum ſecundi generis etiam eſt maſſa ducta in velocitatem*; ſed cum vis illa agat continuo aliquo tempore, erit vis multiplicata per tempus = lis maſſæ ductæ in celeritatem; h. e. $VT = MC$. Facta utrinque diviſione per $T$ erit $V = \frac{MC}{T}$.

*Schol.* In iſtis quidem viribus dimetiendis non modo *ratio effectuum* haberi debet, ſed & *temporum*, quibus generantur. Sic duplas habere vires dicimus eos, qui duplum opus eodem tempore, vel idem opus breviori tempore perficiunt. Satis etiam patet eandem vim = libus temporibus eosdem progignere effectus.

§. 106. *Energia vis acceleratricis æſtimanda eſt a ſola celeritate genita.* Vis enim hæc, quam interea $W$ nominabo, ſolum reſpicit puncti cujusque velocitatem genitam; a maſſa omnino præſcindit. Cum vero motus acceleratio ſine fluxu temporis ne concipi quidem poſſit, erit $WT = C$. Facta utrinque diviſione per $T$ obtinebitur $W = \frac{C}{T}$.

*Schol.* $V = \frac{MC}{T}$ (§. praec.); iterum dividendo ambas quantitates = les per $M$, fiet $\frac{V}{M} = \frac{C}{T}$; ſimiliter autem $W = \frac{C}{T}$; ergo $W = \frac{V}{M}$ (§. 1. axiom. IV.)

IV.) h. e. *vis acceleratrix eſt directe ut vis motrix*, & *inverſe ut maſſa*. Quare in maſſis diverſis eo majorem eſſe oportet vim acceleratricem, quo vis motrix fuerit major, & maſſa minor. In maſſa eadem vis acceleratrix eadem eſt, quæ vis motrix.

# Caput III.

## De Conflictu Corporum.

§. 107. Colliduntur, ac confligunt corpora, quoties in ſe ſe mutuo agunt, ac reagunt. Agunt vero, ac reagunt, quoties alterum ab altero urgetur ad mutationem ſtatus ſui, quod fieri ſolet corporum *impactu*, ſive eorundem *incurſu*, aut *occurſu*.

§. 108. *Impingunt* corpora, ſi unum contingit alterum directioni ſuæ objectum. *Incurrunt*, quorum unum impingit in aliud vel quieſcens, vel ad eandem partem motum. *Occurrunt* denique, ſi unum impingit in aliud ad partes oppoſitas motum.

*Schol.* Mihi deinceps *impingere corpora* dicentur, ſi unum continget alterum *quieſcens* directioni ſuæ objectum; *incurrere* autem, ſi unum impinget in alterum præcedens *lentius motum ad eandem partem*. *Occurrere* eodem ſignificatu accipiam, quem ſupra expoſui.

§. 109. Cum de conflictu corporum agitur, ſecernenda ſunt corpora dura a molli-

bus,

bus, non elaſtica ab elaſticis. *Dura* dixi, quorum figura ab alio impingente non mutatur. *Elaſtica* nominavi, quæ ſuamet vi nituntur recuperare figuram amiſſam, vel extenſionem.

*Coroll.* Quare ſi corpus *durum* impellit aliud itidem *durum*, nihil de vi impellentis impenditur in alium effectum, h. e. in partium compreſſionem. Impenditur autem in conflictu *elaſticorum.*

*Schol.* Agam primum de corporibus *duris*, tum de *elaſticis*; in utrisque conſiderabo 1mo *impactum*, 2do *incurſum*, 3tio. *occurſum.*

§. 110. *Si corpus durum impingit in aliud durum quieſcens, moventur ambo poſt conflictum celeritate communi, & eadem.* Nam corpus percuſſum non movetur tardius, quam percutiens, alias permaneret conflictus. Sed neque movetur velocius, quia percutiens ſolum agit in percuſſum, quatenus iſtud obeſt illius motui; non autem obeſt amplius, ſi eadem velocitate ferantur ambo; quare nulla ſubeſt ratio, cur alterum ſeparetur ab altero; ergo. II. Evincit iſtud experientia in globis ad perfecte duros proxime accedentibus.

§. 111. *In impactu corporum celeritas communis æquatur* $\frac{MC}{M+m}$. Sit mobile *A*, & aliud *B*; prioris maſſa dicatur *M*, celeritas ante

ante conflictum $C$; alterius maſſa vocetur $m$, celeritas erit = zero ( ponitur enim quieſcere ). Utriuſque celeritas poſt ictum = $x$. Mobile $A$ impingens determinat alterum quieſcens ad motum, eoque ſenſu ei communicat aliquos celeritatis gradus, & ita communicat, ut poſt ictum ambo eadem celeritate moveantur (§. præc.). Quare in conflictu celeritas $C$ diſtribuenda eſt per maſſas $M$, & $m$, pro ratione maſſarum, cum in ſingulas utriuſque maſſæ particulas ſit diſtribuenda. Hoc autem ipſo celeritas communis $x$ tanto minor eſſe debet celeritate priore $C$, quanto major eſt ſumma maſſarum maſſa unica corporis incurrentis $M$. Habebitur proinde hæc proportio: $M + m : M = C : x$. Facta mediorum dividendo per primum, fiet $x = \frac{MC}{M + m}$.

*Schol.* A celeritate communi rite inventa pendet ſolutio variorum problematum.

I. *Invenire celeritatem amiſſam a corpore impingente.* Invenietur autem, ſi celeritas communis poſt ictum ſubtrahetur a celeritate ante conflictum. Ergo $C - \frac{MC}{M + m}$ dabit amiſſam celeritatis quantitatem, quam $x$ voco. Porro ſi $C$ reducatur ad fractionem ſub denominatore $M + m$ ( quod ſalva æqualitate fieri poſſe nemo ambigit, nam $1 = \frac{4}{4} = \frac{3}{3} = \frac{2}{2}$ &c. ) obtinebitur $C = \frac{MC + mC}{M + m}$; facta ſubſtitutione erit

$x = \frac{MC + mC - MC}{M + m}$. Cumque quantitates homogeneæ, ubi tantum adeſt de poſitivo, quantum de negativo, ſe ſe tollant, erit $x = \frac{mC}{M + m}$. Operationis rite peractæ indicium erit, ſi quantitas celeritatis amiſſæ addita celeritati communi poſt conflictum = celeritati ante conflictum. Eſt autem $\frac{MC + mC}{M + m}$ = $C$, quod facta numeratoris per denominatorem diviſione liquido perſpicietur.

II. *Determinare communem quantitatem motus poſt impactum.* ℞. Quantitas motus eſt maſſa ducta in celeritatem; quare ſi *ſumma maſſarum* ducetur in celeritatem communem, h. e. ſi $\frac{MC}{M+m}$ multiplicabitur per $M + m$, habebitur communis quantitas motus = $\frac{MMC + MmC}{M+m}$. Si denique fractionis numerator dividetur per denominatorem, reperietur quotiens = $MC$. $M$ enim continetur in $MMC$ per $MC$, quotiente iſthoc multiplicato per diviſorem $M + m$, factaque producti ſubtractione a dividendo nihil erit ultra, quod dividatur.

*Coroll.* Etiam ante conflictum quantitas motus = $MC$. Quare penes corpora impingentia *communis quantitas motus poſt conflictum* = *quantitati motus ante conflictum.*

*Schol. II.* Juverit formulas applicuiſſe numeris. Pone $M = 6$; $C = 4$; $m = 2$. Erit celeritas commu-

N nis

ante conflictum $C$; alterius maſſa vocetur $m$, celeritas erit = zero (ponitur enim quieſcere). Utriuſque celeritas poſt ictum = $x$. Mobile $A$ impingens determinat alterum quieſcens ad motum, eoque ſenſu ei communicat aliquos celeritatis gradus, & ita communicat, ut poſt ictum ambo eadem celeritate moveantur (§. præc.). Quare in conflictu celeritas $C$ diſtribuenda eſt per maſſas $M$, & $m$, pro ratione maſſarum, cum in ſingulas utriuſque maſſæ particulas ſit diſtribuenda. Hoc autem ipſo celeritas communis $x$ tanto minor eſſe debet celeritate priore $C$, quanto major eſt ſumma maſſarum maſſa unica corporis incurrentis $M$. Habebitur proinde hæc proportio: $M + m : M = C : x$. Facta mediorum dividendo per primum, fiet $x = \frac{MC}{M + m}$.

*Schol.* A celeritate communi rite inventa pendet ſolutio variorum problematum.

I. *Invenire celeritatem amiſſam a corpore impingente.* Invenietur autem, ſi celeritas communis poſt ictum ſubtrahetur a celeritate ante conflictum. Ergo $C - \frac{MC}{M + m}$ dabit amiſſam celeritatis quantitatem, quam $z$ voco. Porro ſi $C$ reducatur ad fractionem ſub denominatore $M + m$ (quod ſalva æqualitate fieri poſſe nemo ambigit, nam $1 = \frac{4}{4} = \frac{3}{3} = \frac{2}{2}$ &c.) obtinebitur $C = \frac{MC + mC}{M + m}$; facta ſubſtitutione erit

$x = \frac{MC + mC - MC}{M + m}$. Cumque quantitates homogeneæ, ubi tantum adeſt de poſitivo, quantum de negativo, ſe ſe tollent, erit $x = \frac{mC}{M + m}$. Operationis rite peractæ indicium erit, ſi quantitas celeritatis amiſſæ addita celeritati communi poſt conflictum = celeritati ante conflictum. Eſt autem $\frac{MC + mC}{M + m} = C$, quod facta numeratoris per denominatorem diviſione liquido perſpicietur.

II. *Determinare communem quantitatem motus poſt impactum.* ℞. Quantitas motus eſt maſſa ducta in celeritatem; quare ſi *ſumma maſſarum* ducetur in celeritatem communem, h. e. ſi $\frac{MC}{M+m}$ multiplicabitur per $M + m$, habebitur communis quantitas motus $= \frac{MMC + MmC}{M+m}$. Si denique fractionis numerator dividetur per denominatorem, reperietur quotiens $= MC$. $M$ enim continetur in $MMC$ per $MC$, quotiente iſthoc multiplicato per diviſorem $M + m$, factaque producti ſubtractione a dividendo nihil erit ultra, quod dividatur.

*Coroll.* Etiam ante conflictum quantitas motus $= MC$. Quare penes corpora impingentia *communis quantitas motus poſt conflictum = quantitati motus ante conflictum.*

*Schol. II.* Juverit formulas applicaſſe numeris. Pone $M = 6$; $C = 4$; $m = 2$. Erit celeritas commu-

his poſt ictum $\frac{MC}{M+m} = \frac{24}{8} = 3$. Quantitas celeritatis amiſſæ $\frac{mC}{M+m} = \frac{8}{8} = 1$. Denique communis quantitas motus $\frac{MMC + MmC}{M+m} = \frac{144+48}{8} = \frac{192}{8} = 24$. Et $MC = 24$.

§. 112. *In incurſu durorum celeritas communis æquatur* $\frac{MC + mc}{M+m}$. Poſſunt nempe corpora incurrentia ſpectari, tanquam ſi lentius motum quieſcat, & celerius motum ſola celeritatis differentia accedat (eſt enim *in Proportione Arithmetica* 4 : 2 = 2 : 0): Orietur proportio ſequens : $M + m : M = C - c : x$. Facto mediorum diviſo per primum obtinebitur $x = \frac{MC - Mc}{M+m}$. Deſignat vero $x$ celeritatem communem, quam ſolam maſſa $m$ obtineret, ſi quieviſſet. Sed non quievit; neque de celeritate prius habita quidpiam decerptum fuit; quare celeritas jam ante habita addenda eſt ad celeritatem recens acquiſitam; ſumma $\frac{MC - Mc}{M+m}$

+

$+ c$ dabit celeritatem communem poſt conflictum. Quantitatem $c$ reducendo ad eundem denominatorem $M + m$ obtinebitur $\frac{MC - Mc + Mc + mc}{M + m} = \frac{MC + mc}{M + m}$ (nam $\frac{Mc - Mc}{M + m}$ ſe tollunt).

*Schol.* Iterum cognita celeritate communi poſt incurſum facilis erit ſolutio problematum ſequentium:

I. *Invenire celeritatem amiſſam in corpore incurrente.* ℞. A celeritate $C$ ante ictum habita ſubtrahatur celeritas communis poſt ictum; differentia dabit quantitatem celeritatis amiſſæ, quam $x$ vocare libet. Quare $C - \frac{MC - mc}{M + m} = x$. Porro ſi $C$ reducetur ad eundem denominatorem $M + m$, fiet $\frac{MC + mC}{M + m} = C$. Facta ſubſtitutione erit $\frac{MC + mC - MC - mc}{M + m} = x$. Contrahendo terminos per omiſſionem quantitatum ſe ſe tollentium habebitur $x = \frac{mC - mc}{M + m}$.

II. *Invenire celeritatem acquiſitam a corpore, in quod incurrebatur.* ℞. A celeritate communi ſubtrahatur celeritas jam ante habita; differentia dabit celeritatem poſt ictum acquiſitam; h. e $\frac{MC + mc}{M + m} - c = x$.

Porro, quia $c = \frac{Mc+mc}{M+m}$, facta ſubſtitutione fiet $\frac{MC+mc-Mc-mc}{M+m} = x$; omiſſis quantitatibus ſe ſe tollentibus, reperietur $x = \frac{MC-Mc}{M+m}$.

III. *Determinare communem quantitatem poſt conflictum.* ℞. Iterum celeritas communis multiplicetur per ſummam maſſarum, factum $\frac{MMC+Mmc+MmC+mmc}{M+m}$ dabit communem quantitatem motus. Jam ſi numerator per denominatorem dividetur, quotiens obtinebitur $MC+mc$. Hæc eſt communis quantitas motus poſt conflictum.

*Corell.* Etiam ante conflictum quantitas motus $= MC+mc$. Rurſum ergo communis quantitas motus poſt conflictum = quantitati motus ante conflictum.

§. 113. In occurſu corporum celeritas communis æquatur $\frac{MC-mc}{M+m}$. Nam ſi tota celeritas relativa $C+c$ in ſummam maſſarum diſtribuenda ſit, obtinebitur $M+m : M = C+c : \frac{MC+Mc}{M+m}$. At enim corpus ſive alterutrum, ſive utrumque celeritatem prius habitam amittit (viribus oppoſitis mu-

tuo

tuo ſe allidentibus); quare celeritas prior a ſubtrahenda; fiet $\frac{MC+Mc-Mc-mc}{M+m}$

$= \frac{MC-mc}{M+m}$.

*Coroll.* Si $MC = mc$, corpora quieſcent; erit enim $\frac{MC-mc}{M+m} = 0$. Eſt vero $MC = mc$ 1mo ſi maſſa maſſæ, & celeritas celeritati æqualis eſt. 2do ſi maſſæ ſint reciproce ut celeritates h. e. ſi $M : m = c : C$.

*Schol.* Habita celeritate communi æque facile, ut prius deducuntur ſequentia;

I. *Invenire celeritatem amiſſam a corpore occurrente celerius moto.* ℞. A celeritate C ſubtrahatur communis poſt conflictum celeritas, habebitur $C - \frac{MC+mc}{M+m}$. Pro C ſubſtituendo $\frac{MC+mC}{M+m}$, fiet $\frac{MC+mC-MC+mc}{M+m}$

$= \frac{mC+mc}{M+m}$.

II. *Invenire celeritatem acquiſitam a corpore occurrente lentius moto.* ℞. Ad celeritatem communem poſt conflictum addatur celeritas ante conflictum; habebitur $\frac{MC-mc}{M+m} + c$. Sive $\frac{MC-mc+Mc+mc}{M+m}$

$= \frac{MC+Mc}{M+m}$.

 III.

III. *Determinare communem quantitatem motus poſt conflictum.* ℞. Celeritas communis poſt conflictum $\frac{MC - mc}{M + m}$ ducatur in ſummam maſſarum $M + m$. Obtinebitur $\frac{MMC - Mmc + mMC - mmc}{M + m}$. Rurſum facta numeratoris per denominatorem diviſione conſurget quotus $MC - mc$.

*Coroll.* Penes corpora occurrentia, & *oppoſitis directionibus* confligentia eſt quantitas motus ante conflictum $= MC - mc$. Quare eadem eſt poſt conflictum, quæ ante conflictum.

*Schol. I.* Si in numeris explorare libet quantitatem ſive motus, ſeu celeritatis amiſſæ, aut acquiſitæ, dicatur maſſa $M = 4$, $m = 2$; celeritas $C = 6$, $c = 3$. Qua methodo ſingula reperire liceat, docent analyticæ, quas mox dedi, formulæ.

*Schol. II.* Plurima, ac pulcherrima ſane theoremata e dictis veritatibus deduci poſſe teſtis mihi eſt *Boskovichius in Suppl. L. II. ad Philoſoph. Stayan.* quem qui volet, conſulat. Ego brevitatis cauſa intermittere cogor.

§. 114. *Ad elaſtica* accedo: *Vis elaſtica æquatur vi comprimenti.* Nam vi elaſtica *reſiſtitur* compreſſioni, & reagitur in comprimens; eſt autem actioni æqualis, & contraria reactio (§. 4.); ergo.

§. 115. *In elaſticis confligentibus eadem habetur vis elaſtica*; nam propter vim elaſticam alterius comprimitur corpus alterum; proinde

do eum vis elaſtica ſemper = vi comprimenti, corpora elaſtica in conflictu eandem acquirunt vim elaſticam.

§. 116. *In conflictu elaſticorum augetur celeritas praecedentis, minuitur inſequentis.* Praecedens enim per compreſſionem inſequentis impellitur *eadem*, qua prius ferebatur, *directione*; inſequens per vim elaſticam praecedentis impellitur directione *priori contraria*; atqui impulſio contraria directioni mobilis imminuit ipſius celeritatem; facta vero juxta directionem auget celeritatem; ergo.

§. 117. *In conflictu elaſticorum incurrentium acquiritur eadem celeritas relativa, qua corpora poſt conflictum a ſe recedunt, quae fuit ante conflictum, qua corpora ad ſe accedebant.* Vis enim, qua confligunt *elaſtica in ſe ſe incurrentia*, eſt ſola differentia virium abſolutarum; huic vero aequatur vis elaſtica, qua prior eorum vis eliditur; quare poſt conflictum eadem habetur vis relativa. Ubi eadem vis, ibi eadem celeritas relativa; ergo.

*Coroll.* Si celeritas relativa eadem ante, quae poſt conflictum; etiam manentibus iisdem maſſis eandem eſſe oportet motus quantitatem poſt ictum, quae erat ante ictum.

*Schol. I.* Theoremati huic innituntur ſequentia:

I. *Determinare celeritatem relativam, qua poſt conflictum corpora a ſe recedunt.* Sint maſſae $M$, & $m$;

celeritas maſſæ $M$ ante conflictum vocetur $C$, poſt conflictum $x$; maſſæ $m$ ante ictum $c$, poſt ictum $y$. Celeritas relativa, qua corpora accedunt, erit $C - c$; qua recedunt $y - x$ (§. 116.). Cum eadem ſit celeritas elaſticorum a ſe recedentium, quæ fuit accedentium (§. præſ.), habebitur $y - x = C - c$. Utrinque addendo $x$ (quod fit trajiciendo $x$ in partem alteram *ſub ſigno contrario*) erit $y = x + C - c$. Eſt vero ante conflictum quantitas motus $= MC + mc$; poſt ictum $= Mx + my$ (§. præſ. Cor.). Quare $MC + mc = Mx + my$. Rurſum, quia $y = x + C - c$, erit $my = mx + mC - mc$; factaque ſubſtitutione pro $my$ orietur $MC + mc = Mx + mx + mC - mc$. Si quantitates notæ ab ignotis ſeparabuntur, fiet $Mx + mx = MC + mc - mC + mc = MC + 2mc - mC$. Iterum dividendo utrinque per $M + m$ (§. 1. axiom. 6.) obtinebitur

$$x = \frac{MC + 2mc - mC}{M + m}.$$

Hæc eſt celeritas maſſæ $M$ poſt conflictum. Invento valore de $x$ nullo negotio eruitur valor de $y$. Eſt enim $y = x + C - c$. Quare æqualia æqualibus ſubſtituendo fiet

$$y = \frac{MC + 2mc - mC}{M + m} + C - c.$$

Reducendo $C - c$ ad eundem denominatorem $M + m$ erit:

$$y = \frac{2MC + 2mc - Mc - mc}{M + m}.$$

Contrahendo terminos fiet:

$$y = \frac{2MC + mc - Mc}{M + m}.$$

Hæc eſt alterius maſſæ $m$ celeritas poſt conflictum.

II. *Determinare celeritatem amiſſam a maſſa M.* Si ſubtrahatur celeritas ejuſdem poſt conflictum a celeritate $C$ ante conflictum; differentia dabit quantitatem

cele-

celeritatis amiſſæ; h. e. $C - \frac{MC - 2mc + mC}{M+m} = x.$

Pro C ſubſtituendo $\frac{MC + mC}{M+m}$ fiet $\frac{MC + mC - MC - 2mc + mC}{M+m} = \frac{2mC - 2mc}{M+m} = x.$

III. *Determinare celeritatem acquiſitam a maſſa m.* Celeritas ejusdem ante conflictum ſubtrahatur a celeritate poſt conflictum, differentia dabit celeritatem acquiſitam; fiet proinde $\frac{2MC + mc - Mc}{M+m} - c = \frac{2MC - Mc - Mc}{M+m}$ ( nam $c = \frac{Mc + mc}{M+m}$ ) $= \frac{2MC - 2Mc}{M+m}.$

IV. *Invenire quantitatem motus poſt conflictum.* Ducantur ſingulæ maſſæ in ſuas celeritates, quas a conflictu habent. Erit quantitas motus in maſſa $M = \frac{MMC + 2Mmc - MmC}{M+m}$; in maſſa $m$ $\frac{2mMC + mmc - mMc}{M+m}$. Quantitas motus in *maſſis collectim ſumptis* erit ſumma illarum quantitatum (§. 1. axiom. 3.) $\frac{MMC + MmC + Mmc + mmc}{M+m} = MC + mc$, quod facta numeratoris per denominatorem diviſione inſigniter manifeſtum fiet.

*Schol. II.* In reperienda *communi quantitate motus* penes corpora non elaſtica compendio uti licet; omiſſo enim denominatore *celeritatis communis* exhibet numerator quantitatem motus poſt conflictum. In corporibus elaſticis compendiaria iſthæc operatio locum non habet, cum non *ſumma maſſarum* in *communem* aliquam celeritatem, ſed *ſingulæ maſſæ* in celeritates *ſibi proprias* ducendæ ſint.

*Schol. III.* Veritates nonnullas hic loci adſcribam, quæ facile ex omni hac doctrina eruuntur:

I. *Si modica maſſa exiguæ celeritate mota impingat in maſſam admodum ingentem, ac duram, motus omnis in conflictu exſtinguitur* (niſi forte defectum maſſæ ſuppleat celeritas plane ingens). Nam a conflictu habetur celeritas communis $= \frac{MC}{M+m}$ (§. 114.).

Pono maſſam incurrentis $M = 1$; ejus celeritatem $C = 3$; maſſam quieſcentis $m = 1000$; erit $\frac{MC}{M+m}$ $= \frac{3}{1001}$, quæ tam modica eſt celeritas, ut inertiam corporis quieſcentis, aut reſiſtentiam medii, vel frictionis ſuperare haud poſſit.

*Planum mobile* habetur inſtar maſſæ omnino ingentis; quare iterum motus exſtingui debet, ſi impactus modica celeritate in iſtud fiat.

II. *Si maſſæ M, & m fuerint perfecte elaſticæ, & æquales, poſt conflictum permutant velocitates ſuas.* Sit enim maſſa *impingens* $M = 4$; iſtius celeritas $C = 6$. Sit etiam maſſa quieſcens $m = 4$; erit ejus celeritas $= 0$. Velocitas maſſæ $M$ poſt

poſt conflictum $= \frac{MC + 2mc - mC}{M + m} = \frac{24 - 24}{8} = 6$ (§. 117. Schol. I.). Alterius vero maſſæ $m$ velocitas $= \frac{2MC + mc - Mc}{M + m} = \frac{48}{8} = 6$. (ibid.) Sic utique permutari velocitates *in impactu* nemo non videt. Ipſam hanc permutationem oculis uſurpare licet in ſerie globorum eburneorum, quorum centra ſint in eadem recta; nam ſi horum primus a cæteris utcunque ſubmotus impingat celeritate 6. grad. in proximum ſibi æqualem, poſt conflictum quieſcent omnes, ultimum ſi demo, qui eadem celeritate 6. grad. abibit, qua impingens advenerat; ſinguli enim priores erunt corpus *impingens* reſpectu proxime ſequentium.

2do. Si *M incurrat* in $m$, ſitque celeritas maſſæ $m = 3$ (reliqua autem pono eadem, quæ ſupra), habebitur celeritas maſſæ $M$ poſt conflictum $= \frac{MC + 2mc - mC}{M + m} = \frac{24 + 24 - 24}{8} = \frac{24}{8} = 3$. Et alterius maſſæ $m = \frac{2MC + mc - Mc}{M + m} = \frac{48 + 12 - 12}{8} = \frac{48}{8} = 6$. Atqui ſic iterum permutantur velocitates; ergo.

Denique ſi *M occurrat* $m$, eadem conſurget velocitas poſt conflictum, quæ *in incurſu*, directio ſolum abibit in oppoſitam; quare iterum habebitur commutatio celeritatum.

III. *Si maſſæ impingentes fuerint perfecte elaſticæ, & inæquales, poterit maſſa M jam quieſcere, jam progredi, jam regredi.* Si maſſa *M* quieſcere debeat, nullam

efficit directio mobilis *poſt conflictum.* *Angulum refractionis* appello: quem iterum cum perpendiculo efficit directio mobilis *poſt conflictum.* In Fig. 13. *ACF* eſt angulus *incidentiæ.* *FCB* angulus *reflexionis.* In Fig. 14. *AGN* eſt angulus *incidentiæ.* *MGH* angulus *refractionis.*

§. 120. *Corpus quodcunque perpendiculariter incidens in planum durum poſt percuſſionem quieſcit.* Ratio facile eruetur e ſequentibus.

§. 121. *Corpus oblique incidens in planum perfecte durum, poſt percuſſionem pergit moveri parallele ad planum, i. e. horizontaliter.* Nam ſi mobile in *A* conſtitutum (Fig. 13.) feratur verſus planum *DCE* directione *AC*, concipi poteſt urgeri a duabus viribus conſpirantibus *AD*, & *AF* (§. 96. Schol. VI.), altera perpendiculari ad planum, altera parallela eidem plano *CDE.* Dum mobile contingit planum, vis ejus perpendicularis *AD* eliditur per reſiſtentiam plani; vis autem parallela *AF*, quia nullum reperit obſtaculum, tota perſeverat, proindeque transferet corpus ſecundum lineam *CE.*

*Coroll.* Ergo ſi mobile incidit in planum *oblique*, percuſſio obliqua minor eſt, quam ſi vis totalis egiſſet perpendiculariter; & quidem percuſſio illa hoc minor eſſe debet, quo magis fuerit obliqua. Iſtud Baliſtas non latet; hinc in obſidionibus curant ſedulo, uti directio globorum ſit ad planum mœnium convellendorum, quam fieri poteſt, minime obliqua; ſeu maxime

per-

perpendicularis. Sed & pontium, naviumque ſtructoribus id exploratum eſt; hinc moles ſuſtentandis pontium columnis aptatas ita componunt, ut in acumen deſinant; ſic nempe aquarum contra illas erumpentium impetus *admodum obliquus* redditur, eoque ipſo multum minuitur. Hinc etiam navium proræ in acumen abeunt. Certe, ſi aquæ incurrant in navim, minor habetur percuſſio *ob acumen proræ*; ſimiliter ergo prora acuminata ſcindens fluctus minorem expetitur reſiſtentiam, quam ſi acumen abſit.

§. 122. *Mobile perpendiculariter incidens in planum perfecte elaſticum, reſilit eadem velocitate, ac directione, qua advenerat*; nam planum perfecte elaſticum percuſſione corporis cadentis comprimitur; huic vero ſui compreſſioni reſiſtit conſtanter; quare motus mobilis ſenſim langueſcere, ac ſubinde exſtingui debet. Hoc exſtincto partes compreſſæ figuram priorem reſumunt motu accelerato, eosdem velocitatis gradus ſubeundo, ac prius motu retardato fuerunt compreſſæ. Atqui vero iſtud fieri nequiret, niſi mobile perpendiculariter incidens in planum elaſticum eandem viam celeritate eadem relegeret, qua advenerat; ergo.

*Schol.* Quod *de velocitate eadem* dicitur, inde etiam probari poteſt, quod perfecte elaſticum illud vocemus, cujus partes compreſſæ ſtatum priſtinum reſumunt iisdem velocitatis gradibus, quibus de ſtatu illo deturbatæ ſunt. Sed tale corpus in natura dari vix puto. Illud tamen certum habeo, corpora quæque, utcunque dura videantur, elaſtica eſſe. Si marmoris ſuperficiei

cera

cera leniter inducetur, poſt globi percuſſionem comparebit circulus in ea deſcriptus, & eo major comparebit, quo majore vi globus marmor feriet; ergo in inſtanti percuſſionis marmor excavatum eſt compreſſione partium percuſſarum; ipſa tamen cavitas poſt percuſſionem non apparet, quia partes percuſſæ continuo celerrime figuram priorem reſumpſerunt.

§. 123. *Mobile oblique incidens in planum perfecte elaſticum reſiliet ita, ut angulus reflexionis æqualis ſit angulo incidentiæ.* Incidat mobile (Fig. 13.) in planum *DCE* per *AC*; reſolvatur motus ille, ſive motui reſpondens vis in *AD*, & *AF*. Vis *AD* planum percutiens per reſiſtentiam ejusdem plani exſtinguetur, ſed per reſtitutionem partium in figuram priorem acquiret vim *CF* = *AD* (§. præced.). Vis prior *AF* perſeverat, & ſolitaria urgeret mobile per *CE* = *AF* (§. 121.). Quare cum corpus mobile per percuſſionem urgeatur viribus *CF*, & *CE*; abibit per diagonalem *CB* (§. 96.). Sunt autem anguli *FCA*, & *FCB* æquales (cum tota triangula, in quibus duo latera cum angulo intercepto habentur æqualia, ſint ipſa mutuo æqualia); ergo.

*Coroll. Si mobile incidat in planum imperfecte elaſticum, angulus reflexionis non æquabitur angulo incidentiæ.* Tum enim manente vi *A F* non recuperabitur vis C *F*, æqualis *A D*, ſed pars illius e. c. C *F*; quare mobile decurret diagonalem C *B*. Eſt vero angulus *F*C *B* pars anguli *f* C *b*; ergo.

§. 124. Quæ *de motu refracto* dicam, *luminis fere ſolius cauſa* dicam; reliqua tantum uſum non habent. *Refringitur lux*, cum radius e medio alio in aliud penetrans a via recta deflectit.

*Schol. Medium* hic appello, quid quid lucem transmittere aptum eſt; hinc in mediis habenda ſunt *omnia corpora pellucida*, *vacuum*, *aër*, *aqua*, *vitrum* &c. Satis inde patet diverſitatem haberi mediorum. Sicut corpora, ſic media ſunt alia aliis *denſiora*, vel *rariora*. Mercurius denſior eſt aqua, aqua aëre &c. Sicut corpora, ſic media alia præ aliis *majori virtute attractiva pollent*, quæ *plerumque* proportionata eſt *denſitati*; excipio tamen *corpora oleoſa*, quæ cum ſæpe ſint denſiora, minore tamen vi trahendi pollent, & lucem transmittunt abſque notabili refractione.

§. 125. *Lucis refractionem a diverſa mediorum attractione pendere plerique ſentiunt de ſchola Newtoniana Philoſophi.* Recte ſentire videntur; ſane lux prope tenuiſſimam cultri, aut priſmatis trigoni aciem tranſiens, contiguo relicta, quam inierat, via paullulum recedit, ac deflectit. Quæ vero opportunior explicando huic phænomeno cauſa, quam attractio? In horum quidem ſententia egregie demonſtrantur theoremata ſequentia:

§. 126. *Radius lucis e medio rariore perpendiculariter incidens in denſius non refringitur*; nulla enim cauſa ſubeſt refractionis; nempe dum radius perpendiculariter incidit in medium denſius, trahitur a viciniſſimis ejusdem me-

**§. 128.** *Radius lucis oblique incidens e medio denſiori in rarius refringitur a perpendiculo.* Ratio eſt in eadem illa attractione, quæ minor eſt in rariori, quam denſiori. Hanc applica.

*Coroll. Sive lux refringatur ad perpendiculum, ſive a perpendiculo, objecta ſemper videri debent illic eſſe, ubi revera non ſunt.* Mens enim ſemper objectorum exiſtentiam refert ad extremitatem radii recti, qui retinam impellit. Dum autem lux refringitur, impulſio fit per aliam lineam rectam (dicere debebam: per alias lineas rectas), quam in qua objecta conſtituta ſunt; ergo.

Inde repetendus eſt explicatus phænomenorum non paucorum.

I. Sol, & Luna prope horizontem præferunt figuram ovalem, quia eorum margines inferiores per refractionem radiorum denſiorem atmoſphæram noſtram ingredientium magis elevantur, quam ſuperiores; hinc viciniores apparent.

II. Sol, & Luna ſæpe ſupra horizontem apparent, cum infra eum ſunt; quia radii ſolares ſive a ſole directe emiſſi, ſive a luna reflexi ſubinde in atmoſphæram noſtram refringuntur.

III. Eadem aſtra majora conſpiciuntur ſub ortum, quam alias; ratio iterum eſt in refractione majori, quæ haberi debet ſive a majori denſitate atmoſphæræ, ſive a majori obliquitate radiorum emiſſorum, aut reflexorum.

IV. Si in vaſis vacui fundo reponatur nummus argenteus, non videbitur a ſpectatore certo quopiam loco conſiſtente. Affuſa aqua continuo videbitur; tum enim radiii ex aqua in aërem emergentes refringuntur.

V. Fac, parieti lagenæ vitreæ affigatur circulus chartaceus, affuſa aqua non circulus apparet, ſed ellypſis.

VI.

pendicularibus deſigno, ſed admodum exiguis, ita, ut ſpatium attractionis *C D E F* ſit omnino parvum; priusquam radius *A G* ex *B* deferatur in *G* propter vim attractivam medii denſioris paullulum detorquebitur a via recta; & in ſingulis punctis detorquebitur, quamdiu ſpatium attractionis percurret. Sic vero deſcribet curvam *B G*. In *G* ceſſat actio radium deflectens; quare pergit radius moveri per *G H* juxta directionem in puncto *I* acquiſitam. Magis autem *G H* accedit ad perpendiculum, quam *B L*; ergo refractio hoc caſu fit ad perpendiculum.

*Coroll.* Inferes: refractionem non fieri in ipſo tranſitu medii, ſed paullo ante, dum videlicet habetur attractio.

*Schol.* Nevtonus rem ſic demonſtrat: Corporum attractio ſequitur rationem directam maſſarum; quare radius lucis ab aëre in vitrum delatus fortius trahitur a vitro, quam ab aëre; & contra a vitro in aërem delatus minus ab aëre trahitur, quam a vitro (eſt enim vitrum aëre denſius). Cum lux vitrum ingreditur, augetur perpendicularis ejusdem motus, qui ex adverſo minuitur, cum lux a vitro defertur in aërem (eſt enim motus attractionis motus verſus centrum, ac proinde perpendicularis). Debet ergo radius ex aëre *oblique incidens* in vitrum refringi ad perpendiculum, & e vitro incidens in aerem refringi a perpendiculo. Perpendiculariter incidens nunquam refringitur, quantacunque ſit medii denſitas; ſola ejus celeritas augeri debet, ſi e medio rariore incidit in denſius. Iſtud quotidiana docemur experientia.

§. 128. *Radius lucis oblique incidens e medio denſiori in rarius refringitur a perpendiculo.* Ratio eſt in eadem illa attractione, quæ m nor eſt in rariori, quam denſiori. Hanc applica.

*Corell. Sive lux refringatur ad perpendiculum, ſive a perpendiculo, objecta ſemper videri debent illic eſſe, ubi revera non ſunt.* Mens enim ſemper objectorum exiſtentiam refert ad extremitatem radii recti, qui retinam impellit. Dum autem lux refringitur, impulſio fit per aliam lineam rectam ( dicere debebam: per alias lineas rectas ), quam in qua objecta conſtituta ſunt; ergo.

Inde repetendus eſt explicatus phænomenorum non paucorum.

I. Sol, & Luna prope horizontem præferunt figuram ovalem, quia eorum margines inferiores per refractionem radiorum denſiorem atmoſphæram noſtram ingredientium magis elevantur, quam ſuperiores; hinc viciniores apparent.

II. Sol, & Luna ſæpe ſupra horizontem apparent, cum infra eum ſunt; quia radii ſolares ſive a ſole directe emiſſi, ſive a luna reflexi ſubinde in atmoſphæram noſtram refringuntur.

III. Eadem aſtra majora conſpiciuntur ſub ortum, quam alias; ratio iterum eſt in refractione majori, quæ haberi debet ſive a majori denſitate atmoſphæræ, ſive a majori obliquitate radiorum emiſſorum, aut reflexorum.

IV. Si in vaſis vacui fundo reponatur nummus argenteus, non videbitur a ſpectatore certo quopiam loco conſiſtente. Affuſa aqua continuo videbitur; tum enim radiii ex aqua in aërem emergentes refringuntur.

V. Fac, parieti lagenæ vitreæ affigatur circulus chartaceus, affuſa aqua non circulus apparet, ſed ellypſis.

VI.

VI. Remi pars dimidia aquis immerſa altior, apparet, quam ſit. Etiamque fracta judicatur. Sed in cauſa eſt refractio.

*Schol.* Refractiones ſolidorum oppoſitas ſequuntur leges, nam I. *Solida e medio rariore in denſius delata refringuntur a perpendiculo.* II. *E medio denſiore in rarius incidentia refringuntur ad perpendiculum.* Contrarium obtinet in luce. Sed non iſtud miror: ſolida moventur in medio, *ſeparando medii partes*, ac dividendo. Lux movetur in medio quovis poros illius pervadendo; fieri ergo debet, ut ſolida de motu ſuo quidpiam amittant, cum a rariori medio in denſius illabuntur, dum interea lucis motus eadem in circumſtantia augetur.

# Caput V.

## De motu per machinas ſimplices.

§. 129. *Machinam* dicimus, quidquid ſeu virium, ſeu temporis compendio motum producit. Scientia virium, vel temporis compendio aliquid movendi *Mechanica* audit.

*Schol.* Omnia fere machinarum genera revocantur *ad vectem, & planum inclinatum.* De his poſtea; nam prius definitiones neceſſarias adnotabo.

§. 130. *Potentia* eſt, quidquid motum producit; quidquid movetur, vel motui reſiſtit, *pondus* nominatur. Actio potentiæ, vel ponderis *momentum* audit.

*Coroll.* Etiam pondus alterum in altero ſibi connexo motum producere poteſt, quatenus vi gravitatis ſuæ deſcendit, vel deſcendere nititur; *poterit itaque pondus potentiæ ſubſtitui*, cum eundem effectum præſtet, quem *potentia*. Jam perinde erit, ſive potentia cum pondere conferetur, ſive pondera inter ſe.

§. 131. *Æquilibrium* eſt æqualitas virium. Hinc *centrum æquilibrii* punctum illud dicitur, cujus motu impedito omnis maſſa immota manet, & circa ipſum converti non poteſt. Quare ſi e puncto hoc ſuſtineatur, vel ſuſpendatur maſſa, aut maſſarum ope virgæ cujuſdam rigidæ connexarum ſeries, nulla pars potius deſcendere poteſt, vel aſcendere, quam altera.

*Schol. I.* Centrum æquilibrii aliud eſt in maſſa quavis ſolitarie ſumpta, aliud in maſſis pluribus collectim ſumptis; primum paſſim *centrum gravitatis* dicitur, alterum *centrum gravitationis*, vel *commune centrum gravitatis*. Primum in ipſa maſſa reperitur, alterum plerumque extra maſſas in virga rigida maſſas connectente. Utrique convenit data definitio.

*Schol. II.* Centrum figuræ, ſeu magnitudinis, a centro æquilibrii, ſive gravitatis diſtinguendum eſt. Sit globi alicujus hemiſphærium unum ferreum, alterum ligneum. Quomodo in ſphæris omnibus, ſic in globo illo centrum figuræ eſt punctum illud, a quo omnia ſuperficiei puncta diſtant æqualiter; at non idem punctum eſt centrum gravitatis. Fac, e centro illo ſuſpendatur, aut ſuſtineatur globus, prævalebit pars ferrea ob majorem maſſam.

Schol.

*Schol. III.* Quemadmodum mechanice priſmatis, aut acici cujusvis adminiculo centrum æquilibrii reperiatur, vulgo notum eſt. Quemadmodum Philoſophice determinetur commune centrum gravitatis, dabit theoria vectis.

§. 132. *Pondera, vel potentiæ ſunt in æquilibrio, ſi momenta æqualia ſunt.* Tum enim habetur æqualitas actionum, proinde & virium (§. 3., & 104.).

*Coroll. I.* Virium, ac momentorum menſura eſt maſſa ducta in celeritatem initialem, h. e. quam haberet corpus, ſi moveri inciperet; quare ſi $MC = mc$, pondera, vel potentiæ ſunt in æquilibrio.

*Coroll. II.* Si $T = t$, celeritates ſunt in ratione directa ſpatiorum; ſeu eſt $C : c = S : s$. Ergo etiam ſi $MS = ms$, potentiæ ſunt in æquilibrio.

*Coroll. III.* Si $MC = mc$, potentia, & pondus ſunt in æquilibrio, h. e. potentia ſuſtentat pondus; ut ergo pondus de loco ſuo dimoveatur, debet momentum potentiæ exaugeri. Momentum potentiæ voco *mc*. Sæpe autem nequit exaugeri maſſa potentiæ; ergo celeritas major potentiæ concilianda eſt. Conciliatur in vecte, ſi magis diſtat potentia ab hypomochlio, quam ad ſuſtentationem ponderis requiritur.

§. 133. Inde fluit theorema totius mechanicæ princeps; *Pondera, & potentiæ ſunt in æquilibrio, ſi fuerint in ratione reciproca celeritatum, vel ſpatiorum percurſorum.* Sunt enim in æquilibrio, ſi $MC = mc$ (§. præc.). Gemina hæc facta æqualia ſolvendo in proportionem obtinebitur $M : m = c : C$. Idem eſt de ſpatiis.

*Schol.* Voco autem pondus unum $M$; alterum $m$, prioris celeritatem $C$, poſterioris $c$. Deinceps potentiam per $p$ exprimam, pondus per $P$.

§. 134. *Vectis* eſt pertica rigida, & inflexilis, gravitatis, & inertiæ expers, uno ſui puncto innixa fulcro immobili (quod *hypomochlion* dicitur), circa quod moveri poſſit. Triplex eſt: vel enim hypomochlion ſitum eſt inter duas extremitates, quibus applicatur potentia, & pondus; & dicitur *vectis heterodromus* (quia ſi moveatur circa fulcrum ſuum, extremitates ejusdem motu contrario feruntur); vel pondus conſtituitur inter hypomochlion, & potentiam, & dicitur *vectis homodromus 1mi generis*; vel denique potentia inter hypomochlion, & pondus; nominaturque *homodromus 2di generis*, aut *vectis ſimpliciter*.

*Schol.* Pertica rigida gravitatis expers in rerum natura non datur; at a Mechanicis theoriæ cauſa concipitur gravitate omni deſtituta. Quare, quod theoria docet, in praxi non omnimode obtinetur. Sed diſcrimen ſæpe modicum eſt. Qua tamen ratione omne errandi periculum, quod ex neglecta vectis gravitate enaſci poteſt, ſit avertendum, paucis docebo infra.

§. 135. *Theoria vectis* ſic habet: *Pondus, & potentia ſunt in æquilibrio, ſi fuerint in ratione reciproca diſtantiarum ab hypomochlio.* Sit vectis $AB$ (*Fig.* 15.) cui pondus $P$ applicetur in $A$, potentia in $B$; hypomochlion ſit in $C$. Si erit potentia ad pondus, ut diſtantia ponderis

ab

ab hypomochlio ad diſtantiam potentiæ, ſive: ſi $p : P = AC : BC$, erit $PAC = pBC$ (nam *factum mediorum* &c.). Eſt vero $PAC$ momentum ponderis, & $pBC$ momentum potentiæ; ergo momentum ponderis = momento potentiæ; conſecutive potentia & pondus ſunt in æquilibrio.

*Schol. I.* Sed oſtendendum eſt: momentum ponderis deſignari per $PAC$, potentiæ per $pBC$. Sic oſtendo: $P$ deſignat maſſam ponderis: $p$ maſſam potentiæ. $AC$ exprimit velocitatem ponderis, $BC$ velocitatem potentiæ; nam concipiatur vectis dimoveri de loco ſuo, ut veniat ad ſitum $ab$; eodem tempore, quo potentia deſcribit arcum $Bb$, pondus deſcribet arcum $Aa$. Sunt vero arcus radiis ſuis proportionales, quare erit $Aa : Bb = AC : BC$. Arcus, ſeu ſpatia eodem tempore deſcripta ſunt ut celeritates; ergo $Aa : Bb$ ſicut $C$ celeritas ponderis ad $c$ celeritatem potentiæ; proindeque etiam $C : c = AC : BC$ (§. 1. axiom. IV. Coroll.). Hoc autem ipſo $C = AC$, & $c = BC$; ac propterea etiam $PAC = MC$, quod eſt momentum ponderis, & $pBC = mc$, quod eſt momentum potentiæ.

*Schol. II.* Eadem & theoria, & demonſtratio obtinet in vecte homodromo cujuscunque generis.

*Coroll. I.* Pondus, & potentia etiam ſunt in æquilibrio, ſi fuerint in ratione reciproca ſpatiorum conficiendorum.

*Coroll. II.* Quia vectis ope majus pondus attollendum eſt per minorem potentiam, debet potentia minor applicari brachio vectis majori, pondus majus minori. Quo longius procurret diſtantia potentiæ ab hypomochlio, hoc facilior erit ponderis cujusque dimotio.

*Schol. III.* Poſita hac theoria vectis, ſeu proportione $p : P = AC : AB$ non difficilis erit ſolutio ſequentium problematum.

I. *Dato vecte, loco hypomochlii, & potentia invenire pondus ſuſtinendum, aut elevandum*, quod $x$ vocabo. Sit vectis $AB = 12$ ped., hypomochlion conſtituatur eo loco ut $AC = 4$. $BC = 12 - 4 = 8$. Sit denique potentia $= 50$, ſive capax attollere libras 50. Quia $p : P = AC : BC$; erit $50 : x = 4 : 8$; quare $4\ x = 400$ (cum *factum mediorum &c.*) utrique dividendo per 4 obtinebitur $x = 100$. Quare pondus 100 libr. hoc caſu ſuſtineri poteſt a 50. Si elevandum eſt, augeatur diſtantia potentiæ; levabitur pondus. Alii ſic operantur. Ineunt proportionem ſequentem $4 : 8 = 50 : x$. Quartus geometrice proportionalis dat pondus ſuſtinendum. Res eadem eſt.

II. *Datis vecte = 12, hypomochlio ut ſupra pondere = 100 invenire potentiam ſuſtinendo ponderi parem, quæ iterum x dicetur.* Dato hypomochlio datur hoc ipſo diſtantia ponderis, & potentiæ ab eodem hypomochlio. Conſtituatur hypomochlion in $C$, puncto diſtante 4 pedes ab $A$. Erit $AC = 4$; $BC = 12 - 4 = 8$. Ex theoria vectis habetur $p : P = AC : BC$; ſive $x : 100 = 4 : 8$. Proinde $8\ x = 400$, & $x = \frac{400}{8} = 50$. Si voles dic (per me licet) $8 : 4 = 100 : x$. Erit denuo quartus Geomet. proportionalis = 50.

III. *Data longitudine vectis = 12, pondere = 100, & potentia = 50 determinare, quo loco ſtatuendum hypomochlion.* Inquirenda primum diſtantia ponderis, tum etiam potentiæ ab hypomochlio. Prior dicatur $x$, poterit altera deſignari per $12 - x$. Revocetur proportio $p : P = AC : BC$. Litteris valorem ſuum ſubſtituen-

tuendo fiet: $50 : 100 = x : 12 - x$; proinde 1(
$x = 600 - 50\,x$ (*factum* enim *mediorum &c.*) cogr
tos ab incognitis ſeparando obtinebitur $150\,x = 60($
Facta utrinque diviſione per 150, erit $x = \frac{600}{150} = \frac{6}{1}$
$= 4$. Hæc quidem eſt diſtantia ponderis ab hypomocl
lio. Ergo diſtantia potentiæ $= 12 - 4 = 8$. Al
hac proportione inita definiunt locum hypomochli
*ut ſumma potentiæ, & ponderis* (aut duorum ponderum
*ad vectem totum: ſic pondus alterutrum ad diſtantia*
*ſuam ab hypomochlio.* In caſu noſtro $150 : 12 = 100$
$x = \frac{120}{15} = 8$.

*Schol. IV. Libra* (alias *bilancem* dicimus) eſt *v*
*ctis heterodromi ſpecies.* Adhibetur examinandæ por
derum æqualitati; hinc brachiis omnino æqualibus ir
ſtrui debet. Enimvero in vecte quovis, cujus ope pon
derum æqualitas inquiritur, pondera ambo (nam alte
rum vice potentiæ fungitur) ſunt in ratione reciproc
diſtantiarum. Quare ſi pondus æquari debet ponderi
etiam diſtantia diſtantiæ æquetur, neceſſe eſt. Si bra
chia non ad omnem amuſſim æqualia ſunt, doloſa e
libra. Sed dolum occultare ſolent nundinatores peſſ
mi: brachio leviori lancem graviorem, huicque pondu
injiciendo, non merces. Fit imo, ut minus ſincera h
beatur libra, quantumlibet brachia ſint omnino æquali
ſi lances cum funiculis non prorſus æquiponderen
Sed tam hoc, quam alia libræ vitia detegi poſſunt,
pondera lancibus adjecta permutari jubeas. Si fac
permutatione Corpora, ut prius, æquiponderant, e
plorata habebitur libræ ſinceritas; ſin minus: manif
ſta erit fraus, ac dolus. Porro quantitatem doli ſic c
gnoſces, ſi rem ſuper lance una ponderatam, iidem (
per altera ponderari jubeas, & notata utrinque ponde
in ſe ſe ducas, tum ex facto radicem quadratam extr

has,

bas, deprehendes ſinceram rei ponderandæ gravitatem; proinde & fraudem.

*Schol. V. Statera Romana* etiam *vectis heterodromus* eſt, ut libra. In hoc ab illa diſcrepat, quod brachiis conſtet magnitudine inæqualibus, in partes æquales diſtinctis; ſed tamen brachia æquilibrare debent. Jugo ſtateræ normaliter infigitur linguula immobilis, ſeu *examen*; ſic inſtructum jugum trutinæ inſeritur. Linguula intra trutinam latens æquilibritatem deſignat; ſi e trutina dimovebitur, inque partem alterutram declinabit, ſublatæ æquilibritatis indicium eſt. Ope ſtateræ hujus corporum maxime differentium pondus examinari, ac ſuſtineri poteſt pondere unico; nam prout pondus illud modicum (quod brachio longiori appenditur) magis, minusve removebitur ab hypomochlio; ſic plane cum majori minorive pondere æquilibrabit, cum pondera æquilibranda ſint in ratione inverſa diſtantiarum.

*Schol. VI.* In *forficibus* videre eſt duplicem vectem *heterodromum*. *Pro potentia* ſunt gemini digiti, quibus gemina forficum brachia reguntur. *Pondus* eſt in re ſcindenda. *Hypomochlion* clavus eſt vectes ambos conjungens. Hinc forfices fabris caldariis, aut laminariis propriæ, acies habent plerumque curtas, reliqua vero brachia uteunque longa; quo quidem pacto facile potentia modica reſiſtentiam quamlibet ſuperare poteſt. Idem fit *de forcipibus*, *volſellis*, aliisque id genus inſtrumentis.

*Schol. VII.* Iterum *in molis aquaticis* viſitur imago *vectium heterodromorum*. Pro *potentia* haberi poteſt aqua ad extremitatem *radiorum rotæ maximæ* delapſa. Pro *puncto fixo* totus rotæ illius axis. Pro *pondere* parva interior rota, quæ tantam molæ motionem communicat, quantam ab axe, ſive cylindro rotæ majori inſerto ſortita eſt.

*Schol.*

*Schol. VIII.* Ad eosdem vectes revocandi ſunt *remi navigantium*. *Potentia* eſt in manu extremo uni affixa. *Pondus* remi dimidium manui alteri affixum. *Hypomochlii* vices obit alterum remi extremum contra aquas agitatum, easque removens.

*Schol. IX. Machinae commolendis fabis Arabicis aptatae* dici poſſunt *vectis heterodromus*. Etiam in iſtis manus cochleae, vel potius axis manubrio applicata, eſt *pro potentia*. Fabae commolendae *pro pondere*. Axis cylindri perpendicularis, cui nux adhaeret, *pro hypomochlio*. Quid mirum, ſi fabae illae nullo prope labore impenſo commoluntur? ſcilicet: magis ab axe cylindri diſtat *manus*, *quam*, quas recenſui, *fabae*.

*Schol. X. Cultri pharmacopaeorum, piſtorum &c.* una ſui extremitate tabulae affixi ſunt *vectes homodromi*. *Potentia* eſt in manibus manubrio (quod vocant) applicatis. *Pondus* eſt res diſſecanda. *Hypomochlium* habetur in puncto fixo, circa quod cultri aguntur.

*Schol. XI.* Innui ſupra: *in vecte quovis etiam gravitatis rationem habendam eſſe*. Res ſic peragitur: ſit vectis *ACB* (fig. 15.) ſex pedes longus, cujus extremitati *A* appendatur pondus librarum 200; extremitati *B* 100. Librae 200. diſtent duos pedes; 100 quatuor pedes a puncto fixo *C*. Denique vectis *ACB* appendat libras 12. Jam ſic operare: I. Transfer pondus vectis totius in ejusdem centrum gravitatis, quod *caſu iſto* erit dimidium vectis, ſive diſtabit pedem unum a puncto fixo *C*. II. Ineatur proportio ſequens: *ut diſtantia ponderis in A locati a puncto fixo C* ad *diſtantiam centri gravitatis ab eodem puncto C*; Sic *gravitas totius vectis* ad *quartum terminum*, qui, quantum de aequilibrando pondere demendum ſit, planiſſime indicabit. Breviter: fiat haec proportio $2 : 1 = 12 : \frac{12}{2} = 6.$

6. Quare 100 pondo continebunt in æquilibritate alia 194. pondo.

Sit idem vectis *ACB* 12. pedes longus, ſed 24. libras appendens. Pondus in $A = 300$; in $B = 100$. Diſtantia prioris ab hypomochlio $= 3$; poſterioris $= 9$. Si eodem, quo ante, modo operaberis, comperies libras 24. a 300. ſupputandas eſſe, ut æquilibrent 100 aliis. Cur vero? quia centrum gravitatis in vecte *ACB* æque diſtabit a puncto fixo *C*, ac pondus 300. librarum ab eodem puncto *C*.

*Schol.* XII. *Vectis compoſitus* machina eſt contans pluribus vectibus ita ſibi conjugatis, ut vectis unius extremitas extremitati alterius incumbat. Habetur *duplex*, *triplex*, *quadruplex &c.*, prout *duo*, *tres*, *quatuor* vectes componuntur. Ejus theoria ſic habet: *Potentia, & pondus ſunt in æquilibrio, ſi fuerint reciproce ut factum ex diſtantiis minoribus ad factum ex diſtantiis majoribus.* Sumo vectem *triplicem*. In ſingulis diſtantia ponderis ab hypomochlio $= 3$; diſtantia potentiæ $= 9$. Erit $p : P = 27 : 729$. Colliges: admirando virium compendio grandia onera attolli poſſe, ſi vectes cumulentur.

§. 136. *Trochlea* dicitur orbis ſolidus, vel rotula circa axem volubilis, habens in circumferentia extima alveum excavatum, cui lora, funis, vel catena inſeri poſſint. *Duplex* eſt: *fixa*, quæ in centro ſui ita figitur, ut circa axem ſuum facile quidem volvi, at non e loco ſuo dimoveri queat. Id genus trochleæ plerumque viſuntur ad fontes, e quibus aqua ope catenæ vaſi demiſſo illigatæ hauritur. *Trochlea mobilis* eſt, in cujus centro pondus appenditur, & ipſa continenter de loco ſuo dimovetur.

*Schol.*

*Schol.* *Trochlea omnis* re vera *vectis* eſt. In trochlea potiſſimum conſiderari debet *diameter.* *Circumferentia*, ſeu figura orbicularis fere conducit ad tollendam duntaxat frictionem, & attritionem funium. Et *trochlea* quidem *fixa* ſpecies eſt *vectis heterodromi.* *Hypomochlium* (*fig.* 16.) conſtituitur in *C* centro figuræ orbicularis. *Potentia* applicatur extremo uni *B*; *pondus* alteri *A*. Eſt vero *AC* = *BC* (cum *AC*, & *BC* ſint radii ejusdem circuli); quare *diſtantia potentiæ ab hypomochlio æquatur diſtantiæ ponderis ab eodem.* *Trochlea mobilis* (fig. 17.) eſt *vectis homodromus*, cujus centro *C* affigitur *pondus*; *hypomochlium* eſt in extremitate *A*; *potentia* in *B*. Igitur *diſtantia ponderis ab hypomochlio eſt ſemidiameter: potentiæ diameter*; ſive *diſtantiæ illæ compoſitæ ſe habebunt ut* 1 : 2.

§. 137. *In trochlea fixa requiritur potentia ponderi ſuſtentando æqualis*; nam trochlea vectis eſt (§. *præc. Schol.*), vel certe vectem imitatur. In vecte pondus, & potentia ſunt in ratione inverſa diſtantiarum (§. 135.); ergo ſi diſtantiæ ſunt æquales, etiam potentia ponderi æqualis eſſe debet. Atqui poſita trochlea fixa diſtantiæ ponderis, & potentiæ ab hypomochlio ſunt æquales (§. *præc. Schol.*); ergo.

*Coroll.* Ergo trochlea fixa neutiquam auget potentiam. Sed non idcirco ejusdem uſus continuo eſt rejiciendus; præter enim commodum, quod ſublata frictione creat, apta eſt immutare directionem potentiæ, quod quam inſigni emolumento fiat, nemo non videt. In exemplo ſit equus, qui juxta directionem *verticalem* trahere neſcit, ſed duntaxat horizontalem; non ergo attollet pondus *ope funis*, cui copulatur; attollet autem *ope trochleæ*, vi cujus directio *verticalis* abire poteſt in *horizontalem*. Iterum in exemplo ſint homines, qui e lo-

co humiliore pondus attollendum habeant. Si fune ſimplici utentur, neceſſum erit curvare corpus, qua corporis inflexione hebeſcent vires, & aſſidue corpus fatigabitur. At ſi ſuperne trochlea fixa appendetur, & fune circumagetur, jam in ſitu recto, ac naturali pondus trahent minore virium laſſitudine, ac proinde viribus validioribus.

§. 138. *In trochlea mobili ſufficit dimidia potentia.* Hic enim diſtantia potentiæ ab hypomochlio dupla eſt diſtantiæ ponderis (§. 136. *Schol.*); ergo pondus duplum eſt potentiæ: potentia ſubdupla ponderis, h. e. dimidia.

*Schol.* Ut potentia facilius trahat, poteſt trochleæ mobili adjungi trochlea fixa. Sic opportunior erit potentiæ directio.

§. 139. *Trochlea compoſita*, aliter *polyſpaſtus* dicta, eſt machina conſtans pluribus trochleis. Si duæ trochleæ componuntur, *dyſpaſtus* audit; ſi tres, *triſpaſtus*; ſi quatuor, *tetraſpaſtus* &c.

*Schol. I.* In hac machina trochleæ aliæ ſunt *fixæ*, aliæ *mobiles*. *Fixæ omnes* uni, ac eidem capſæ inſeruntur. Sed & *mobiles omnes* eadem theca cuſtodiuntur. *Pondus* appenditur centro ultimæ trochleæ mobilis. *Funis* capſæ rotularum mobilium inſertus circum rotulas omnes ducitur. *Potentia* ultimi funis extremitati applicatur.

*Schol. II.* Ut ne polyſpaſti altitudo in nimium excreſcat, trochleæ (præſertim ſi plures ſunt) non ſupra, ſed juxta ſe locantur.

§. 140.

§. 140. *In polyſpaſto eſt potentia ad pondus, ut unitas ad numerum funium pondus trahentium* dempto eo, cui immediate applicatur potentia. Quia enim pondus funes ſingulos æqualiter tendit, totum pondus per eos æqualiter diſtribuitur; quare potentia nihil ſuſtentandum habet præter ponderis partem, quæ funi ultimo tribuitur. Eſt ergo potentia ad pondus &c.

*Schol. I.* Sit (*fig.* 18.) pentaſpaſto annexum pondus 100 librarum, quod in funes quinque (nam quinque trochleis totidem reſpondent funes pondus trahentes) æqualiter diſtribuatur; funes ſinguli ſuſtentabunt 20. libras. Bini autem quique funes æqualiter tenſi manent in æquilibrio; potentia igitur non niſi pondus quinto funi tributum ſuſtentare debet, h. e. 20. ſolum libras. Verbo: habebitur proportio: $x : 100 = 1 : 5$. Proinde $5x = 100$; & $x = \frac{100}{5} = 20$.

*Schol. II.* Si plures polyſpaſti conjungentur, ut exhibet fig. 19., perinde fuerit, ac ſi potentia 1mæ polyſpaſti applicaretur ceu pondus ſecundæ polyſpaſto. Quanto virium compendio plures polyſpaſti conjungantur, patebit in exemplo. Sint duæ Pentaſpaſti, quarum adminiculo levandæ ſint 1000. libræ. Si unica Pentaſpaſtus adhibeatur, trahetur pondus funibus quinque; quare habebitur proportio: $x : 1000 = 1 : 5$. Fiet ſubinde $5x = 1000$, & $x = \frac{1000}{5} = 200$.

Hæc eſt potentia primæ ſoli polyſpaſto conveniens, ſi potentia, & pondus æquilibrare debeant. Sed ipſa hæc potentia polyſpaſto alteri applicetur inſtar ponderis; ha-

bebitur iterum proportio : $x : 100 = 1 : 5$; ergo $x = \frac{200}{5} = 40$. Quare debebit potentia, libras 40. ſuſtinere valens, 1000. libras in æquilibritate continere. Ergo ſi potentia æquabitur libris 41. attollet pondus = 1000.

§. 141. *Axis in peritrochio* eſt rota circa axem, cui affigitur, volubilis (ſic vero affigenda eſt, ut rota, ſive *peritrochio* gyrante, etiam axis, quem veteres cylindrum vocabant, gyret.). Sufficit immo circulum concepiſſe, qui deſcribitur, dum interea cylinder ope temonis, aut *ſcytalarum* (quas Latini *radios transverſos* dicunt) circum axem ſuum revolvitur.

*Schol. I.* Duplex eſt axis in peritrochio; ſi axis, ſeu cylinder horizontalis eſt (fig. 20.) *Sucula* dicitur; ſi verticalis, *Ergata* (fig. 21.). *Suculam* dicunt ponderibus in altum levandis opportuniorem eſſe, *Ergatam* horizontaliter, aut per acclivitatem promovendis.

*Schol. II.* In hac machina applicatur potentia circumferentiæ rotæ (quam alii *tympanum* vocant), vel extremitati ſcytalarum, aut temonis. *Pondus* e fune pendulum axi. *Hypomochlion* eſt in centro axis, ſeu cylindri. Igitur axis in peritrochio vectis eſt homodromus 1mi generis. Si rota circumvolvetur ſemel, etiam axis rotæ immobiliter affixus eodem tempore gyrabit ſemel, & funis cylindro obvolvetur; quare ſicut rota, & axis deſcribunt peripherias ſimiles, ſic & arcus. Sunt vero arcus illi ſpatia percurſa eodem tempore a potentia, & pondere; deſignabunt itaque celeritates; eritque *celeritas potentiæ ad celeritatem ponderis, ut arcus deſcriptus a rota ad arcum deſcriptum ab axe.* Sed arcus

cus ſimiles ſunt radiis proportionales; etiam ergo celeritas potentiæ ad celeritatem ponderis, ut radius rotæ ad radium axis. Ex quo ſequens theorema deducitur:

§. 142. *Si potentia ope axis in peritrochio pondus ſuſtentare debet, ſit potentia ad pondus, ut radius axis ad radium rotæ.* Eſt enim machina hæc vectis, in quo potentia, & pondus ſunt in ratione inverſa diſtantiarum (§. 135.). *Diſtantia ponderis* ab hypomochlio hic quidem eſt radius axis. *Diſtantia potentiæ* radius rotæ (*Schol. præc.*); debet ergo potentia eſſe ad pondus, ut radius axis ad radium rotæ.

*Schol. I.* Radio axis addendus eſt radius funis, e quo pondus pendet: cumprimis ſi funis craſſiuſculus erit.

*Schol. II.* Radius axis dicatur $A$, radius rotæ $R$. Erit: $p : P = A : R$. Proinde $PA = pR$. Quæratur jam potentia *datis tribus cæteris*: erit $p = \frac{PA}{R}$. II. Inveniendum ſit pondus; fiet $P = \frac{pR}{A}$. III. Si radius axis deſideretur, erit $A = \frac{pR}{P}$. Si IV. radius rotæ: habebitur $R = \frac{PA}{p}$. Hæc numeris applicanda.

*Schol. III.* Quantumvis axis in peritrochio mire exaugeat vires potentiæ, ſæpe tamen machina hæc in-

ſufficiens eſt ſuſtentando, aut levando prægrandi cuipiam ponderi, quod vim potentiæ naturalis multum excedit. Dato a potentia = 50 ſuſtinendum eſſe pondus = 3000 libris. Radium ſumam = 1 pedi, ut pondus tantum ferre valeat. Quoniam $p : P = A : R$, & $R = \frac{PA}{p}$, radius rotæ æquaret $\frac{3000}{50} = 60$ pedes; quare oporteret abnormis magnitudinis rotam conſtrui, quod in praxi fieri vix poteſt. Huic incommodo ut mederentur Phyſici, medelam quæſierunt & invenerunt I. In polyſpaſtis una, aut pluribus, quas axi in peritrochio frequenter adjungunt. II. In multiplicatione rotarum cum axibus. Atque ut rota alia aliam circumagere poſſit, in extima peripheria dentibus h. e. intervallis alternis dehiſcentibus, ac prominentibus eas inſtruxerunt eo conſilio, ut dentes rotæ unius intra ſepta dentium alterius inſeri, ſicque rota rotam circumagere poſſit. Rotæ autem omnes (excipio eam, cui potentia applicatur), omnesque axes (dempto illo, cui funis pondus trahens alligatur) dentes ſuos habent. Hoc aggregatum axium in peritrochio revera eſt congeries plurium vectium; quare machina iſthæc eundem canonem ſequetur, quem vectis compoſitus. Nempe *ſi plures ſint axes in peritrochio, eſt p : P ſicut factum ex radiis axium ad factum ex radiis rotarum.* Quare datis cæteris facile determinabitur ſive potentia, ſive pondus, ſive productum ex radiis rotarum, ſeu denique ex radiis axium. Lex iſta univerſalis eſt, ſeque exporrigit non modo ad omnia *gloſſocoma*, ſeu ad compoſitos axes in peritrochio, ſed etiam *ad machinam Gruis*, quæ a Gloſſocomo non differt, niſi quod trochleas ſibi habeat adjunctas, *fixam* in roſtri extremitate, & *mobilem* inferne locatam, a qua pondus dependet.

§. 143. *Planum inclinatum* voco, quod cum plano horizontali facit angulum acutum.

Sit △lum rectangulum *ABC* (fig. 22.). Baſis *BC* exhibet *planum horizontale*. *AC* hypothenuſa deſignat plani inclinati *longitudinem*. *AB* altitudo △li refert *plani inclinati altitudinem*.

§. 144. *Si ope plani inclinati AC potentia directione plano parallela ſuſtentet pondus, erit potentia ad pondus, ut altitudo plani AB ad ejus longitudinem AC.* Dum pondus ex *C* elevatur in *E*, aſſurgit ad altitudinem *EK* (concipitur enim totum pondus in centro tanquam in puncto collectum). Interea vero potentia eodem tempore decurrit ſpatium *EC* directione plano parallela. Hic vero habentur △la ſimilia *ACB*, & *ECK* (nam angulus *K* = angulo *B*; cumque *EC* parallela ſit ad *AC*, etiam angulus *ECK* = *ACB*; ergo tertius *E* = *A* tertio); conferendo latera homologa naſcetur proportio: *EK* : *EC* = *AB* : *AC*, quare ſicut per *EK* deſignatur celeritas ponderis, & per *EC* celeritas potentiæ (quia ſi *T* = *t*, eſt *C* : *c* = *S* : *s*) ſic pariter ratio celeritatum deſignari poterit per *AB*, & *AC*. Eſt autem niſus duarum virium mutuo in ſe agentium = vi abſolutæ multiplicatæ per ſpatium, aut celeritatem (§. 104.). Niſus potentiæ vocetur *p*; ponderis *P*; erunt potentia, & pondus in æquilibrio, ſi *pAC* = *PAB*, quæ facta = lia ſolvendo in proportionem obtinebitur *p* : *P* = *AB* : *AC*; ſive *potentia eſt ad pondus &c.*

*Coroll.* I. Si *AC* ſumatur pro *ſinu toto*, ſive pro *radio circuli*, qui e centro *C* deſcriberetur intervallo *AC*, erit *AB* ſinus anguli inclinationis *ACB*; quare cum $p : P = AB : AC$, erit *potentia ad pondus ſicut ſinus anguli inclinationis ad radium.*

*Coroll.* II. Ex antea dictis conficitur, quod manente eadem plani inclinati longitudine pondus idem eo minori potentia ſuſtentari poſſit, quo minor habebitur plani altitudo; & rurſum: quod manente eadem plani altitudine potentia eadem hoc majus pondus ſuſtentare debeat, quo major fuerit plani longitudo.

§. 145. *Si directio potentiae fuerit baſi parallela, erit potentia ad pondus ut altitudo plani ad baſim.* Supponatur potentia directione baſi parallela agens ope plani inclinati pondus trudere horizontaliter. Dum ita protruſum pondus elevabitur ſpatio *EK*, potentia decurret lineam *KC*; ut igitur potentia ſit par ſuſtentando ponderi, oportet potentiam ad pondus eſſe in ratione inverſa harum linearum; ſive eſſe debet $p : P = EK : KC$. Porro: cum $EK : KC = AB : BC$ (§. *praec.*) erit etiam $p : P = AB : BC$. Atqui *AB* eſt altitudo plani, *BC* baſis; ergo.

§. 146. Pondus, quod ſuper plano inclinato movetur, duplicem habet gravitatem: *abſolutam*, & *reſpectivam*, ſeu *comparativam*. Vim gravitatis *abſolutam* voco, qua urgente corpus delaberetur ſecundum directionem naturalem gravitatis, id eſt: *perpendiculariter* ad horizontem, ſi nullum adeſſet planum inclinatum.

*Gra-*

*Gravitatem reſpectivam* dico, qua corpus hic, & nunc deſcendit ſecundum lineam longitudini plani parallelam.

*Schol.* *Dum corpus per planum inclinatum deſcendit, amittit partem gravitatis abſolutæ*; corpus enim deſcendens planum premit, quæ *preſſio* per æqualem plani reactionem *deſtruitur*. Oritur vero preſſio illa a gravitate corporis abſoluta; ergo deſtruitur aliquid gravitatis abſolutæ, proinde amittitur. Atque *jactura illa tanto eſt major, quo acutior fuerit angulus inclinationis*; nam ſi planum *verticale* foret; nihil gravitatis abſolutæ amitteretur, delabereturque corpus omni ſua gravitate; ſi *horizontale* ſtatuatur, elidetur omnis actio, & vis gravitatis abſolutæ, corpusque plano *horizontali* incumbens omnem gravitatem ſuam amittet; ergo quo planum magis accedet ad ſitum *horizontalem*, hoc plus gravitatis abſolutæ amittet; quo magis ad ſitum *verticalem*, hoc minorem patietur gravitatis jacturam; proinde.

§. 147. *In deſcenſu corporis per planum inclinatum eſt vis gravitatis comparativa ad abſolutam, ut plani inclinati altitudo ad ejus longitudinem.* Sit planum inclinatum *ABC* (*fig.* 23.). Exhibeat *DE* vim gravitatis abſolutam, quæ ſubinde in binas alias reſolvatur *DG*, & *DF* (§. 89.). Exprimet *DE* perpendicularis ad *AC* partem *vis abſolutæ*, quæ per gravitatem eliſa fuit; *DF* vero æqualis, & parallela *GE* deſignabit *vim comparativam*, qua corpus (eliſa jam parte gravitatis abſolutæ) per plani inclinati directionem deſcendere nititur. Habebitur autem ſimilitudo triangulorum rectangulorum *ABC*, & *DEG*. Hinc collatis invi-

cem homologis lateribus erit $GE : DE = AB : AC$. Cumque $GE = DE$, erit vis comparativa ad abſolutam, ut plani inclinati altitudo ad longitudinem.

*Schol.* Triangula *ABC*, & *DEG* ſimilia eſſe patet ex eo, quod △lum *ABC* ſimile ſit △lo *EHC*, ut facile demonſtratur. Eſt porro △ *EHC* ſimile △ *DEG*, nam anguli ad verticem *E* oppoſiti ſunt æquales; anguli ad *G*, & *H* recti; quare angulus *GDE* æquatur angulo *ECH*. Ergo & △lum *ABC* ſimile eſt △lo *DEG*.

*Coroll.* Iterum vis *abſoluta* eſt ad *comparativam*, ut *ſinus totus* ſive *radius* ad ſinum *anguli inclinationis*.

§. 148. ***Etiam, dum corpus per planum inclinatum deſcendit, eſt vis comparativa ad vim, qua planum directe premitur, ut altitudo plani ad ejus baſim.*** Semper enim (*fig. ead.*) triangula *ABC*, & *DEG* manebunt ſimilia. Quare iterum habebitur proportio: $GE : DG = AB : BC$. Atqui; ergo.

*Coroll. I.* Ex eadem ſimilitudine triangulorum *ABC*, & *DEG* manifeſte ſequitur: vim gravitatis abſolutam eſſe ad vim, qua planum premitur, ut plani inclinati longitudo ad ejus baſim; nam denuo orietur proportio: $DE : DG = AC : BC$.

*Coroll. II.* Nemo non videt, quemadmodum *data vi gravitatis abſoluta* inveſtigari poſſit *ſive gravitas reſpectiva, ſeu vis premens*; & viciſſim. Hæc, & id genus alia velut ſponte ſua fluunt e proximis quinque §§. neque alia re iſthuc opus eſt, quam quarto termino Geometr. proportionali. Sed & illud conſequitur: *data gravitate comparativa facile determinari potentiam,*

*quæ pondus ſuſtineat, vel attollat.* Si enim pondus ſuſtentandum eſt, requiritur *potentia par gravitati reſpectivæ*, qua ſola corpus deſcendit per planum inclinatum. Si attollendum, major. Pono planum inclinatum *ABC* (fig. 23.), cujus altitudo *AB* = 3. ped., longitudo *AC* = 8., pondus ſuſtinendum aut movendum, vel potius *gravitas abſoluta* = 400. Erit ejusdem ponderis *gravitas comparativa* = 150; nam $x : 400 = 3 : 8$ (§. 146.); ergo $8x = 1200$; & $x = \frac{1200}{8} = 150$. Poteſt vero potentiæ ſubſtitui pondus (§. 130. *Coroll.*); ergo ſi pondus *I* ex trochlea *K* dependens = 150, ſuſtentabuntur 400. libræ.

§. 149. Si planum inclinatum in ſuperficie cylindri in orbem circumducitur, oritur cochlea. Hinc *cochlea* dicitur cylinder ſulcis, ſive helicibus inciſus. Si helices in extima cylindri ſuperficie circumductæ ſunt, habetur *cochlea ſolida*; ſi cylinder *cavus* habet helices in ſuperficie ſua interna inciſas, vocatur *cochlea cava*. *Vide fig.* 24.

*Schol. I.* Cochlea re vera eſt *planum inclinatum.* Hujus *altitudo* deſumitur a diſtantia duarum proximarum helicum; *baſis* a cylindri peripheria. Dum vis ſeu potentia movetur per peripheriam cochleæ, pondus interea deprimitur per diſtantiam unius helicis ab altera; quare *eſt ſpatium* a potentia decurſum *ad ſpatium* a pondere confectum, *ut peripheria cochleæ ad diſtantiam helicum*, ſive ut baſis plani inclinati ad ejus altitudinem.

*Schol. II.* Uſus cochleæ quotidianus eſt, maxime in comprimendis corporibus. Sed cochleæ ſolidæ jun-

gi debet cochlea cava, cujus helices ita inciſæ ſint, ut ſulcos cochleæ ſolidæ exacte recipiant; hinc eas in cylindro utroque *æque diſtantes*, & *parallelas* eſſe oportet.

§. 150. *Ut ope cochleæ potentia ponderi æquilibretur, debet potentia cylindro immediate applicata eſſe ad pondus, ut diſtantia duarum helicum ad cylindri peripheriam*; nam ſi momentum potentiæ dicatur $pc$, & momentum ponderis $PC$: eſſe debet $pc = PC$; proinde $p : P = C : c$ (§. 133.). Sed $C$, ſive celeritas ponderis eſt diſtantia duarum helicum; iterumque $c$, ſive celeritas potentiæ eſt peripheria cylindri (hæc enim ſunt ſpatia a potentia, & pondere confecta §. *praec. Schol. I.*; & ſpatia eodem tempore confecta ſunt ut celeritates §. 91. *Schol. III.*); ergo.

*Coroll. Quo propinquiores fuerint helices, hoc minor requiritur potentia*; majori enim vicinitati reſpondet minor diſtantia helicum; ergo cum potentiæ ſint ut diſtantiæ helicum proximarum &c.

*Schol. I.* Dixi ſuperius; *potentia immediate applicata cylindro eſt ad pondus &c.* Sed in praxi non immediate applicatur potentia cylindro; cochlea plerumque ope temonis convertitur, qui cylindro affixus efformat *axem in peritrochio*; ſicque præter efficacitatem cochleæ multum augetur vis potentiæ, cum, quæ prius erat *potentia* relate *ad cochleam*, deinceps *ut pondus* ſpectetur comparate *ad axem in peritrochio*.

*Schol. II.* De cochlea *infinita*, ſeu *perpetua* (*fig.* 25.) nihil memorabo, niſi quod non cochleæ alteri inſeratur, ſed duntaxat rotam radiatam, cujus dentes jux-

ta

ta obliquitatem helicum cochleæ incidi debent, perpetuo circumagit; eſtque motus illius tardiſſimus, quia dum cochlea circumvolvitur ſemel, rota non promovetur, niſi dentis unius intervallo. Cochleam infinitam dentibus non amplius tribus indigere adnotavit *Wolfius.*

§. 151. *Cuneus* eſt duplex planum inclinatum in eandem aciem deſinens (*fig.* 26.). Altitudinem cunei deſignat linea *CD*; baſim *AB.*

*Schol.* Alii cuneum dicunt prisma, cujus baſes △la *Iſoſcelia*; alii definiunt aliter. Multos inter lis eſt: ad vectem, an ad planum inclinatum revocari debeat cuneus. Ego iſtis non immorabor. Quod certum habeo, do.

§. 152. *Ut potentia ope cunei ſuſtentet pondus, eſſe debet potentia ad pondus, ut latitudo baſis in cuneo ad ejus altitudinem.* Nempe: dum cuneus infigitur trunco ad altitudinem *GD*, reſilit truncus ſpatio *EF*, quæ ſpatia eodem tempore confecta ſunt ut celeritates potentiæ, & ponderis, h. e. cunei, & trunci; ergo ut potentia ope cunei ſuſtentet pondus, eſſe debet $pGD = PEF$. Iterum quia △lum *EFD* ſimile △lo *ABD* (quod ex parallelis *AB*, & *EF* continuo deducitur) erit etiam $pCD = PAB$; proinde $p : P = AB : CD$. Sed *AB* eſt baſis cunei; *CD* altitudo; ergo.

*Coroll.* *Ergo quo acutior fuerit cuneus ſub eadem longitudine, tanto erit efficacior*; nam quo acutior, hoc minor illius baſis. II. *Quo minor fuerit latitudo cunei,*

*nei, hoc minor requiretur potentia*; eſt *enim p : P ut* baſis cunei ad ejus altitudinem; ergo.

*Schol. I. Ad cuneum* referuntur cultri, gladii, dentes, roſtra, clavi, ungues animalium, ac præcipue tonſorum novaculæ ſic dictæ, quæ quia introrſum cavæ ſunt, facillime omnia penetrant.

*Schol. II.* Iſta cunei theoria in praxi non ſemper obtinet, e. c. in lignis cunei ope findendis. Lignorum fibræ diverſimode cohærent; non cedunt ſingulæ æquabiliter, ac per ſpatia æqualia. Eſt hic plerumque *potentia cunei ad vim reſiſtentem ligni, ut dimidia baſis ad latus cunei*, ut egregie demonſtratum habet *P. Mako*. Quod de cuneo, idem de aliis machinis dictum eſto, in quibus ſæpe *affrictus*, funium rigiditas, aut gravitas &c. motum regularem impediunt. Theoria noſtra præſcindit ab ejusmodi impedimentis.

# Caput VI.

## De motu gravium.

§. 153. *Gravia* dicimus, quæcunque ſibi relicta verſus centrum telluris, aut interiora terræ feruntur. Quare *gravitas* eſt vis, qua corpora verſus centrum terræ urgentur, aut prope illud.

§. 154. *Linea horizontalis* dicitur, cujus ſingula puncta a centro telluris æqualiter diſtant. Hinc *vera linea horizontalis* eſt arcus circuli e centro terræ deſcriptus. At enim: ſi circuli majores ſunt, chordæ parvorum arcuum

entium fere cum arcubus coincidunt, vel certe ſenſibiliter ab iis non diſcrepant; quare poterit quævis *recta*, *quæ veram horizontalem in puncto tangit*, haberi pro horizontali. Hæc recta dicitur *horizontalis apparens*.

*Schol.* Nihil obeſt definitioni lineæ horizontalis, quod figuram telluris *ſphæroidicam* eſſe ſubinde aſſeremus; nam *proxime* accedit ad ſphæricam, & *ad ſenſum* ſphærica eſt.

§. 155. Si *centrum æquilibrii*, quod ſimul (ſaltem dum vires a gravitate proveniunt) eſt *centrum gravitatis*, illud punctum dicitur, cujus motu impedito omnis maſſa immota manet (§. 131.) *quidquid centrum gravitatis ſuſtinebit, totum corporis pondus ſuſtinebit*. Inde vero *tota corporis gravitas conſiderari poterit, tanquam ſi in puncto unico, videlicet centro gravitatis collecta foret*. Quare linea recta, quam centrum gravitatis deſcribit, pro ſpatio a corpore gravi deſcripto habenda eſt.

*Schol.* Dum corpora libere in terram delabuntur, in lineis rectis ad ſuperficiem terræ *perpendicularibus* delabuntur. Perpendicularis ejusmodi dicitur *linea directionis gravium*; proinde & *centri gravitatis*.

§. 156. *Si, dum corpus ſuſpenditur, linea ſuſpenſionis, & linea directionis centri gravitatis ſunt in eadem recta, corpus grave non movetur, ſed quieſcit.* Poteſt enim punctum ſuſpenſionis conſiderari velut potentia quædam ibidem applicata, & vim gravitatis elidens; ergo di-

re-

rectio hujus potentiæ, & directio ponderis ſeu centri gravitatis debent ſibi e diametro opponi, h. e. jacere debent in eadem recta; quare viciſſim ſi punctum ſuſpenſionis, & centrum gravitatis ſint in eadem recta, ſibique e diametro opponentur, vis gravitatis elidetur; ac proinde grave quieſcet. II. Centro gravitatis corpus dividitur in partes duas æque graves; quare pars una tantum urgetur deorſum e latere uno, quantum altera ex altero. Non igitur ſubeſt ratio, cur pars una attollatur potius, quam altera. Si neutra attollitur, grave quieſcit; ergo.

§. 157. *Si grave quodcunque ſic inſiſtat plano horizontali, ut linea directionis centri gravitatis cadat intra baſim plano incumbentem, corpus a lapſu immune erit*; nam ſi immune non ſit, cadet juxta lineam directionis; atqui juxta hanc cadere nequit, cum juxta illam inſiſtat plano, cujus reſiſtentia ſuperari non poteſt. II. Si linea directionis cadit intra baſim, ſuſtentatur centrum gravitatis; proinde & totum corporis pondus ſuſtentatur; atque adeo grave non ruet.

*Schol.* Hinc ratio datur, cur homines caſui proximi brachium, vel pedem alterum in partem oppoſitam extendant, nempe: ut momento in parte lapſui contraria aucto directio centri gravitatis intra baſim cadat. Similiter cur obeſi, aut onus quodpiam ante ſe deferentes retrorſum corpus inflectant; gibboſi contra, & in dorſo onuſti antrorſum flectantur; cur ſenecio, qui ſub gravi annorum pondere curvatus incedit, baculi au-

xi-

xilio utatur; cur turres, aut muri non modice recli-
nati non tamen corruant; cur aliqui in tenſis funibus facile incedant; cur puerum pedi uni inſiſtentem, ac ſaltilantem inſigniter cautum eſſe oporteat, ne cadat.

§. 158. *Si linea directionis cadat extra baſim, ruit grave* in eam partem, in quam declinat linea; tum enim nihil impedit, quo minus juxta eam corpus grave moveatur; ruet igitur eousque, dum mutatum centrum gravitatis cadat intra baſim.

*Schol.* Hæc de centro gravitatis corporum *ſingulatim ſumptorum.* Jam qua ratione centrum gravitatis duorum, aut plurium corporum inveſtigetur, paucis docebo. I. Si duo habebuntur corpora, *ſecetur recta,* quæ centra *ſingulorum* corporum conjungit, *in ratione reciproca corporum.* Punctum interſectionis dabit commune centrum gravitatis. Veritas hæc demonſtratur e theoria vectis. II. Si plura fuerint corpora, ducatur primum recta conjungens centra duorum quorumvis corporum, eorumque *centrum gravitatis commune* notetur. Huic noviſſime invento jungatur centrum tertii alicujus corporis per rectam, quæ iterum in ratione reciproca ſummæ maſſarum priorum ſecanda eſt, & ſic de cæteris; punctum ultimæ interſectionis erit commune illud centrum gravitatis quotcunque corporum. *Inferes:* ſi corporum quotcunque centra gravitatis jaceant in eadem recta, ſemper commune centrum eſſe debet in aliquo ejusdem rectæ puncto.

§. 159. *Corpora gravia ab alto delabentia motum accelerant.* Pr. delabatur globus ex notabili quapiam altitudine in ſubjectum planum molle, e. c. in argillam; imprimet cavi-

ta-

tatem. Idem ſi ex majori altitudine, ut dupla, vel tripla alterius demittetur, majorem cavitatem imprimet; quare majorem habet quantitatem motus ex altitudine majori delapſus, quam e minori. Sed majorem quantitatem motus habere nequit, niſi in deſcenſu augeatur ejusdem velocitas; ergo. *Pr. m.* Quantitas motus = *MC*. Eſt porro in hypotheſibus noſtris eadem maſſa, cum globus idem ponatur jam e majori altitudine delabi, jam e minori; proinde manente maſſa eadem debet celeritas globi caſu ſecundo creſcere; ergo. *Conf.* Experimentis *Galilæi*, *Riccioli*, *de Chales*, *Newtoni*, aliorumque Philoſophorum abunde exploratum, manifeſte imo evictum habemus: corpora gravia in ſuperficiem terræ delabentia motum accelerare.

*Schol.* Quæ ad poſitionem hanc opponi ſolent, dabo in *Scholio* II. ad §. ſequentem. Prius quantitatem accelerationis exponam. Quia vero propoſitum mihi eſt ea ſolum exponere, quæ præcipuum in Phyſica uſum habent, agam duntaxat de motu *uniformiter* accelerato, & retardato.

§. 160. *In motu uniformiter accelerato ſpatia a mobilibus decurſa ſunt ut quadrata temporum, vel celeritatum.* h. e. $S : s = TT : tt = CC : cc$.

Sit △lum *ABC* (fig. 8.). Dividatur recta *AB exprimens tempus*, quo motus perdurat, in portiones quotcunque æquales 1, 2, 3, 4, &c., quæ tempuſcula minima, ac infinite parva deſignabunt. Lineæ 1d, 2e, 3f,

3f, 4g, exhibebunt celeritates ſingulis tempuſculis reſpondentes. Jam ſi portio temporis *A* 1 infinite parva eſt, poterit motus huic tempuſculo reſpondens pro æquabili haberi (mutatio enim celeritatis tempori infinito parvo reſpondens non niſi infinite parva eſſe poteſt); igitur ſi celeritas exprimatur per d1, ſpatium hoc tempuſculo confectum exhibebitur per rectangulum *Abd*1 (§. 93. Coroll.); & quoniam *A*1 eſt quantitas infinite parva, non poteſt rectangulum *Abd*1 differre quantitate finita a △lo *Ad*1. Idem judicium ſto de cæteris rectangulis. Quare ſi ſumma rectangulorum omnium, etiam totum △lum *ABC* exhibebit ſpatium confectum toto tempore *AB*, modo celeritas in fine temporis *AB* acquiſita exprimatur per *BC*. Eadem ratione △lum *Ag*4 referet ſpatium confectum tempore *A*4, & ſic deinceps. Hoc poſito ſic theorema demonſtratur.

Areæ triangulorum *Ag*4, & *ACB* ſunt in ratione *compoſita baſium, & altitudinum*; proinde etiam *in ratione duplicata altitudinum*, vel *ſolarum baſium* (per Geom.); ergo $Ag4 : ACB = A4^2 : AB^2 = g4^2 : CB^2$. Sed *Ag*4 & *ACB* ſunt ſpatia; *A*4 & *AB* ſunt tempora; *g*4 & *CB* ſunt celeritates; ergo in motu uniformiter accelerato $S : s = TT : tt = CC : cc$.

*Coroll. I. Etiam in motu uniformiter retardato ſpatia a mobilibus deſcripta ſunt ut quadrata temporum vel celeritatum.* Demonſtratio eadem eſt quæ ante. Solum celeritas finalis motus accelerati ſumenda eſt pro celeritate initiali motus retardati.

*Coroll. II.* In motu uniformiter accelerato, & *tempora* & *celeritates* fluunt æquabiliter in ſerie numerorum naturalium 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c. Quare cum

$S : s = TT : tt$, vel $CC : cc$, erunt ſpatia ut numerorum iſtorum quadrata, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, &c. Sic quidem ſe habent ſpatia *uno, duobus, tribus, quatuor &c.* temporibus confecta. At longe aliter ſe habent, ſi cum temporibus *ſingulis ſolitarie ſumptis* conferantur; uti cum quæritur: quantum ſpatii mobile decurrerit *primo*, vel ſolo *ſecundo, ſolo tertio, quarto inſtanti.*

*Coroll. III. In motu uniformiter accelerato ſpatia a mobili ſingulis tempuſculis confecta ſunt in ſerie numerorum imparium* 1, 3, 5, 7, &c. id eſt: ſi 1*mo* inſtanti mobile decurrit 1. ped., ſolo ſecundo inſtanti decurret pedes tres, tertio 5, quarto 7, &c. Nam ſi mobile intra unum inſtans conficit 1. pedem, intra duo inſtantia 4 ped., ſolo 2*do* inſtanti conficiet pedes $4 - 1 = 3$. Si intra duo decurret pedes 4, intra tria 9; ſolo 3*tio* inſtanti decurret pedes $9 - 4 = 5$. Si intra tria emetitur pedes 9, intra quatuor 16, ſolo quarto inſtanti emetietur pedes $16 - 9 = 7$. *P. Henricus Paulian* ſic rem explanat: delabatur corpus *A* ſecundum directionem lineæ *AD* (Figur. 27.), primoque deſcenſus inſtanti unum duntaxat pedem decurrat vi celeritatis, quam ſucceſſive acquirit. Cum appulerit ad punctum *B*, ſive ad finem primi, & initium ſecundi inſtantis, duos habebit velocitatis gradus, alterum, quem 1mo inſtanti acquiſierat, & acquiſitum deinceps conſervat; alterum, quem actu acquirit. Ex ratione primi duos pedes conficiet, ex ratione ſecundi unum; quare durante ſecundo inſtanti tres emetietur pedes. Cum ad punctum *C* delatum fuerit, ſive ad finem ſecundi, & initium tertii inſtantis, tres habebuntur velocitatis gradus, duo quidem prius acquiſiti, tertius, qui actu acquiritur. Duobus ante acquiſitis decurret corpus 4. pedes; 3tio, qui actu acquiritur, unum; quare inſtanti 3tio delabens corpus deſcribit 5. pedes.

Co-

*Coroll. IV. Spatium dato tempore motu uniformiter accelerato percurſum eſt ſubduplum illius, quod eodem tempore percurreret mobile, ſi æquabiliter moveretur velocitate illa integra, quam habet corpus poſt tempus iſtud*, ſeu celeritate finali motus accelerati; hoc enim caſu deſcriberet rectangulum *ABCD* (§. 93. Coroll.) cum prius motu uniformiter accelerato deſcripſerit △lum *ABC* ejusdem baſis, & altitudinis, cujus eſt dictum rectangulum; ſed △lum habens eandem baſim, & altitudinem, quam rectangulum, eſt ſubduplum illius rectanguli; ergo.

*Coroll. V. In corpore libere deſcendente, motumque uniformiter accelerante, celeritates acquiſitæ ſunt ut radices quadratæ ſpatiorum.* Nam (ex demonſtratis) $S : s = CC : cc$; ergo utrinque extrahendo radicem quadratam obtinebitur: $\sqrt{S} : \sqrt{s} = C : c$, h. e. velocitates acquiſitæ ſunt ut radices quadratæ ſpatiorum.

*Coroll. VI. In eodem corpore tempora ſunt ut radices quadratæ ſpatiorum, quæ percurruntur.* Rurſus enim $S : s = TT : tt$; quare $\sqrt{S} : \sqrt{s} = T : t$.

*Coroll. VII.* Quia $\sqrt{S} : \sqrt{s} = C : c$, & iterum $\sqrt{S} : \sqrt{s} = T : t$, erit (§. 1. axiom. IV. Coroll.) $C : c = T : t$.

*Coroll. VIII.* Si in motu uniformiter accelerato $S = TT$, & $s = tt$, etiam habebitur $s = vtt$; ſpatia enim etiam creſcunt ut vires acceleratrices. Sed in motu uniformiter accelerato vis acceleratrix conſtans eſt; vis conſtans unitatis inſtar ſumi poteſt; cumque unitas nihil multiplicet, ſolum dicitur $s = tt$. In majoribus tamen diſtantijs mutatur vis acceleratrix; quare ubi de iſtis agitur, poni debet $s = vtt$.

*Coroll.* IX. Quia $s = vtt$, fiet I. $\frac{s}{tt} = v$. II. $\frac{s}{v} = tt$. III. $\sqrt{\frac{s}{v}} = t$.

*Coroll.* X. Quia $C : c = T : t$ (Coroll. VII.); & $s = vtt$; facta ſubſtitutione fiet Imo. $s = vcc$. II. $\frac{s}{cc} = v$. III. $\frac{s}{v} = cc$. IV. $\sqrt{\frac{s}{v}} = c$.

*Coroll.* XI. Quia univerſe $c = \frac{s}{t}$, & $s = vtt$; obtinebitur $c = \frac{vtt}{t} = vt$.

*Schol.* I. Ex his ſumenda eſt ſolutio ſequentium problematum: I. *Dato ſpatio a corpore primo inſtanti percurſo e. c.* 15. *pedum invenire ſpatium quinque momentis percurrendum.* Revocetur proportio $S : s = TT : tt$. Litteris ſubſtituendo numeros fiet: $15. x = 1 : 25$. Et quia *factum mediorum* &c. habebitur $x = 375$.

II. *Dato ſpatio a corpore primo deſcenſus inſtanti percurſo* (15. *ped.*) *invenire ſpatium quinto inſtanti percurrendum.* ℞. Spatia *ſingulis tempuſculis* confecta ſunt in ſerie numerorum imparium (§. *præſ. Coroll. III.*); naſcetur itaque hæc proportio $15 : x = 1 : 9$. Si 15. ducatur in 9, erit $x = 135$.

III. *Data ratione, quæ habetur inter ſpatia percurſa a corpore motum uniformiter accelerante, determinare rationem velocitatum, quibus hæc ſpatia percurſa fuerunt.* Corpus *A* decurrerit 15. ped.; corpus *B* 375.

375. Quoniam celeritates acquiſitæ ſunt ut radices quadratæ ſpatiorum ( Coroll. V.), naſcetur proportio $C : c = \sqrt{15} : \sqrt{375}$. Sed $\sqrt{15} : \sqrt{375}$. fere ut 4 : 19. ergo, & celeritates ſunt ut 4 : 19.

IV. *Data eadem ratione ſpatiorum invenire rationem temporum in iis percurrendis impenſorum.* ℞. Etiam tempora ſunt ut radices quadratæ ſpatiorum ( *Coroll. VI.* ) ergo ſi tempus impenſum a corpore *A*, cui pedes 15. decurſi tribuuntur, dicatur *T*, & alterius *B*, cui pedes 375. aſſignantur, vocetur *t*, erit $T : t = \sqrt{15} : \sqrt{375}$. Eſt autem $\sqrt{15} : \sqrt{375}$. fere ut 4 : 19, = hoc eſt: fere ut 1 : 5. ergo.

*Schol. II.* Ut fidem datam liberem, objectiones ad §. 158. attinentes breviter conſignabo. *Oppon.* I. Si in deſcenſu gravium motus acceleratur, fallit lex illa univerſalis: *corpus omne perſeverat in ſtatu ſeu quietis, ſive motus uniformiter in directum*; fallere autem non poteſt; ergo. ℞. Adjicienda eſt legis iſtius reſtrictio a Philoſophis omnibus recepta: *niſi a cauſa extranea cogatur ſtatum ſuum immutare.* Atque cum hac reſtrictione ſumpta lex non fallit. *Dices:* nulla videtur adeſſe cauſa extranea, quæ ſtatum corporum deſcendentium immutet; quæ enim? ℞. Eſt *gravitas juncta inertiæ*, per inertiam retinet corpus ſecundo tempuſculo motum, quem primo inſtanti acquiſierat; per gravitatem determinatur ad motum celerius peragendum, cum gravitas pendeat ab attractione agente in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; hinc cum in deſcenſu gravium ſingulis tempuſculis decreſcat quadratum diſtantiæ, debet ſingulis tempuſculis creſcere effectus gravitatis, id eſt: motus accelerari debet. *Dices 2do.* Atqui gravitas non eſt cauſa extranea, cum ſit mutua corporum attractio; ergo ſi corpora ab alto delabentia motum accelerant, fallit lex generalis de conſervando ſtatu. ℞. An gravitas corporibus ex-

trinſeca ſit, an intrinſeca, myſterium eſt Philoſophicum; ſed neque de attractione certum eſt, fluatne ab ipſa corporum natura, an a libera DEI voluntate pendeat. Interea vero, quidquid horum conſtituatur, ſemper cauſa quæpiam corporibus motum accelerantibus extranea præſto eſt, quæ illam ſtatus mutationem inducat. Sane gravitatis cauſam ab attractione pendere dicam Parergo proximo; ſique mera lex DEI eſt, ut corpora in certis diſtantiis ad ſe ſe accedant, celeritatibus rationi directæ maſſarum & reciprocæ duplicatæ diſtantiarum reſpondentibus, cauſa mutati ſtatus corporibus extrinſeca eſt; ſi attractio proprietas eſt corporibus intrinſeca, adhuc cauſa motum accelerans corporibus extrinſeca dici debet; non enim corpus propter ſuammet delabentis attractionem motum accelerat, ſed propter alienam.

II. In motu uniformiter accelerato ſpatia ſingulis tempuſculis ſeorſim ſumptis deſcripta eſſent in ſerie numerorum imparium 1, 3, 5, 7, &c. (*Coroll. IV.*), quod pugnare videtur cum lege altera Nevtoniana: *motus ſemper eſt proportionalis cauſa adæquata*. Nam corpus libere deſcendens ſecundo tempuſculo conficit triplum ſpatii ejus, quod primo tempuſculo decurrerat, cum tamen duplam duntaxat velocitatem habeat illius, quam primo inſtanti obtinebat. Atqui ſic motus non eſt proportionalis cauſæ ſuæ adæquatæ; cum duplæ velocitati tantummodo duplex reſpondere debeat ſpatium; ergo. ℞. N. A. Ad Prob. D. M. Corpus deſcendens ſecundo tempuſculo duplam duntaxat velocitatem obtinet, quam habuerit primo, eam tamen uti *primo*, ſic *ſecundo* tempuſculo *creſcentem* C. M. *Conſtantem*, & æquabilem N. M. Sic D. m. & N. C. Si celeritas initio motus acquiſita conſtans eſſet, & æquabilis, nec ulla alia celeritas ſucceſſive accederet, non poſſet mobile celeritate dupla niſi duplum ſpatium conficere (nam ſi $T = t$, eſt $C : c = S : s$, proinde $C = S$, atque adeo $2C = 2S$). At non ita res ſe habet in motu

tu accelerato, ubi cum celeritas *ſucceſſive* creſcat, debet *ſub finem* temporis primi major haberi celeritas, quam fuerit ſub ejusdem principium. Hac velocitate ſub finem temporis primi acquiſita, & per inertiam conſervata movetur corpus tempuſculo ſecundo, jamque vi hujus duplum ſpatii prioris conficere debet. Sed tempuſculo ſecundo iterum increſcit celeritas; quare præter incrementum celeritatis in fine temporis primi acquiſitum, denuo ſucceſſive accedere debet novum incrementum, cumque motus ponatur uniformiter acceleratus incrementum illud priori æquale ſit, oportet; quare ſub finem temporis ſecundi celeritas non dupla evadet, ſed tripla; hinc itidem mobile non duplum, ſed triplum prioris ſpatium conficiet.

III. Inconceptibile eſt, quomodo ſpatia motu accelerato confecta ſint, ut numeri ab unitate impares, 1, 3, 5, 7, &c. Primo enim inſtanti velocitate acquiſita decurretur ſpatium = 1. Velocitas eadem perſeverabit inſtanti ſecundo, perque illam decurretur iterum ſpatium = 1; ſed quia novus velocitatis gradus accedit, qua per idem inſtans ſecundo conficitur ſpatium = 1; propter duplicem illam velocitatem *conſervatam* ſcilicet, & *noviter accreſcentem*, ſpatium *non triplum* percurretur, ſed *tantummodo duplum; ergo ſpatia ſingulis inſtantibus confecta non ſunt in ſerie numerorum imparium* 1, 3, 5, 7, *&c., ſed in ſerie naturalium* 1, 2, 3, 4, *&c.* R. Objectio hæc eadem eſt, quæ prius; quare eadem reſponſione expediri poteſt. Juverit forte inter tempuſcula *infinite parva*, & *finita* cum quibusdam auctoribus diſtinxiſſe. Sic illis ſpatium decurſum ſecundo inſtanti *infinite parvo* duntaxat duplum eſt ſpatii confecti in primo inſtanti itidem *infinite parvo*; nam per primum inſtans unicus tantum velocitatis gradus habebatur, qui ſecundo inſtanti perſeverat quidem, ſed alio auctus. At ubi inſtantia ſunt finita, continuo mobile *ſub primi tempuſculi finem ſucceſſive* acquirere poteſt,

& re vera *ſucceſſive* acquirit novum velocitatis gradum; ac proinde poſt tempuſculum primum movetur veluti cum cumulo plurium velocitatis graduum, quos unquam ſimul habuit; quamvis igitur mobile nullum deinceps acquireret velocitatis incrementum poſt tempuſculum primum moveretur tamen velocius, ſpatiumque majus conficeret tempuſculo ſecundo, quam primo licet æquali; ergo cum corpus tempuſculo illo ſecundo novum acquirat velocitatis incrementum, non duplum, ſed triplum prioris ſpatium conficiet.

IV. Motus illius accelerati cauſa eſſet attractio; qua conſtituta reddi nequit ratio, cur *in vacuo Boyleano* corpora *mole*, & *maſſa* omnino diverſa tamen eadem ad ſenſum velocitate deſcendant. Sane ex *Newtoni principiis* manente eadem cauſa manere debet effectus idem; proinde cum attractio terræ eadem habeatur extra vacuum, quæ in vacuo, utrobique corpora utcunque diverſa eadem ad ſenſum celeritate delabi deberent; quod tamen quemadmodum non fiat, experientia certum habemus; nam exhauſto aëre ex recipiente 6. pedes alto globus plumbeus, & ligneus eadem celeritate deſcendunt; at aëre immiſſo inſigne celeritatis diſcrimen advertitur. ℞. Eadem eſt attractio terræ extra vacuum, quæ in vacuo, diverſa tamen eſt reſiſtentia medii, quam corpus labens ſuperare debet C. A. Et eadem eſt reſiſtentia N. A. & C. m. exhauſto aëre nihil eſt in recipiente, quod corporibus ex eadem altitudine delabentibus ſenſibiliter reſiſtat, motumque impediat; ergo æquali celeritate deſcendent corpora verſus terram. Aëre immiſſo, qui corporum motui ſenſibiliter reſiſtit, ſenſibili celeritatum diſcrimine ferentur corpora verſus terram; magis enim reſiſtit aër corpori ſpecifice leviori, quam graviori.

V. Si in vacuo Boyleano nulla habetur ſenſibilis medii reſiſtentia, debent *in eodem vacuo* corpora diver-

ſæ

ſæ gravitatis ſpecificæ diverſa etiam celeritate delabi; ſed non delabuntur; ergo. Pr. M. Attractiones non modo ſunt in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ſed etiam in directa maſſarum; ergo corpus ſpecifice gravius majori velocitate deſcendet, quam ſpecifice levius; proinde. ℞. Attractiones ſunt in ratione ſimul directa maſſarum *attrahentium* C. A. *attractarum* N. A. & C. m. Æquali deſcenſui non officit diverſa gravitas ſpecifica, modo eadem habeatur maſſa *attrahens*, nullaque ſubſit impeditio.

VI. Poſita *eadem maſſa attrahente*, & *æquali motus impeditione* deberent corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ ex eadem altitudine demiſſa eadem celeritate ferri verſus terram *etiam extra vacuum Boyleanum* (ſiquidem acceleratio motus pendeat ab attractione terræ pro ratione diſtantiarum ſe ſe exerente); iſtud vero pugnat cum obſervationibus; nam capiatur globus ferreus alter, alter ligneus paris quidem diametri, ſed cavus. Ex eadem altitudine demiſſi ambo pari celeritate non deſcendent; prævalebit celeritas ferrei; ergo. Pr. M. Si extra vacuum non habetur æqualis celeritas corporum deſcendentium in terram, inæqualitas illa repetenda eſt a ſola medii reſiſtentis impeditione; ergo ex oppoſito ubi æqualis habetur impeditio, debent corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ eadem celeritate deſcendere. Sed pari volumini globorum ferrei, & lignei reſpondet par volumen aëris, proindeque par impeditio; ergo. ℞. N. ſequel. M. Ad Prob. D. C. ubi æqualis habetur impeditio, ſimulque *par medii reſiſtentis victoria*, & *æque facilis ſuperatio*, deſcendunt corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ eadem velocitate C. C. Secus N. A. & C. Victoria medii reſiſtentis non modo pendet a denſitate, vel quantitate medii, ſed & a denſitate corporis medium ſubingredientis; ſingulæ enim moleculæ mobile componentes nituntur adverſus medium reſiſtens; ergo quo plures fuerint mo-

leculæ, ſive quo majus fuerit corporis moti pondus ſub certo aliquo volumine, hoc promptius ſuperabitur reſiſtentia medii; quare corpora diverſæ gravitatis *ſpecificæ* in motu conſtituta extra vacuum inæquali celeritate deſcendere debent.

VII. Sæpe corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ ( & hinc diverſi quidem ponderis, ſed ejusdem voluminis ) eadem ad ſenſum celeritate deſcendunt. Sic maſſa auri, & maſſa Mercurii paris voluminis ex eadem altitudine ſi demittentur, eadem ad ſenſum velocitate deſcendent; ergo promptior, ac facilior medii reſiſtentis ſuperatio nihil admodum confert ad inæqualitatem celeritatis in deſcenſu gravium. ℞. D. A. Corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ etiam extra vacuum eadem velocitate deſcendunt, ſi differentia ponderis ſit admodum magna N. A. Si non omnino *Subd.* eadem ſenſibiliter velocitate C. A. re ipſa etiam inſenſibiliter N. A. & C. m. Si ad reſiſtentiam medii *celerrime ſuperandam* requiritur certum, ac determinatum pondus quodpiam corporis deſcendentis, duoque corpora per idem medium ex eadem altitudine delabentia pondus illud attigerint, æquali celeritate deſcendunt; quamvis iſtorum alterum excedat in pondere ad reſiſtentiam medii *celerrime* ſuperandam requiſito; nihil enim exceſſus ille operabitur habita jam celeritate ſenſibiliter ſumma. Pono: 10. libris *celerrime* ſuperari reſiſtentiam aëris modico volumine reſiſtentis; ſi corpus aliud 15. libras appendens ex eadem altitudine delabetur, *celerius* medii ejusdem reſiſtentiam ſuperare non poterit; quare eadem velocitate delabetur, qua corpus 10. libras appendens. Similiter modicæ maſſæ ejusdem voluminis, & non multum diverſi ponderis æquali celeritate ferri poſſunt verſus terram, quamvis eorundem gravitas abſoluta non ſufficiat reſiſtentiæ medii celerrime ſuperandæ; tum, quod modicus ille exceſſus in gravitate abſoluta vix ſub ſenſus noſtros cadat, tum quod memorata diverſi-

ſitas ponderis aliter compenſari poteſt. Nempe: reſiſtentia ſive impeditio fluidorum e 4. capitibus profluit 1mo. A fluidi denſitate. 2do. Ab ejusdem tenacitate, & viſcoſitate. 3tio. A corporis incurrentis ſuperficie. 4to. Ab ejusdem velocitate. Atque poſtrema quidem illa impeditionis origo hoc loco recenſenda non eſt, cum de iſta lis ſit. Quid tamen, ſi corporis unius denſitas egregie compenſetur per alterius ſuperficiem inſigniter lævigatam? Sit globus ferreus, & ligneus. Ferreus ſuperficie aſpera; ligneus polita, & glabra. Immo ſi quæ etiam feſtucæ in ligneo prominebunt, facile per affrictum infleƈtentur. Poterit ergo compenſatio quædam haberi ſic, ut quanto plus aër impedierit ligneum, quam ferreum *ſpeƈtata ratione ponderis*, tanto amplius impediat ferreum, quam ligneum *ſpeƈtata ratione ſuperficiei aſperæ*. An non æqualis fiet reſiſtentia, ac impeditio fluidi?

Quanquam ingenue confitendum eſt, vix certi quidquam hac in materia conſtitui a nobis poſſe, cum auƈtorum diverſorum experimenta non ſatis conſentiant. Vulgatum eſt illud *Deſagulierii*: qui præſentibus *Newtono* aliisque litteratis ſane hominibus e turri Londinenſi *Divi Pauli* 272. pedes alta diverſæ gravitatis ſpecificæ corpora demiſit. Compertum eſt obſervationibus iteratis, quod corpora gravitati ſuæ relicta non deſcenderint eadem celeritate, neque immo eorum deſcenſus fiebat in ratione gravitatum ſpecificarum. Alii contra affirmant, globos diverſi utcunque ponderis ab eadem altitudine alibi demiſſos æque velociter in terram delatos fuiſſe.

VIII. Quo major celeritas, hoc major in eadem maſſa quantitas motus; quare corporum ex prægrandi aliqua altitudine delabentium admodum magna eſſe debet quantitas motus. Talem vero non experimur in nivibus, pluvia, grandine &c. quæ cum ex ipſa nubium

altitudine in terræ ſuperficiem deferantur, nihilominus exigua motus quantitate, ſine damno, & noxa frugum deferuntur, quæ tamen ex perpetuo velocitatis incremento conſequi neceſſum foret. ℞. Suos accelerationi limites ponunt Philoſophorum nonnulli: alii poſt *ducentos*, poſt *trecentos* pedes alii motum non ultra accelerari exiſtimant. Sique motus acceleratio ſubinde deſinit, ajunt: nec ingens illa motus quantitas conſurget, neque metuenda illa damna creabuntur. ℞. II. Nix, pluvia, grando &c. ſine frugum noxa ad nos deferuntur, quia ſcilicet acceleratio, & major quantitas motus continuo impediatur per aëris reſiſtentiam, qui perpetuo aliquid de noviter accepto velocitatis incremento decerpit. Hinc D. A. nix, pluvia, grando &c. ingentia damna crearent, niſi quid legitimæ accelerationi motus obſtaret ſenſibiliter C. A. cum obſtet aër, & hoc magis obſtet, quo corpora delabentia propiora fiunt ſuperficiei terræ (nam quo propior eſt aër ſuperficiei terræ, hoc eſt denſior) N. A. & C. Iſta aëris reſiſtentia Divinam Creatoris Sapientiam inſigniter commendat. Neminem latere puto, quantum ad terræ fertilitatem commodet pluvia. Atqui vero ſublata aëris reſiſtentia adeo commodaret nihil, ut potius velociſſimo caſu ſuo peſſumdaret omnia, terramque producendis fructibus ineptam redderet. Quod de grandine additur, ejus quidem oppoſitum ſæpe mœſti, ac gementes intuiti ſumus.

# Parergon.

## De cauſa gravitatis.

§. 161. Lineam directionis gravium, qua ad horizontem noſtrum, ſive ſuperficiem terræ libere deferuntur, perpendicularem eſſe,

phæ-

phænomenon eſt quotidianum, & vulgo notiſſimum; ſemper gravia (niſi duplici, e. c. *obliquæ projectionis*, & *gravitatis vi* urgeantur) caſu ſuo deſcribunt lineam perpendicularem. At de phænomeni hujus cauſa non convenit inter Philoſophos. Variæ ad hanc materiam recitantur variorum auctorum opiniones. Nobiliſſima, ac fere ubivis jam civitate donata eſt illa *Newtoni* cauſam gravitatis ab attractione repetentis ſententia.

*Schol.* Taceo *Peripateticos*, qui gravitatem, aut potius gravium deſcenſum a principio, neſcio quo, corporibus intrinſeco forte a *Sympbatia*, ſeu *inclinatione* aliqua, qua corpora verſus centrum terræ urgeantur, repetendam eſſe cenſuerunt.

Omitto *Gaſſendum*, ejusque ſectatores, e quorum ſententia terra non abſimilis eſt ingenti cuipiam magneti, e quo jugiter erumpant atomorum effluvia. Has porro atomos, catenarum vel annulorum inſtar ſibi copulatas, comminiſcuntur uncis ſuis trahere obvia corpora, & ad deſcenſum cogere. Geminas haſce ſententias vel innuiſſe, puto, refutaviſſe eſt.

*Carteſium*, & qui hoc duce militant, præterire nequeo. Volunt iſti gravitatem oriri ab impulſione fluidi cujuspiam ſubtiliſſimi terram undique ambientis, quod ipſum grave non ſit, ſed tamen cauſa gravitatis; atque in eo conſentiunt omnes. Circa vero fluidi illius naturam, & modum, quo gravitatem corporum operatur, non æque illis convenit. Dabo Carteſianorum dogma conceptis a Philoſopho quodam Gallo verbis, cujus nomen non reperio; ſic ille: *Carteſius iſtud conſtituit: vortex materiæ ſubtilis terram ambit, ad ingentem altitudinem ſupra terram aſſurgit. Volvitur vor-*

leculæ, ſive quo majus fuerit corporis moti pondus ſub certo aliquo volumine, hoc promptius ſuperabitur reſiſtentia medii; quare corpora diverſæ gravitatis *ſpecificæ* in motu conſtituta extra vacuum inæquali celeritate deſcendere debent.

VII. Sæpe corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ (& hinc diverſi quidem ponderis, ſed ejusdem voluminis) eadem ad ſenſum celeritate deſcendunt. Sic maſſa auri, & maſſa Mercurii paris voluminis ex eadem altitudine ſi demittentur, eadem ad ſenſum velocitate deſcendent; ergo promptior, ac facilior medii reſiſtentis ſuperatio nihil admodum confert ad inæqualitatem celeritatis in deſcenſu gravium. ℞. D. A. Corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ etiam extra vacuum eadem velocitate deſcendunt, ſi differentia ponderis ſit admodum magna N. A. Si non omnino *Subd.* eadem ſenſibiliter velocitate C. A. re ipſa etiam inſenſibiliter N. A. & C. m. Si ad reſiſtentiam medii *celerrime ſuperandam* requiritur certum, ac determinatum pondus quodpiam corporis deſcendentis, duoque corpora per idem medium ex eadem altitudine delabentia pondus illud attigerint, æquali celeritate deſcendunt; quamvis iſtorum alterum excedat in pondere ad reſiſtentiam medii *celerrime* ſuperandam requiſito; nihil enim exceſſus ille operabitur habita jam celeritate ſenſibiliter ſumma. Pono: 10. libris *celerrime* ſuperari reſiſtentiam aëris modico volumine reſiſtentis; ſi corpus aliud 15. libras appendens ex eadem altitudine delabetur, *celerius* medii ejusdem reſiſtentiam ſuperare non poterit; quare eadem velocitate delabetur, qua corpus 10. libras appendens. Similiter modicæ maſſæ ejusdem voluminis, & non multum diverſi ponderis æquali celeritate ferri poſſunt verſus terram, quamvis eorundem gravitas abſoluta non ſufficiat reſiſtentiæ medii celerrime ſuperandæ; tum, quod modicus ille exceſſus in gravitate abſoluta vix ſub ſenſus noſtros cadat, tum quod memorata diverſi-

ſitas ponderis aliter compenſari poteſt. Nempe: reſiſtentia ſive impeditio fluidorum e 4. capitibus profluit 1mo. A fluidi denſitate. 2do. Ab ejusdem tenacitate, & viſcoſitate. 3tio. A corporis incurrentis ſuperficie. 4to. Ab ejusdem velocitate. Atque poſtrema quidem illa impeditionis origo hoc loco recenſenda non eſt, cum de iſta lis ſit. Quid tamen, ſi corporis unius denſitas egregie compenſetur per alterius ſuperficiem inſigniter lævigatam? Sit globus ferreus, & ligneus. Ferreus ſuperficie aſpera; ligneus polita, & glabra. Immo ſi quæ etiam feſtucæ in ligneo prominebunt, facile per affrictum inflectentur. Poterit ergo compenſatio quædam haberi ſic, ut quanto plus aër impedierit ligneum, quam ferreum *ſpectata ratione ponderis*, tanto amplius impediat ferreum, quam ligneum *ſpectata ratione ſuperficiei aſperæ.* An non æqualis fiet reſiſtentia, ac impeditio fluidi?

Quanquam ingenue confitendum eſt, vix certi quidquam hac in materia conſtitui a nobis poſſe, cum auctorum diverſorum experimenta non ſatis conſentiant. Vulgatum eſt illud *Deſagulierii*: qui præſentibus *Newtono* aliisque litteratis ſane hominibus e turri Londinenſi *Divi Pauli* 272. pedes alta diverſæ gravitatis ſpecificæ corpora demiſit. Compertum eſt obſervationibus iteratis, quod corpora gravitati ſuæ relicta non deſcenderint eadem celeritate, neque immo eorum deſcenſus fiebat in ratione gravitatum ſpecificarum. Alii contra affirmant, globos diverſi utcunque ponderis ab eadem altitudine alibi demiſſos æque velociter in terram delatos fuiſſe.

VIII. Quo major celeritas, hoc major in eadem maſſa quantitas motus; quare corporum ex prægrandi aliqua altitudine delabentium admodum magna eſſe debet quantitas motus. Talem vero non experimur in nivibus, pluvia, grandine &c. quæ cum ex ipſa nubium

al-

altitudine in terræ ſuperficiem deferantur, nihilominus exigua motus quantitate, ſine damno, & noxa frugum deferuntur, quæ tamen ex perpetuo velocitatis incremento conſequi neceſſum foret. ℞. Suos accelerationi limites ponunt Philoſophorum nonnulli; alii poſt *ducentos*, poſt *trecentos* pedes alii motum non ultra accelerari exiſtimant. Sique motus acceleratio ſubinde deſinit, ajunt: nec ingens illa motus quantitas conſurget, neque metuenda illa damna creabuntur. ℞. II. Nix, pluvia, grando &c. ſine frugum noxa ad nos deferuntur, quia ſcilicet acceleratio, & major quantitas motus continuo impediatur per aëris reſiſtentiam, qui perpetuo aliquid de noviter accepto velocitatis incremento decerpit. Hinc D. A. nix, pluvia, grando &c. ingentia damna crearent, niſi quid legitimæ accelerationi motus obſtaret ſenſibiliter C. A. cum obſtet aër, & hoc magis obſtet, quo corpora delabentia propiora fiunt ſuperficiei terræ (nam quo propior eſt aër ſuperficiei terræ, hoc eſt denſior) N. A. & C. Iſta aëris reſiſtentia Divinam Creatoris Sapientiam inſigniter commendat. Neminem latere puto, quantum ad terræ fertilitatem commodet pluvia. Atqui vero ſublata aëris reſiſtentia adeo commodaret nihil, ut potius velociſſimo caſu ſuo peſſumdaret omnia, terramque producendis fructibus ineptam redderet. Quod de grandine additur, ejus quidem oppoſitum ſæpe mœſti, ac gementes intuiti ſumus.

# Parergon.

## De cauſa gravitatis.

§. 161. Lineam directionis gravium, quæ ad horizontem noſtrum, ſive ſuperficiem terræ libere deferuntur, perpendicularem eſſe,

phæ-

phænomenon eſt quotidianum, & vulgo notiſſimum; ſemper gravia (niſi duplici, e. c. *obliquæ projectionis*, & *gravitatis vi* urgeantur) caſu ſuo deſcribunt lineam perpendicularem. At de phænomeni hujus cauſa non convenit inter Philoſophos. Variæ ad hanc materiam recitantur variorum auctorum opiniones. Nobiliſſima, ac fere ubivis jam civitate donata eſt illa *Newtoni* cauſam gravitatis ab attractione repetentis ſententia.

*Schol.* Taceo *Peripateticos*, qui gravitatem, aut potius gravium deſcenſum a principio, neſcio quo, corporibus intrinſeco forte a *Sympbatia*, ſeu *inclinatione* aliqua, qua corpora verſus centrum terræ urgeantur, repetendam eſſe cenſuerunt.

Omitto *Gaſſendum*, ejusque ſectatores, e quorum ſententia terra non abſimilis eſt ingenti cuipiam magneti, e quo jugiter erumpant atomorum effluvia. Has porro atomos, catenarum vel annulorum inſtar ſibi copulatas, comminiſcuntur uncis ſuis trahere obvia corpora, & ad deſcenſum cogere. Geminas haſce ſententias vel innuiſſe, puto, refutaviſſe eſt.

*Carteſium*, & qui hoc duce militant, præterire nequeo. Volunt iſti gravitatem oriri ab impulſione fluidi cujuspiam ſubtiliſſimi terram undique ambientis, quod ipſum grave non ſit, ſed tamen cauſa gravitatis; atque in eo conſentiunt omnes. Circa vero fluidi illius naturam, & modum, quo gravitatem corporum operatur, non æque illis convenit. Dabo Carteſianorum dogma conceptis a Philoſopho quodam Gallo verbis, cujus nomen non reperio; ſic ille: *Carteſius iſtud conſtituit: vortex materiæ ſubtil. terram ambit, ad ingentem altitudinem ſupra terram aſſurgit. Volvitur vor-*

*tex ille ſphæricus, aut ſphærico proximus motu a D[...] impreſſo in circulis æquatori parallelis, & ad axem terræ perpendicularibus. Vorticem hunc concipies, ſi fingas in medio ſphæra vitreæ cavæ reponi glandem plumbeam, quæ terram referat; reliquam ſphæræ partem repleri aqua, quæ vorticem exhibeat; ſi enim globum vitreum in orbem agas, movebitur aqua in circulis æquatori glandis parallelis, & ad ejus axem perpendicularibus: hoc uno deficit comparatio, quod in dicta hypotheſi glans plumbea eadem velocitate angulari moveatur cum aqua; contra vero in ſyſtemate Carteſii materia ſubtilis etiam prope ſuperficiem terræ 17.es velocius movetur ab Occidente in Orientem, quam partes ipſius terræ. Hoc ſuppoſito inquit Carteſius: materiæ ſubtilis partes habent vim centrifugam longe maximam, qua nituntur recedere a centro ſui motus, ſeu circuli, quem deſcribunt; dum ergo partibus illis miſcentur corpora aliqua, quæ minorem habent vim centrifugam, v. g. corpora terreſtria, quæ in circum aguntur multo lentius, a materia illa ſubtili pelluntur, ac truduntur ad centrum, non ſecus, ac dum oleum, & aqua circulare coguntur in globo vitreo, oleum, quia minorem habet vim centrifugam, centrum petit, & ſuperiora globi relinquit partibus aquæ. Hoc inventum (* putat anonymus *) ingenioſum fuit, præſertim Carteſii temporibus, at minus verum.*

*Schol. II.* *Newtoni* ſententiam infra amplectar; ſed prius reminiſci placet diſcriminis, quod *gravitatem* inter, & *pondus* intercedit. Gravitatis nomine aliud nihil intelligo, quam velocitatem corporis deſcendentis, ſive corpus magnum ſit, ſeu parvum; nihil igitur ad gravitatem facit maſſa. Ponderis nomine venire debet velocitas corporis deſcendentis, ſed multiplicata per maſſam. Spectari autem ſolet *velocitas potentialis*, non actualis.

*Schol. III.* Adhuc aſſertionum aliquas præmittere habeo; tum, quod ſentio, expoſitum.

1. Cor-

I. *Corpora terreſtria omnia vi gravitatis feruntur ad centrum terræ, vel prope centrum*; nam feruntur vi gravitatis ſolius linea perpendiculari ad ſuperficiem terræ (quod obvia phænomena obſervantes advertimus). Eſt vero figura terræ ſphæroidica quidem, ſed tamen proxime ad ſphæricam accedens, ut alibi evincitur. Omnis linea perpendicularis ad ſuperficiem ſphæricam vel prope ſphæricam ſi continuata producatur, tranſit per centrum illius ſuperficiei, aut prope illud; ergo.

II. *Omnia corpora terreſtria*, (nullo dempto, non aëre, non igne) *gravia ſunt.* De aëre, & igne dicam locis propriis. De corporibus reliquis acturus, etiamque de iis, quæ vulgo leviſſima habentur, ad experientiam provoco. Enimvero quid vulgo levius fumo? ſed tamen ſi candela accenſa in recipiente machinæ pnevmaticæ conſtituatur, exhauſto aëre flamma reſtinguitur, & fumus, qui prius ſuperiorem recipientis partem occupaverat, ſubſidit in diſcum machinæ pnevmaticæ. Atqui phænomenon iſtud planiſſime commonſtrat fumi gravitatem; neque attolli fumum (ut attollitur plerumque extra vacuum) niſi ob majorem aëris gravitatem; ergo. In reliquis corporibus, quorum gravitas experimentis immediatis explorari nequit, ab analogia repetenda eſt probatio.

III. *Omnia corpora terreſtria in iiſdem terræ locis, aut in eadem a centro diſtantia, æquali velocitate feruntur verſus centrum terræ* (ſublata reſiſtentia aëris); *proindeque omnia æqualiter gravia ſunt.* Veritas hæc manifeſta fit ope cylindri vitrei aëre evacuati, in quo nummus aureus & plumula eadem ad ſenſum velocitate deſcendunt.

IV. *Corporum eorundem gravitas eadem non eſt in diverſis terræ locis; variatur pro varietate locorum.* Poſitionem hanc aliter efferam, ſi quid poli ſint, quid

æqua-

*æquator*, quid *axis terræ* &c. breviter inſinuabo: *axis terræ* dicitur linea immobilis, circa quam terra gyrat, ac revolvitur. *Poli terræ* dicuntur gemina illa puncta ſuperficiei terreſtris, quæ ſunt in extremitate memorati axis terræ. *Æquator terræ* nuncupatur circulus in terra deſcriptus, cujus omnia peripheriæ puncta a polis diſtant 90. gradibus. Finge punctum ſuperficiei terreſtris æqualiter a polo utroque diſtans, & rotatione diurna abreptum dum in ſe redeat (redit autem lapſis horis 23, 56′, 4″); deſcribet peripheriam circuli qui æquator terræ nominatur. His poſitis ſic veritatem priorem effero.

*Corpora magis gravia ſunt ſub polis terræ; minuitur gravitas, prout a polis receditur ad æquatorem; minima omnium eſt gravitas ſub æquatore.* Id expertus eſt Richerus in Inſula *Cayenna* ſub latitudine Auſtrali quinque circiter graduum, h. e. fere ſub æquatore ſita. Advertit ille pendulum idem, quod *Pariſiis* ſecum devexerat, lentius oſcillare, quam Pariſiis, duobus fere minutis, & 24″. *Maupertuiſium* recitat *P. Mako*, qui ope inſtrumenti a celeberrimo Grahamo eum in finem peculiari artificio elaborati notavit *Pelli* in *Laponia* ſub latitudine 66°, & 48′, tempore unius revolutionis fixarum, oſcillationes 86453. Pariſiis autem, ubi latitudo eſt 48°, 50′ oſcillationes 86395, ſeu 58. pauciores; locus autem obſervationibus faciendis aptatus ſic utroque attemperabatur, ut idem omnino eſſet caloris gradus, quod thermometri ope diligenter exploratum eſt.

Idem iſtud notarunt Academici Galli *a Ludovico XV.* temporibus proxime lapſis miſſi, ut gradus terreſtris menſuram *prope æquatorem* explorent ubi pendulum lentius oſcillaviſſe compertum eſt; ex oppoſito, qui *ad plagam ſeptentrionalem* abierunt, gradum terreſtrem polo, quam fieri poſſet, viciniſſimum examinaturi, deprehenderunt idem pendulum ſub circulo polari oſcillare celerius, quam *Pariſiis*. Dicta oſcillatio-

num

num varietas pendet a varia velocitate, qua pendula verſus centrum terræ feruntur. Quare minor eſt velocitas *Cayennæ*, quam *Pariſiis*; minor *Pariſiis*, quam *Pelli*, minor *ſub Æquatore*, quam *ſub circulo polari*. Velocitas, qua corpora feruntur verſus centrum, *gravitas* eſt (*Schol. præc.*); gravitas ergo minima eſt ſub Æquatore; fitque ſemper eo major, quo corpus magis recedit ab Æquatore ad polos; hinc ſi idem omnino corpus de loco alio in alium transferetur, gravitatem diverſam obtinere poteſt. Jam gravitas augebitur, ſi corpus vicinius fiet polo terræ; jam minuetur, ſi remotius; eſt enim terra ad polos complanata, ad Æquatorem protuberans; quare minus diſtat grave a centro terræ ſub polis: magis ſub Æquatore.

His quidem obſervationibus nititur aſſertio; ſed obſervationum, & experimentorum ratio danda eſt. Sic exiſtimo: *Omnes ſuperficiei terreſtris partes circa axem terræ revolutæ habent vires centrifugas; aliæ majores, minores aliæ*, prout ad Æquatorem propius acceſſerint, aut ab eo longius receſſerint; *omnium maximas habent corpora ſub Æquatore poſita.* Aſſertionis hujus veritatem, & ſenſum uberius exponam ad motum in lineis curvis; interea notaſſe ſufficiat: terram ſingulis diebus circa axem ſuum converti, ac proinde ſingulas ſuperficiei terreſtris partes (ſi gemina ejus puncta, *polos* inquam ſi excipias) quot diebus circulum deſcribere; atqui corpus omne circulum deſcribens gaudet viribus centrifugis a motu tangentiali ortis, ut ex infra dicendis patebit; ergo. Vis illa centrifuga conſiderari poteſt ut contraria gravitati, & velut de ea aliquid decerpens; hinc quo major eſt vis centrifuga, hoc amplius detrahere videtur de gravitate. Quantitas autem vis centrifugæ pendet (cæteris paribus) a velocitate gyrationis; atqui major eſt velocitas gyrationis *ad Æquatorem*, quam *prope polos* (eodem enim tempore majora ſpatia, id eſt majores circulos conficiunt corpora *ad Æquatorem* poſita, quam *ad polos*;

los; ubi vero $T = t$, habetur $Ct\,c = St\,t$ §. 91. Schol. IV.) proinde majorem eſſe oportet vim centrifugam *ſub Æquatore*, quam *prope polos*. Hæc una eſt phænomeni ratio, ex qua eadem deduci ſolet terram non exacte ſphæricam eſſe, ſed ſphæroidicam, ad polos ſcilicet complanatam, ſub Æquatore protuberantem.

Jam quæritur: quomodo corpora ſub Æquatore poſita adhuc in terram recidant, cum tamen eorundem vis centrifuga propter maximam rotationis celeritatem eſſe debeat longe maxima? ℞. quia gravitas corporum abunde ſufficit ad vim illam ubique coercendam, quamvis eam coercere nequit ſine aliqua, & vi centrifugæ proportionata ſui diminutione; eſt nempe (teſte *Boskovichio*) vis centrifuga ſub Æquatore ad vim gravitatis, ut 1 : ad 289. Quod ne dixiſſe ſolum videatur, ſic commonſtrat: Sit in figura 28. arcus $Bb$ is, qui uno ſecundo horario percurritur ſub Æquatore, qui eſt ſecundorum 15. Erit $CB$ (ſemidiameter Æquatoris, quæ ex *Bouguerio* eſt pedum Pariſienſium 19681173) ad $Db$, ut radius 1000000000000 ad ſinum verſum ſecundorum 15, quæ uno ſecundo temporis percurruntur, ſive ad 2644; unde proveniunt lineæ $7.\frac{496}{1000}$. Eſt autem intervallum $be$ (quod obſervatur in gravibus libere deſcendentibus vi gravitatis uno ſecundo) pedum 15, lin. $7.\frac{42}{100}$; igitur erit vis centrifuga ad vim gravitatis ut 1 : ad 289. Sic docet determinandam eſſe relationem vis centrifugæ ad vim gravitatis ſub Æquatore.

Interea tamen non negaverim fieri poſſe, ut, ſi major eſſet vis centrifuga ſub Æquatore, ſive, quod eodem recidit, ſi terra gyraret celerius, quam 23, 56, 4, corpora

pora ſub Æquatore non amplius eſſent gravia; poſſet enim eſſe celeritas revolutionis tanta, ut omnem ſub Æquatore gravitatem perimeret. Scrutemur, quantam eſſe oporteret velocitatem illam; facilius inde patebit, quanta pars gravitatis ſub Æquatore adimatur per revolutionem terræ diurnam circa axem ſuum.

Sit circulus *BLD* (fig. 29.) repræſentans Æquatorem terræ gyrantem ab Occidente in Orientem. Deſignet *LM* 15. pedes regios, quos corpus *L* decurrit uno ſecundo horario, dum verſus centrum terræ fertur per gravitatem vi centrifuga non imminutam. Ex puncto *M* erigatur perpendicularis *MB*, donec occurrat peripheriæ in *B*; tum ex *L* ducatur parallela *LA*; completoque parallelogrammo *MA* nemo non intelliget: a corpore *L* geminis viribus impulſo ſecundum directiones *LA*, & *LM* deſcribendam eſſe diagonalem *LB*, quo caſu etiamſi corpus *L* non quieſcat, tamen, cum a puncto *L* transfertur in *B*, neque ad centrum terræ accedit, nec ab eodem recedit; proindeque hoc caſu gravitas prope omnis adempta eſſe cenſetur per vim centrifugam ex gyratione ortam. Jam eo res tota recidit, ut valor diagonalis *LB* rite exploretur; hoc cognito ſimul velocitas innoteſcet, e qua naſci debeat tanta vis centrifuga, ut omnem ſub Æquatore gravitatem adimere videatur. Iſtud ope Geometriæ evinco:

△lum *LBD* rectangulum eſt; cum enim angulus omnis ad peripheriæ punctum aliquod terminatus, & ſemicirculo, ſive diametro inſiſtens rectus ſit, etiam angulus ad *B* rectus erit; ex cujus vertice ſi in hypothenuſam demittatur perpendicularis, dividet hæc datum △lum in duo alia, tam ſibi, quam toti ſimilia (utrumque per Geom.); quare △lum *LBD* ∽ △lo *LBM*, obtinebitque hæc proportio: $LD : LB = LB : LM$; proindeque $LB^2 = LD \times LM$; & $LB = \sqrt{LD}$

$LD \times LM$. Aſſumatur iterum ex *Bouguerio* $LD = 196817173$ ped. Pariſienſium; & $LM = 15$ ped; fiet $LB = \sqrt{196817173 \times 15} =$ fere 54334. Quare ſi celeritas rotationis tanta eſſet, ut corpus ſub Æquatore poſitum decurreret motu communi cum terra 54334. pedes, iſtud neque ad centrum terræ accederet, neque ab eo recederet, ſicque perempta haberetur omnis propemodum gravitas.

Adhuc videndum, quot pedes corpus ſub Æquatore hodie percurrat, motu ſcilicet communi vertiginis, & in ſyſtemate, quo terra circa axem ſuum converti dicitur intra 23. h., 56.′, 4.″ Sic arguo: aſſumta diametro reſpondere debet peripheria fere 618005923 ped. (quorum ratio prope eadem eſt ad diametrum, quæ 314 ad 100); ergo ſi corpus ſub Æquatore poſitum intra 23. h., 56′, 4″ = 86164″ decurrit 618005923 ped.; neceſſe eſt uno ſecundo horario decurrat 7172. ped., qui numerus prope ſepties minor eſt eo pedum numero, quos intra 1″. conficere deberet, ſi omnis corporum gravitas ſub Æquatore exſtinguenda eſſet; ergo ſi terra ſepties celerius circa axem ſuum converteretur, h. e ſi revolutionem ſuam intra horas tres, & viginti aliquot minuta abſolveret, jam omnis corporum gravitas ſublata eſſet; ſique velocius adhuc gyraret, jam partes Æquatoris terreni diſſiparentur.

V. *Corpora terreſtria in variis a centro terræ diſtantiis, ſed admodum magnis, variam habent gravitatem*, ſive: *æquali velocitate non feruntur verſus centrum terræ.* Poſitio hæc fluit ex priore; corpora enim minus gravia ſunt ſub Æquatore, quam ad polos; atqui cor-

corpora ad polos conſtituta ſunt centro terræ viciniora, ſub Æquatore ſunt ab eodem remotiora (ſuppono enim hoc loco: terram ad polos complanatam, ſub Æquatore protuberantem, quod alibi ex diverſis gradibus Meridiani manifeſte evincam); ergo.

Quanquam licet quieſcere ponatur terra, aut figuram exacte ſphæricam obtinere, adhuc illa gravitatum varietas locum habere poteſt. *Id ut appareat*, ſcribit P. *Makò*, *ſedulo advertendum eſt*, *circa Æquatorem terræ minus adeſſe materiæ*, *quam circa polos*, *idque duplici ex capite: Primum*, *quia ſub Æquatore propter calores perpetuos*, *quibus metalla ipſa non nihil diducuntur*, *omnia corpora rariora ſunt*, *quam ad polos*, *ubi continua hyems*, *&* *glacies cuncta adſtringit*, *&* *in arctum cogit. Deinde quia multo minor eſt denſitas marium*, *quam terræ*, *lapidum*, *metallorum*, *e quibus continens coagmentatur*; *pleræque autem obſervationes in America ſunt inſtitutæ*, *inque maritimis locis æquore vaſtiſſimo circumfuſis*, *cujus* *&* *explicatio magna eſt*, *&* *profunditas ingens. Eſt præterea non parum veriſimile*, *cavernas illic ineſſe ſubterraneas* *&* *crebras*, *&* *magnas*, *ut indicant frequentiſſimi terræ motus.* His poſitis ratiocinium ſuum conficit laudatus Auctor Inſtit. Phyſic. P. I. Sect. IV. c. II. §. 118. Schol., quod videatur, non tamen prius, quam recte intellectis attractionum, & gravitatum legibus, quas infra recitabo.

VI. *Varia corporum gravitas ita pendet a variatis diſtantiis*, *ut eadem ſequatur rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum a centro terræ*; i. e. ſi corpus *A* duplo magis diſtet a centro terræ, quam corpus *B*, erit gravitas corporis *A* ad illam corporis *B*, ut 1, ad 4. Nam gravitas, quæ corpora terreſtria urget verſus centrum terræ, eadem puto eſt cum vi centrali, quæ Lunam retinet in orbita ſua elliptica, in qua circum terram revolvitur: ellipſis autem deſcribi nequit, niſi ponatur vis centripeta ſequi rationem reciprocam

duplicatam diſtantiarum a foco; ergo. Minor abunde probabitur ex iis, quæ ad motum in lineis curvis dicam cap. ſequ.; Majoris veritas patere debet ex comparatione ſpatii, quod Luna conficeret uno *primo* horario verſus terram cadendo, ſi ſoli vi centripetæ relinqueretur, & alterius ſpatii, quod *eodem tempore* corpora terreſtria decurrunt cadendo verſus centrum terræ.

Luna igitur (quod paulo mox probatum dabo) ſi permitteretur actioni terræ, uno *primo* horario verſus terram cadendo percurreret 15. pedes; cum ex adverſo corpora terreſtria (quod experientiis bene multis compertum habemus) uno *ſecundo* verſus terram cadendo etiam decurrant pedes 15.; quare tempore *ſexagies* breviori totidem pedes conficiunt, quot Luna. Sed uno minuto *primo* quot tandem conficient? Ajo 54000; nam corpora in centrum ſuum delabentia *vi gravitatis* delabuntur; eſt vero gravitas *vis acceleratrix conſtans*, qua poſita creſcunt ſpatia totalia, ut quadrata temporum (ita nempe habet theoria *Galilei* expoſita §. 160.); ergo ſi corpora terreſtria uno *ſecundo* decurrunt pedes 15; 60. *ſecundis*, ſive uno *primo* 54000. ped. decurrent. Porro cum ſit eadem ratio 15. ad 54000, quæ 1. ad 3600, clariſſima conſecutione elicitur: *corpus in ſuperficie terræ, aut prope eam poſitum ter millies ſexcenties majus ſpatium conficere cadendo verſus centrum terræ, quam Luna confectura eſſet, ſi permitteretur vi ſolius gravitatis in terram; proinde gravitatem corporum terreſtrium eſſe ad gravitatem Lunæ, ut 3600. ad 1.* Atqui hæc eadem eſt ratio reciproca duplicata diſtantiarum a centro terræ; diſtat enim Luna a terra 90000. leucas; ſive, cum radius terreſtris adæquet 1500. leucas, erit diſtantia Lunæ, ſeu radius orbitæ Lunaris = 60 radiis terreſtribus; quare diſtantia corporis in ſuperficie terræ poſiti a centro terræ eſt ad diſtantiam Lunæ ab eodem centro, ut 1. ad 60; quorum quadrata ſunt 1. & 3600. Solicite notari merentur, quæ in hunc locum congeſſi. Sed

Sed enim, *oggeret nonnemo*: quis credat Lunam, ſi ſubito privaretur motu ſuo projectili, & permitteretur ſoli actioni vis centripetæ, uno minuto *primo* quindecim omnino pedes eſſe confecturam? Credet, ſpondeo, quisquis ad ſequentia animum advertet: Sit $LB$ arcus a Luna deſcriptus uno horario *primo* (fig. præc.) qui deſcribitur geminis viribus, altera *projectili* ſecundum tangentem $LA$, altera centrali ſecundum directionem $LM$; exprimit autem linea $LM$, per quantum ſpatium vis centralis tempore unius *primi* horarii deflectere faciat Lunam a tangente ſua percurrenda, ſi vis centralis abeſſet; ac proinde quantum Luna ſpatium decurreret cadendo verſus terram, ſi abeſſet vis projectilis. Atqui poteſt valor lineæ $LM$ cognoſci; cum enim △la $LBD$, & $LMB$ ſimilia ſint, ut ſupra monui, habebitur proportio $LD : LB = LB : LM$; quare $LM = \frac{LB^2}{LD}$. Quantitates $LB$, & $LD$ cognitæ ſunt; $LD$ quidem eſt diameter orbitæ Lunaris, atque adeo dupla radii; $LB$ arcus eſt a Luna uno *primo* horario deſcriptus, cujus valorem licet invenire arguendo: Luna intra $27^{d.}$, $7^{h.}$, 33. abſolvit totam peripheriam; uno *primo* minuto quantum arcum decurret? His, inquam, cognitis innoteſcet $LM$. Rem in numeris experiatur Tyro; comperiet $LM = 15$. ped.

Quemadmodum data diametro invenitur peripheria, docet Matheſis. Si tamen unus aliquis operationum Arithmeticarum impatiens eſſet, ſequente compendio uti poterit: ex recentiſſimis Gallorum obſervationibus in comperto habemus, circulum terræ maximum complecti 123249600. ped. Pariſ., qui numerus per 60 multiplicatus dabit peripheriam orbitæ Lunaris

paris; cujus radius cum *ſexagies* major ſit radio terreſtri, etiam peripheriam orbitæ Lunaris *ſexagies* majorem eſſe oportet peripheria circuli maximi terreſtris; ſemper enim $R : r = P : p$, ſive: 100 : 100 = 314. 314.

*Oggeritur denuo*: Effectus gravitatis Lunaris non omnino conſentiunt effectibus gravitatis terreſtris; hactenus enim in motus Lunaris & terreſtris inveſtigatione, ac contentione reperta non eſt exactiſſima ratio inverſa duplicatarum diſtantiarum; ergo vis illa, qua Luna verſus centrum terræ urgetur, non eadem eſt cum vi gravitatis corporum terreſtrium. ℞. non diffiteor, rationem illam ad ſummum Geometricæ æqualitatis rigorem haud exactam eſſe; in cauſſa eſt, quod Luna in orbita ſua non moveatur vi tota gravitatis in terram, ſed aliqua ſui parte multata per actionem Solis; tum quod neque circa centrum telluris moveatur, ſed circa commune utriusque gravitatis centrum, quod extra centrum terræ poſitum eſt. Addunt alii: quod Luna non feratur in orbita circulari, ſed elliptica, quamvis parum iſta abſit a circulari. *Hæc omnia*, ait Boskovichius, *debuiſſent diligenter conſiderare nonnulli, qui Neutonum carpunt idcirco, quod non penitus accuratiſſimam inveniant rationem quadrati diſtantiarum in effectu gravitatis terreſtris, & Lunaris.*

*Rurſum objicitur*: Obſervavit Cl. *Muſchenbrœkius*: gravitatis effectus terreſtres mutuo comparatos non ſatis exacte reſpondere rationi inverſæ duplicatæ diſtantiarum. Idem iſtud clamant plerique omnes Libri ad materiam de gravitate conſcripti; ergo. ℞. cum citato Auctore: *Hæc aberratio a lege inverſa quadratorum diſtantiæ potuit oriri tum a figura terræ ſphæroidæa, partim ab obſervationibus minus accuratis, partim quia radius terræ nondum ſatis bene determinatus eſt, aut quia maſſa terræ non eſt homogenea, ſed hinc inde*

*ſoli-*

*ſolidior, alibi propter multas magnasque cavitates levior, & poroſior, id probantibus crebris terræ motibus, qui noſtra ætate in univerſo terrarum orbe contigerunt.* *Neutonus* non abſimilem objectionem ſic diluit L. 3. princip. prop. 7ma: *Si quis objiciat, quod corpora omnia, quæ apud nos ſunt, hac lege gravitare deberent in ſe mutuo, cum tamen ejusmodi gravitas nunquam ſentiatur; reſpondeo, quod gravitas in hæc corpora, cum ſit ad gravitatem in terram totam, ut ſunt hæc corpora ad terram totam, longe minor eſt, quam quæ ſentiri poſſit.*

*Denique*: Si varia ſit corporum gravitas in variis a centro terræ diſtantiis, ſed admodum magnis, oportebit incrementum gravitatis verſus polos eſſe, ut quadratum ſinus latitudinis, quod demonſtratum dederunt *Neutonus*, *Boskovichius*, & ex iſtis alii; fallit conſequens; igitur & antecedens. ℞. 1mo. N. A. licet incrementum gravitatis verſus polos non foret in dicta ratione, adhuc tamen illa gravitatis varietas haberi poſſet. ℞. 2do. Demonſtratum id eſt ex hypotheſi, ſi terra ſit elliptois ad polos compreſſa, itemque ſi in iisdem a centro diſtantiis ſit homogenea C. ſine iſta hypotheſi N. Telluris figura nondum ſatis ad omnem amuſſim determinata eſt; ſed neque de tanta illa telluris homogeneitate quidquam certi habetur.

VII. *Corporum gravitas ad ſenſum eadem eſt in diſtantiis illis, in quibus vulgo experimenta capimus*; ſive: *conſtans, ac uniformis eſt gravitas corporum in diſtantiis minoribus.* Nam *minores* illæ diſtantiæ, utcunque variæ, evaneſcunt, ac propemodum nullæ ſunt, ſi cum radio terreſtri, qui 4000000 paſſuum complectitur (paſſus autem ſinguli continent pedes quinque) componantur. Finge gravitatis experimentum aliud fieri in parte ædificii infima, aliud in ſuprema, aliud in turri Londinenſi trecentos fere pedes alta; quantil-

lium hoc diſtantiarum diſcrimen, ſi cum radio terreſtri conferantur? Ad ſenſum nullum erit ; poterit proinde in *minoribus* diſtantiis eadem eſſe corporum gravitas ad ſenſum ; neque opus deinceps fuerit in attractionis legem de ratione reciproca duplicata diſtantiarum ſeveriore cenſura advertere.

Satis inde patet : priores geminas aſſertiones, Vtam, & VItam non ad diſtantias quascunque pertinere, ſed admodum magnas, non ad loca humiliora, ſed editiora ; hinc nulla comparet gravitatis diverſitas, ſeu in vallibus, ſive in montibus *noſtris* eandem experiare. Abi in montem *Pichinca* 750. hexapedas altum ; abi ad ripam fluminis *Amazonum* in vicum *Para*, tum in urbem *Quito* aſcende ; abi in vaſtiſſimum illum montem *Chimboraco* ; & oſcillationum, proindeque gravitatis varietatem procul omni dubio advertes.

VIII. *Corpora ejusdem voluminis, ſed non ejusdem denſitatis, ex eadem altitudine delabentia inæquali velocitate feruntur verſus terram in medio reſiſtente* ; cum enim facilius vincatur impeditio medii a maſſa denſiore, quam rariore, fieri plane debet, ut major ſit celeritas corporis denſioris, quam rarioris. *Pr. 2do* : Sit maſſa $A = 6$ ; maſſa $B = 3$ ; utriusque celeritas $= 4$. Erit quantitas motus in $A = 24$ ; in $B = 12$. Æqualibus maſſarum *A*, & *B* voluminibus reſpondere debet æqualis medii ejusdem reſiſtentia ; æqualis reſiſtentia æqualem motus portionem ab utraque maſſa decerpit. Ponam decerpi ut 6 ; habebitur reſidua motus quantitas in maſſa $A = 18$ ; in $B = 6$. Patet autem, per illam medii impeditionem de maſſis periiſſe omnino nihil ; periit ergo de celeritate ; ac proinde velocitas, ſuperata medii reſiſtentia, erit in $A = 3$, in $B = 2$ (nam $6 \times 3 = 18$, & $3 \times 2 = 6$) quæ celeritatum inæqualitas eſt pro ratione maſſarum ; major celeritas reſpondet majori maſſæ ; minori minor. Hæc ſæpius mentem reflecte.

Porro

Porro aſſidue in memoriam reducantur, quæ §. 160. *Schol. II. Oppoſit. VI. & VII.* dicta ſunt. Unum addo: ſi quæ experimenta adverſum hanc aſſertionem pugnare videantur, ea aut non accuratione maxima peracta eſſe, aut ſine exquiſito inſtrumentorum apparatu, quo temporis menſura exacte ineatur, aut denique maſſarum diſcrimen perexiguum fuiſſe. Cætera inter experimenta probatiſſimum habetur illud *Deſagulierii circa veſicam ſuillam* in formam ſphæræ cavæ exſiccatam, tum *circa ſphæram chartaceam*, & *vitream* inſtitutum, de quo vide cit. oppoſit.

Aſſertiones iſtas ceu præambulas totidem obſervationes adferre placuit. Jam ad exponendam *Newtoni* doctrinam aggredior. Revocabo autem ad geminas potiſſimum propoſitiones, quidquid ille in opere *Princip. Philoſ.* multis complexus eſt.

§. 162. *Newtoni* Poſitio Ima: *Quævis corpora totalia*, ſaltem in *planetario* mundi ſyſtemate, *prædita ſunt vi attractiva agente in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.* Intelligo autem attractionis nomine ſolam determinationem, quam habent corpora, ut ad ſe ſe accedant, vel tendant certa lege, quæcunque determinationis hujus cauſſa ſit. Prob. Pars I. *Quævis corpora totalia prædita ſunt vi attractiva.* Nam inter totalia habetur Sol, tum planetæ primarii, & ſecundarii. *Attrahit* autem *primum Sol omnia corpora planetaria*, quod ſic evinco: circa Solem, tanquam circa centrum ſuum gyrant omnia corpora planetaria; atqui omne corpus gyrans circa aliud ab illo attrahi, ſive *determinari debet ad acceſſum* (ſecus enim abibit *per Tangentem* curvæ, i. e. uni-

for-

formiter in directum); ergo omnia corpora planetaria ad acceſſum determinantur; a quo? niſi a Sole, circa quem gyrant; ergo. *Confirm. I.* Omne corpus gyrans circa aliud urgetur vi compoſita ex vi *projectili*, & *centripeta* (vide §. 169. *Schol. I.*); vis centripeta efficit, ut corpus, quod ſola vi projectili impulſum moveretur uniformiter in directum, eoque ipſo a centro ſuo recederet, ad illud accedat; ergo corpus gyrans determinatur ad acceſſum, h. e. attrahitur; nam attractionis nomine præciſe factum enuncio. *Confirm. II.* Planetæ circa Solem verrunt areas temporibus proportionales; quovis tempuſculo curſum verſus Solem inflectunt; majori celeritate feruntur, cum Soli ſunt viciniores, quam, cum ab eo remotiores (ut c. ſequ. dicam); ergo attrahuntur.

II. *Etiam planetæ primarii attrahunt ſecundarios*, quos iſtorum *Satellites* dicimus; nam & ipſi gyrant circa primarios; gyrat Luna circa terram, gyrant 4. ſatellites circa Jovem, 5. circa Saturnum. Immo: *Planetæ primarii etiam Solem attrahunt, tum ſe ſe mutuo.* Solem a planetis trahi demonſtrat III. Lex motus, ſive *principium actionis*, & *reactionis*. Planetas ſe ſe mutuo trahere evincunt notiſſimæ illæ perturbationes; certe *Jupiter*, dum *Saturno* fit, quam fieri poteſt, proximus, notabiliter ejusdem motum perturbat. Similiter motus *Veneris* attractione terræ nonnihil

turbatur, de quo hodie jam inter omnes Aſtronomos convenit. Idem de planetis omnibus affirmari, probarique poteſt argumento *ab analogia* petito. Sed neque analogiam iſthuc accerſere opus eſt; Res certiſſima fit ex eo, quod in omnibus planetis obſerventur *aberrationes* quæpiam a legibus *Kepleri*; unde fit, ut tabulæ Aſtronomicæ, poſteaquam tempore aliquo ſatis accurate cum obſervationibus conſenſerunt, ſubinde diſſentire incipiant, quæ aberrationes ſi non proveniunt ab actione mutua (licet illa permodica ſit relate ad Solem), unde proveniant, neſcio.

III. *Denique & planetæ ſecundarii pollent vi attractiva.* Sic Luna maribus noſtris imminente aquæ attractæ verſus illam aſſurgunt; ſique Luna perigæa ſit, bene altius elevantur, adaucta nimirum ob imminutam diſtantiam Lunari attractione; hinc fluxus, & refluxus maris potentior. Quod *de Luna*, idem de ſatellitibus *Jovis*, ac *Saturni* propter analogiam eſt ſtatuendum, quamvis eorundem attractionis effectus ob nimiam remotionem a terra experiri nequeamus.

Prob. Pars II. *Vis illa attractiva corporum totalium agit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.* Planetæ circa Solem feruntur in orbibus ellipticis; atqui ellipſes deſcribi nequeunt, niſi vis centralis, proindeque attractio

cor-

corporis in centro motus poſiti agat in ratione inverſa quadrati diſtantiarum; ergo Minor capite mox ſequente demonſtrabitur. II. Celeritates corporum cœleſtium circa Solem gyrantium ſunt in ratione inverſa radicum ſuarum diſtantiarum a Sole, ut *Kepplerus* detexit. Eorundem tempora periodica ſunt ut radices quadratæ cubicarum diſtantiarum a Sole; atqui nihil iſtorum haberi poteſt ſine memorata attractionis lege (*vide cit. cap.*); ergo. III. Spatium, per quod Luna

intra 1″ deprimitur verſus tellurem, eſt ad ſpatium, quod gravia terreſtria libero lapſu intra idem tempus conficiunt, *ut quadratum unius ſemi-diametri terreſtris* (quæ eſt diſtantia corporum terreſtrium a centro telluris) *ad quadratum* 60 *ſemi-diametrorum terreſtrium* (quæ eſt diſtantia Lunæ ab eodem centro terræ); ergo.

*Coroll. I.* Iisdem rationibus conficitur: *Cometas*, qui ſunt e genere planetarum, *vi attractiva præditos eſſe, eaque agente in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.*

*Coroll. II. Datur ergo* in ſyſtemate planetario *mutua aſtrorum gravitas*, tam Soli, quam Planetis, Cometisque omnibus communis, quam alii *gravitatem univerſalem*, aut *generalem* appellant.

*Schol. I.* Poſitio hæc rite demonſtrata *Newtonio* ſufficit ad explicanda omnia Cœli phænomena, & phænomenorum circumſtantias. Inde repetuntur om-

nes

nes motus cœleſtes; inde ratio deſumitur, cur planetæ ferantur in orbibus ellipticis, cur in varie excentricis, cur lentiſſime fiat progreſſio apheliorum, unde Lunæ irregularitates, præceſſio Æquinoctiorum, fluxus & refluxus maris &c., de quibus alibi.

*Schol. II.* Dixi: *ſaltem in planetario mundi ſyſtemate*; nam ſecundum *Boskovichii* theoriam gravitas tantum in diſtantiis majoribus, e. g. planetarum, & Cometarum ſequitur rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum, a qua *in minimis diſtantiis* plurimum recedit; quid ni igitur etiam *in maximis fixarum diſtantiis* ab ea recedere poſſit? cur non alicubi *etiam in repulſionem* mutari poſſit *attractio*? cur dici nequeat ſtellas fixas poſitas eſſe in limitibus cohæſionum, ac proinde collocationes mutuas validiſſime tueri?

§. 163. *Neutoni* Poſitio II. In præſente mundi ſyſtemate *omne corpus, etiam partiale, attrahit corpus quodlibet viribus maſſæ ſuæ proportionalibus*; ſive: ſi moles corporis attrahentis fuerit major, vel minor: etiam attractio ejusdem in eadem ratione erit major, vel minor (*cæteris paribus*). Prob. Pars I. *Omne corpus, etiam partiale, attrahit quodvis aliud.* Primum *totalia* trahunt ſua *partialia*; quod niſi fiat, globoſa eorum forma inter inteſtinos, eosque vehementiſſimos partium motus conſtare non poterit. Certe niſi omnes particulæ terreſtres in centrum terræ niterentur, inque eam reciderent, terraqueus ille noſter magna ſui parte jam in auras dilapſus fuiſſet. Pro cæteris corporibus totalibus militat analogia, qua ſola duce multa tribuere cogimur, quæ

expe-

experiri non licet. *Neutonium* ſequimur, cui ad veritatem inveſtigandam tria erant efficaciſſima ſane præſidia: *Experientia*, *Analogia*, & *Matheſis*. Deficientibus aliis obtinet *Analogia*, qua, ceu *Ariadnæ* filo ducti, nosmet errandi periculo expedimus, veritatemque feliciter aſſequimur. *Quis enim dubitat* (recito *Coteſii* verba in præfat. ad 2dam *Neutoni* edit.) *ſi attractio terræ ad omnia corporum genera, & ad omnes diſtantias propagetur in Europa, quidni pariter propagari dicamus in America? In hac regula fundatur omnis Philoſophia, quippe qua ſublata nihil adfirmare poſſumus de univerſo. Conſtitutio rerum ſingularum innoteſcit per obſervationes, & experimenta; inde vero non niſi per hanc regulam de rerum univerſarum natura judicamus.*

II. *Quævis totalia trahunt etiam particularia corporis alterius.* Sic Luna, & Sol faciunt terreſtres aquas marinas aſſurgere.

III. *Partialia cujusque corporis ſe ſe mutuo attrahunt.* Probationem dedi §§. 13. & 14. Veritatem hanc eandem luculenter evincunt phænomena *cohærentiæ*, *elaſticitatis*, *fermentationum*, *ſolutionum Chemicarum*, *tuborum capillarium* &c., a quibus per analogiam arguere licebit *mutuam* partialium omnium *gravitatem*.

*Coroll. I.* Corporibus nulla vis tribui poteſt, niſi quæ ex punctis materiam conſtituentibus dimanet

(per

( per Metaphyſ. ) ; proinde ſi corpus quodvis trahit quodlibet, punctis elementaribus vis attractiva tribui debet. Idem obtinet in moleculis, e quibus corpora coaleſcunt. Cogita moleculas quasvis minutiſſimas ; ſingulæ trahunt, & trahuntur. *Actio gravitatis* ( inquit alicubi *Mac-Laurin* ) *in corpora ex eo provenit, quam in ſingulas eorum partes exerit ; neque aliud eſt, quam omnium harum actionum collectio, ut proinde gravitatio corporum deſumenda ſit a gravitatione mutua partium. Gravitas corporis cujuspiam in terram ex partium ejus gravitatione naſcitur ; vis, qua mons tellurem premit, pendet ex niſu ejus partium verſus tellurem ; hemiſphærii Borealis gravitatio in Auſtrale colligitur e corporum, quibus conſtat, omnium actionibus adverſus illud ; & ſi terram in portiones duas inæquales ſectam cogitemus, gravitas majoris in minorem oritur e ſingularum illius partium viribus in partes ſingulas hujus conjunctim agentibus. Pari ratione ſi totius telluris, dempta unica particula, actionem in hanc ipſam particulam ſpectemus, ea conſtituitur e reliquarum omnium gravitatione in ſeparatam illam moleculam. Quare quævis pars hujus globi in omnes, & ſingulas alias partes gravitat ; & eodem argumento quælibet pars totius Solaris hujus Syſtematis gravitare dicenda eſt in omnes reliquas, e quibus immenſa hæc rerum compages exſurgit.*

*Coroll. II. Datur* itaque *mutua omnium materiæ punctorum attractio* , quam *Newtoni* vocabulo paſſim *gravitatem generalem* appellamus. Singula corpora, corporumque elementa trahunt ; & trahuntur. Singula gravitant in ſingula.

Prob. Pars II. *Omne corpus attrahit corpus quodlibet viribus ſuæ attrahentis maſſæ proportionalibus.* Nam ſingula corpora trahunt ( *per par-*

 *tem*

*tem I.*); ergo & ſingulæ moleculæ, & ſingula puncta materiam conſtituentia; proinde quo major fuerit molecularum, aut punctorum numerus, hoc major erit attractio. Sic vero corpus quodlibet attrahit viribus maſſæ ſuæ proportionalibus (*maſſa* enim dicitur *numerus punctorum corpus aliquod conſtituentium* §. 57. Schol. 1.) ergo. *Confirm.* Annotarunt *Academici Pariſienſes*: pendulum lentius oſcillare in ſummitate montium *Peruvienſium*, quam in eorundem pede; non tamen retardari *exacte pro quadrato aucta diſtantiæ a centro terræ*, quantumvis certum habeamus (exemplo Lunæ §. 161. *Aſſert.* VI) gravitatem verſus centrum terræ ad hanc legem imminui debere. Phænomeni rationem aliam non reperio, niſi quod pendulum, elevatum ad altitudinem *montis* cujuspiam *excelſi*, retardaretur equidem proportionate ad quadratum auctæ diſtantiæ, *ſi nulla eſſet attractio montis infra pendulum ſiti*; proinde cum in dicta ratione non retardetur, cenſendum eſt montem ſuppoſitum trahere ſenſibiliter. Nempe: ſi montem demas, attractio reliquæ terræ imminuitur quidem pro lege quadrati auctæ diſtantiæ, ſimul tamen augetur *parumper* ob attractionem amicam ſuppoſiti montis contigui; hinc vero quia non tantum eſt augmentum attractionis propter ſubjectum montem, quanta eſt diminutio ob auctam diſtantiam, retardatur motus penduli, ſed minus, quam pro ratione exacta quadrati diſtantiæ. Conclude.

*Coroll. III.* Recte ſtatuunt hodierni Philoſophi: *attractionem corporis cujuslibet oriri, ac reſultare ex omnibus attractionibus ſpecialibus omnium particularum corpus conſtituentium;* ac proinde ſi numerus particularum attrahentium ſit major, vel minor, itidem attractionem eſſe majorem, vel minorem ſervata proportione ad numerum particularum. Huc fere recidit omnis theoria gravitatis terreſtris; ideo enim juxta *Newtonum* corpora terreſtria gravia ſunt, quia a terra *integra* attrahuntur ad centrum; ideo *ab integra* trahuntur ad centrum, quia *ſingulæ terreſtres particulæ*, nulla excepta, trahunt viribus, quæ ſunt *directe* ut numerus particularum attrahentium, & *inverſe* ut quadratum diſtantiæ (ſaltem majoris). Ex attractionibus illis ſpecialibus oritur, ac reſultat attractio totalis corporum terreſtrium verſus centrum terræ.

*Schol. I.* At quærere libet: *quæ cauſſa attractionum ſpecialium, quas ſingulæ, & minutiſſimæ corporis e. c. terræ partes exercent?* ℞. id nullibi explicatum dedit *Newtonus.* Dici tamen, nec incongrue dici poteſt: harum attractionum cauſſam *occaſionalem* eſſe *ſolam coexiſtentiam* corporum; cauſſam *efficientem* ipſum *DEum.* Nempe: ſi quæratur ex me, quare alia materiæ particula trahat aliam? dicam: rei iſtius, ſive motus in attracta materiæ particula cauſſam *efficientem* eſſe DEum, ad quem in omnibus mundi hujus motibus ultimatim confugiendum eſt; cauſſam *occaſionalem* eſſe particularum coexiſtentiam, quia voluit DEus, ut particulæ ſibi mutuo præſentes mutuo ſe ſe trahant in ratione directa maſſarum, & reciproca duplicata diſtantiarum.

Sic reſpondendo nihil quidquam abſurdi admittitur, quod criminari ſolent *Carteſiani*, aut *Peripatetici*; tam enim *coexiſtentia*, quam *contactus*, ſive *impactus* Deo eſſe poteſt *cauſſa occaſionalis motus*; atqui conta-

ctus Deo eſt cauſſa occaſionalis motus in colliſionibus; ergo & coexiſtentia eſſe poteſt. Cur, amabo, corpus quieſcens poſt ſui percuſſionem motum concipit? nimirum in inſtanti percuſſionis corpora ſe ſe mutuo tangunt, quo contactu poſito vult DEus corpus antea quieſcens moveri, immo ipſa motum efficit; ita *Carteſius*, & *Malebranch.* quæ reſponſio ſi nihil abſurditatis continet, neque continebit noſtra illa: coexiſtentiam corporum eſſe Deo cauſſam occaſionalem producendi in utroque corpore tendentiam, aut motum verſus ſe invicem. Accedit, quod hac cauſſæ occaſionalis conſtitutione nihil omnino adſtruitur, quod non phænomenis abunde ſit evictum. *Peripateticos* nihil metuo; bona etiam fide profiteor: facilius mihi perſuaſerim motus omnes immediate a Deo effici, quam ab occulta aliqua, & innominata qualitate Peripatetica, quæ nunquam extitit, nunquam exiſtet, neque exiſtere unquam poteſt. Si pœnitere debeat *Newtoni*, & *Boskovichii*, malim *Carteſianus* fieri, quam *Peripateticus*.

Si ultra quæratur: *cur voluit DEus ad corporum coexiſtentiam alligare mutuam corporum attractionem? cur totam mundi præſentis harmoniam hac lege abſolvit?* R. *mihi nunquam placuit* (recito *Boskovichium*) *nec ſane placebit unquam in inveſtigatione naturæ cauſſarum finalium uſus, quas tantummodo ad meditationem quandam, contemplationemque uſui eſſe arbitror, ubi leges naturæ aliunde innotuerint. Nam nec perfectiones omnes innoteſcere nobis poſſunt, qui intimas rerum naturas nequaquam inſpicimus; ſed externas tantummodo proprietates quaſdam agnoſcimus; & fines omnes (quos naturæ Author potuit ſibi proponere, ac propoſuit, dum mundum conderet) videre, & noſſe omnino non poſſumus.*

*Schol. II. Audio nonnullos* (ſcripſit *Coteſius* loco cit.) *hanc improbare concluſionem, & de occultis qualitatibus neſcio quid muſſitare. Gravitatem ſcilicet*, cum-

que

que ea attractionem, *occultum eſſe quid perpetuo argutari ſolent; occultas vero cauſſas procul eſſe ablegandas a Philoſophia. His autem facile reſpondetur: occultas eſſe cauſſas non illas quidem, quarum exiſtentia per obſervationes clariſſime demonſtratur, ſed has ſolum, quarum occulta eſt, & ficta exiſtentia, nondum vero comprobata. Gravitas ergo non erit occulta cauſſa motuum cœleſtium, ſiquidem ex Phænomenis oſtenſum eſt, hanc virtutem revera exiſtere;* quare attractionis nomine qualitatem Peripateticam non inducimus. Malum iſtud peſſimum avertant boni Superi!

Neque eodem nomine *hamos* intelligimus, aut *uncos*; nugæ ſunt a *Gaſſendo* excogitatæ, ut gravitatem corporum *terreſtrium* explicaret. Non *ſpiritus* quoſpiam, aut *effluvia* comminiſcimur; ſunt *Keppleri* ſomnia. Nam quis rationis uſu pollens in animum inducat fieri, ut tenuiſſimæ moleculæ, & admodum exiles hami prægrandes moles in terram cogant, ſecumque abripiant? unde illis tanta vis, & efficacitas? quid eſt, quod impactu ſuo corpora non ſurſum impellant? cur denique hami ipſi, & unci in terram reverti coguntur? Alia de hamis, & uncis vide §. 16. Schol. III. Oppoſit. III.

Sed neque attractionem *cum virtute quadam magnetica* confundimus. Attractio eſt proprietas corporum univerſalis: magnetiſmus non item; attractio tolli nequit, vel mutari: langueſcit, ſæpe immo tollitur vis magnetica; attractio ſequitur rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum, ſeque exporrigit ad diſtantias planetarum: nihil magnetiſmus.

Verum quid tandem eſt attractio? Eſt determinatio ad acceſſum alias expoſita, quæ *quod ſit*, ſcio; *quid ſit*, aut in quo ſita ſit, neſcio; neque iſtud ſcire mea intereſt: ſive enim ſciam, ſive neſciam, eadem

ratione corporum gravium motus ſemper explanabo. Id ſcio ſolum: quod, ſicut *attrahere* dicitur, in quod aliud tendit, ſic *attrahi*, quod in aliud tendit; utrumque eſt *primigenia* quædam *materiæ proprietas*, ac proinde nihil eſt in materia, ex quo tanquam ex priori derivari poſſit.

*Schol.* III. Poſitio hæc altera confundenda non eſt cum prima. Prior attinet cumprimis ad corpora *totalia*, & ad explicanda *motuum cæleſtium* phænomena: poſterior ad *partialia*, & *ad cauſſam gravitatis corporum terreſtrium*. Sunt, qui theoriam *Newtoni* circa motus cæleſtes, & gravitatem corporum cæleſtium amplectuntur: rejiciunt circa gravitatem terreſtrium; primæque poſitioni veritatem ſuam adjudicant: non ſecundæ. Priore oſtenditur *attractionem eſſe in ratione reciproca duplicata diſtantiarum*: poſteriore *in ratione directa maſſarum attrahentium*. In prima nihil ad quantitatem attractionis conferre videtur maſſa attrahentis: confert in ſecunda. Pono enim (quod finxerunt *Gallorum* aliqui) quantitatem attractionis æſtimari *ſolum ex magnitudine vis reſidentis in centro*, aut vero *ex magnitudine motus, quam imprimat neſcio quæ materia inviſibilis ad centrum corporis viſibilis omnia propellens*; erit profecto utrumque iſtud a maſſa denſiore vel rariore corporis attrahentis omnino independens; quo caſu falſa erit *Newtoni* poſitio altera, qua contendit: *vim corporum attractivam eſſe proportionalem maſſæ, ſeu numero particularum attrahentium.* Pono, inquam, falſam eſſe poſitionem ſecundam; ſequetur inde: cauſſam gravitatis a *Newtono* conſtitutam non eſſe veram phænomeni cauſſam; at circa motus cæleſtes adhuc ſalva manebit omnis theoria *Newtoni.*

*Coroll.* IV. Prima poſitione evictum eſt: *attractionem corporibus omnibus communem agere in ratione reciproca duplicata diſtantiarum*; ſive; ſi attractionem, vel

vel gravitatem littera $V$ deſigno, & diſtantiam lit. $D$, eſſe $V = \frac{1}{DD}$. Altera probatum fuit: *vim attractivam eſſe proportionatam maſſæ attrahenti*; quare ſi attractiones corporum nec æqualiter a corpore attrahendo diſtantium, nec eadem maſſa præditorum invicem conferentur: tam maſſarum, quam diſtantiarum rationem haberi oportebit. Breviter (ſi maſſa attrahentis dicetur $M$) erit $V = \frac{M}{DD}$, proinde $V : v = \frac{M}{DD} : \frac{m}{dd}$ h. e. *vires attractivæ erunt in ratione directa maſſarum attrahentium, & reciproca duplicata diſtantiarum.*

Sequitur Imo. Si $M = m$; habebitur $V = \frac{1}{DD}$; quocirca $V : v = \frac{1}{DD} : \frac{1}{dd}$; i. e. *vires illæ erunt in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.*

IIdo. Si $D = d$, fiet $V = M$; igitur $V : v = M : m$, ſive: *vires attractivæ erunt in ratione directa maſſarum attrahentium.*

*Schol. IV.* Attractionis effectus eſt *gravitas*: nullum enim corpus grave eſſet, niſi attraheretur ab eo, in quod gravitat. Hic vero ſolicite diſcernendum eſt *attractionem* inter, & *gravitatem* (ſive ut alii vocant, attractionem inter *activam*, & *paſſivam*). Prior reſidet in maſſa *attrahente*, in quam tendit alia: poſterior in maſſa *attracta*, quæ tendit in aliam. Si *attractiones* mutuæ duarum maſſarum $A$, & $B$ comparentur, erit vis attrahendi in $A$ ad vim attrahendi in $B$, ut maſſa $A$ ad $B$ (paribus diſtantiis); ſeu erit $V : v = M : m$ (deſigno autem per $V$ attractionem corporis

A, & per μ corporis B; ſicut per M intelligo maſſam corporis A, & per m corporis B: ). Si jam gravitates earundem maſſarum *mutuo in ſe ſe tendentium* conferentur, erit gravitas corporis A ad gravitatem corporis B, ſicut eſt maſſa corporis B ad maſſam corporis A; ſive (ſi dictis ut ſupra maſſis gravitas corporis A dicatur V, & alterius v) fiet $V : v = m : M$. Si denique eædem maſſæ *non quidem in ſe ſe mutuo gravitabunt, ſed ſingulæ in alias*, i. e. maſſa A in corpus M, maſſa B in μ, erit gravitas maſſæ A ad gravitatem maſſæ B, ſicut eſt corpus M ad μ; proinde $V : v = M : \mu$.

*Schol.* V. Solis Tyronibus ſcribo; idcirco tam dilucide, & forte ad moleſtiam uſque legentium aliorum ſcribo. Iſtorum uſui quæſita aliquot expediam.

Quæret primum Tyro, quid inter formulas ſupra adſcriptas deſignent illæ: $V = \frac{1}{DD}$, aut $V = M$.

℞. Signum æqualitatis non indicat æqualitatem quantitatum *abſolutarum*, ſed duntaxat *rationum*; utrimque enim mutatis quantitatibus abſolutis ſemper eaſdem rationes manere ſignificamus; hinc $V : v = \frac{1}{DD} : \frac{1}{dd}$; aut $V : v = M : m$.

Quæret II. quomodo in fractionibus mox adſcriptis (ſcripſi autem $V : v = \frac{1}{DD} : \frac{1}{dd}$) nullus habeatur unitatum, ſive numeratorum valor, ſed mero denominatorum? ℞. Quia per unitates illas ſignificatur adeſſe quantitatem aliquam conſtantem, cujus loco lib-

ra

væ rationis unitas ſubrogari poteſt, cum non mutentur rationes, ſi per eandem conſtantem dividantur. Sit e. c. $V : v = \frac{M}{DD} : \frac{m}{dd}$; ſitque *M* quantitas conſtans, h. e. $M = m$; ſecundæ rationis terminos dividendo per *M*, fiet $V : v = \frac{1}{DD} : \frac{1}{dd}$. Revoca algorithmorum leges.

Quæret III. Qui fiat, ut, ſi $V : v = \frac{M}{DD} : \frac{m}{dd}$, fractionum numeratores rationem directam, denominatores vero inverſam ſignificent? R. Quia ratio $\frac{M}{DD} : \frac{m}{dd}$ æquipollet iſti $Mdd : mDD$. Fac enim multiplica terminos rationis primæ per $DDdd$ (quod ſalva rationum æqualitate fieri poteſt *per axioma* 6. §. I.) obtinebis $Mdd : mDD$. Collige, quemadmodum perinde fuerit, ſive dicas e. c. *attractiones eſſe in ratione compoſita ex directa maſſarum, & reciproca duplicata diſtantiarum*, ſive: *eſſe in ratione maſſarum diviſarum per quadrata diſtantiarum a corporibus attractis.* Iſtud quia Phyſicis frequentiſſimum eſt, probe notatum velim.

Nec minus id, quod ſequitur: amant Phyſici quamcunque rationem inverſam fractionibus deſignare; e. c. dixi §. 91. Schol. IV. ſi $S = s$, erit $C : c = t : T$. Proportionem iſtam ſic aliter efferre licet: $C : c = \frac{1}{T} : \frac{1}{t}$. Ratio eſt, quia $\frac{1}{T} : \frac{1}{t} = t : T$. Iterum

 enim

cujus divide rationem ſecundam per factum ex denominatoribus, ſive per $Tt$; obtinebis $\frac{1}{T} : \frac{1}{t} = \frac{t}{Tt} : \frac{T}{Tt}$. Delendo quod in numeratore, & denominatore ineſt, fiet $\frac{1}{T} : \frac{1}{t} = \frac{1}{T} : \frac{1}{t}$; adſcripta ſcilicet unitate, quæ alias tacite ubivis intelligebatur.

§. 264. Poſita univerſali lege, quod quævis minima maſſæ puncta attrahantur pro ratione directa maſſarum attrahentium, & reciproca duplicata diſtantiarum, obtinere debent particulares aliæ leges, ut ſequuntur:

*LEX Ima. Si punctum extra ſphæram aliquam homogeneam poſitum a ſingulis ejusdem ſphæræ punctis trahatur in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, trahetur perinde a tota ſphæra, ac ſi traheretur in ratione reciproca duplicata ſolius diſtantiæ a centro ejusdem ſphæræ*; ſive: omnes ſphæræ homogeneæ partes eodem modo trahunt, ac ſi in centro ſphæræ collectæ eſſent, vel tanquam ſi tota vis promanaret ab unico puncto in centro ſphæræ conſtituto.

*Prob.* Finge totam ſphæram in centro ſuo condenſari; quantum partes hemiſphærii anterioris a puncto extra ſphæram poſito recedent, tantundem partes hemiſphærii alterius ad illud accedent; proinde quantum ex receſſu unius minuenda erat attractio ob auctam di-

diſtantiam, tantundem ex acceſſu alterius augenda eſt propter minutam diſtantiam. Sic vero æqua habetur utrinque compenſatio; igitur.

*Schol. I.* Hinc eſt, quod, cum e. c. lapis in terram recidit, diſtantia lapidis attracti repetenda non eſt a ſuperficie terræ, ſed ab ejuſdem centro; non enim ſola ſuperficies lapidem trahit; ſed terra tota, cujus attractio collecta eſſe concipitur in centro terræ.

*Schol. II.* Sphæra, cujus memini, *omnino homogenea* eſſe debet, vel certe *paribus a centro diſtantiis homogenea*, ſeu æque denſa. In fortuita punctorum diſtributione fere ad maſſarum homogeneitatem acceditur; quare quæ de ſphæris homogeneis dico, quam proxime applicari poſſunt telluri, Soli, Lunæ &c.; ſunt tamen phænomenorum aliqua, quæ ex homogeneitatis defectu naſci videntur.

*Schol. III.* Si quis Geometricam theorematis hujus demonſtrationem cupit, *Newtonum* adeat, qui ipſum hoc de ſuperficie ſphærica demonſtrat, quod ego probare contendo de ſphæra. Et ſane utrobique ſubeſt eadem ratio; poteſt enim ſphæra quævis concipi conſtare infinitis ſuperficiebus ſphæricis, concentricis, & homogeneis.

*Schol. IV.* Si duæ ſphæræ homogeneæ ponantur in ſe ſe mutuo gravitare, gravitabunt in ratione reciproca duplicata *centrorum*, cum utraque ſphæra concipi poſſit in centro condenſata.

§. 165. *LEX II. Si punctum locetur intra homogeneam craſſam ſphæricam vel ellipticam* (aut intra cavum orbem ſphæricum, aut ellipticum ter-

terminatum binis ſuperficiebus concentricis) *id punctum nullam ibi ſentiet vim gravitatis.* Prob. Quocunque loco ponatur punctum, ſemper vires oppoſitæ, hinc & illinc agentes ſe mutuo elident. Nam primo; ſit punctum conſtitutum in centro ſphæræ cujusdam *cavæ* (fig. 30.); in aperto eſt: ex omni parte æqualiter attrahendum; proinde viribus æqualibus, & oppoſitis mutuo ſe elidentibus in æquilibrio futurum eſſe. Sit jam extra centrum in loco P; dico: iterum vires oppoſitæ hinc & illinc agentes æquabuntur, ideoque ſe elident. *Neque obſtat*, quod punctum hoc loco conſtitutum ad unam partem accedat magis, quam ad alteram; quanto enim major eſt vis punctorum propiorum, quam remotiorum; tanto major eſt numerus remotiorum, quam propiorum; hinc quale virium incrementum haberi debet ex parte una ob minorem punctorum diſtantiam; tale prorſus haberi debet ex altera ob majorem punctorum numerum, & quantitatem.

*Schol.* Rem omnem ſic oſtendo: per punctum *P* agantur rectæ *AB*, *CD*, *minimos* arcus intercipientes, qui proinde pro ſubtenſis haberi poterunt. Conſurgent duo △la ſimilia; *APC*, & *DPB* (ſunt enim anguli ad verticem oppoſiti æquales; tum angulus *A* = *D*, cum ambo inſiſtant eidem arcui *CEB*) quare *AC* : *DB* = *CP* : *DP*. Jam ex eodem puncto *P* concipiantur duci innumeri radii ad ſegmenta minima *AC*, & *DB*; orientur mera ſolida ſimilia, h. e. pyramides, aut conuli cuſpidibus in *P* ſibi mutuo obverſi, atque adeo baſim habentes tum in ſegmento *AC*, tum in oppoſito *DB*; corporum autem ſimilium ba-

ſes

ſes ſunt ut quadrata quorumvis laterum homologorum (*per Stereom.*); ergo ſi *APC*, *DPB* deſignent conoïdes illos, aut pyramides, erit $AC : DB = CP^2 : BP^2$; conſequenter $AC \times BP^2 = DB \times CP^2$; eſt enim factum mediorum, &c. Atqui vero baſes iſtæ hinc & illinc poſitæ deſignant maſſas, ſeu quantitatem materiæ ex utraque parte agentis; *CP* autem, & *BP* referunt diſtantias (nam ob arcus minimos $CP = Pi$, & $BP = Pb$); ergo ſi quantitas materiæ ex parte *AC* agentis dicatur *m*; & ex parte *DB* agentis *M*; itemque diſtantia *CP* vocetur *d*, *BP* autem *D*, erit $AC \times BP^2 = mDD$; & $DB \times CP^2 = Mdd$; vel inde $mDD = Mdd$, h. e. vis attractiva agens ex parte *AC* adæquat vim attractivam agentem ex parte *DB*, ſunt enim attractiones in ratione compoſita ex directa maſſarum attrahentium, & reciproca duplicata diſtantiarum. Corpus igitur in *P* locatum nullam vim gravitatis ſentire poteſt, æqualibus ſcilicet attractionibus, & e diametro oppoſitis ſe elidentibus.

§. 166. LEX III. *Si gemina puncta in geminis ſuperficiebus ſphæricis, & homogeneis locentur, ſingula in ſingulis* (e. c. punctum *A* in ſphæra ſolida *S*, & *a* in alia ſolida *s*, *fig.* 31.) *attractiones erunt in ratione directa radiorum*, qui referunt diſtantias cujusque puncti a centro ſphæræ ſuæ, ſive erit attractio in ſphæra *S* ad attractionem in *s*, ut *AS* ad *as*. *Dem.* Concipiamus vim attractivam ſingularum ſphærarum reſidere in centris ſuis (§. 164.), tum diſtantiam puncti *A* a centro ſuo vocemus $D = R$, & alterius puncti $d = r$. Cum *per alias dicta* omnis attractio $= \frac{M}{DD} = \frac{M}{RR}$, erit attractio ſphæræ *S* ad attractionem alterius *s*,

ſicut

ſicut ſphæra *S* diviſa per quadratum radii ſui ad alteram *s* iterum diviſam per quadratum radii ſui. Sunt autem non minus ſphæræ, quam aliæ quævis ſolida regularia in ratione triplicata dimenſionum homologarum (*per Stereom.*); proinde ſphæra $S = R^3$, & $s = r^3$; quo valore in aliis ſphæricis ſubſtituto fiet $V : u = \frac{RRR}{RR} : \frac{rrr}{rr} = R : r$. Significat autem *V* attractionem.

*Coroll. I.* Si punctum intra ſphæram ſolidam, & homogeneam conſtituatur, e. c. in *P* (*fig.* 32.) lex eadem obtinere debet; nam ſi intervallo *S P* deſcribetur ſphæra priori concentrica, punctum in *P* nullam vim gravitatis ſentiet, ex ratione ſcilicet ſphæræ anterioris cavæ (*ſ. præc.*); reſtat ergo, ut ſola interior ſphæra agat, cujus attractio eſt in ratione radii *S P* (*§. præſ.*).

*Coroll. II.* Quo propius punctum ad ſphæræ ſolidæ centrum acceſſerit, hoc minor eſſe debet ejusdem ſphæræ attractio, minuitur enim radius. Contra, quo magis ab eo receſſerit, hoc major erit vis attractiva. Punctum in ſuperficie ſphæræ ſolidæ poſitum maxime diſtat a centro; illic ergo attrahetur maxime.

*Coroll. III.* Etiam in conis, pyramidibus, ellipſoidibus, cæteriſque omnibus ſolidis ſimilibus attractiones ſunt in ratione directa quorumvis laterum homologorum ad ſimilia ſolida pertinentium; quæ enim ſphæris, eadem plane demonſtratio omnibus ſolidis ſimilibus accommodari poteſt. *Colliges*: etiam puncta in ſuperficiebus ellipſoidicis poſita gravitare in ratione directa diſtantiarum a centro.

*Schol. I.*

*Schol.* I. Theorematis hujus adjuncta omnia, ut ſic dicam, pellucida eſſe, ac intime perviderі debent, ſecus facile confundetur Tyro, ex eo cumprimis, quod alias dixi: *attractiones eſſe in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.* Sunt, repeto, vel ideo autem $V : v = R : r$.

*Schol.* II. Qui in cauſſa *gravitatis* multum, & aſſiduo verſati ſunt, ſequentes leges identidem præ oculis habendas eſſe monent: I. *Omnia corpora pollent vi attractiva*, quam in certis diſtantiis exerunt. Probatur *ab experientia*, & *analogia*. II. *Attractio corporum eſt mutua*; occaſionalis enim cauſſa attractionis dici poteſt coexiſtentia, quæ ſemper mutua eſt. III. *Velocitas, aut vis, qua corpus unum trahit aliud, cæteris paribus pendet a maſſa corporis attrahentis*, cui proportionata eſt; ſint enim corpora *A* & *B*, ſingula libræ unius; trahetur corpus *B* ab *A* (*per leg.* I.); corpori *A* addatur alia libra, etiam iſta trahet corpus *B*, cum ei coexiſtat; quare corpus *B* in dicta hypotheſi trahetur vi duplici; ſi aliam adhuc libram adjeceris ad *A*, trahetur *B* vi triplici, trahent enim libræ ſingulæ; ergo vis attractiva, & velocitas proportionata, eſt maſſæ attrahenti. IV. *Velocitas, aut vis, qua corpus unum trahitur ab alio, non pendet a maſſa corporis attracti.* I. e. corpus attractum eadem ſemper velocitate movebitur, ſive ſit majus, ſive minus; velocitas illa pendet unice a maſſa corporis attrahentis (*cæteris paribus*). Sint enim priora corpora *A* & *B*, ambo libram unam appendentia; trahetur iterum aliqua vi, & velocitate corpus *B* ab *A*; corpori attracto *B* addatur libra una, quæ cum coexiſtat corpori *A*, non minore vi, & velocitate trahetur ab *A*, quam antea corpus unius libræ; ergo velocitas ejus nec augebitur, nec minuetur ob adjectionem unius libræ; & ſic deinceps. Quare corpora omnia (*cæteris paribus*) eadem velocitate trahuntur, ſive ma-

jora ſint, ſeu minora. Lex iſta phænomenis eſt conſentanea; certe *Jupiter* eadem velocitate trahitur a ſole, qua *ſatellites ſui* maſſa longe minores. V. *Velocitas, aut vis, qua corpus unum trahit aliud, eſt in ratione reciproca duplicata diſtantiæ*; vis enim iſta eadem eſt cum vi, qua Luna trahitur verſus tellurem; atqui hæc eſt in ratione reciproca duplicata diſtantiæ a centro telluris; ergo & iſta. VI. *Diſtantiæ corporum ſe ſe attrahentium non a ſuperficiebus, ſed ab eorundem centris repetenda ſunt.* Sed de omnibus iſtis jam ſatis dixi ſupra, quæ tamen Tyronibus repetiviſſe non eſt rem inutilem egiſſe; ſic intelligent omnem theoriam gravitatis corporum ſive *cæleſtium*, ſive *terreſtrium* ab his potiſſime theorematis repetendam eſſe. His præmiſſis ſit

§. 167. *Gravitas proficiſci non poteſt ab impulſione materiæ alicujus fluidæ per univerſum diffuſæ* (quam *Carteſius materiam ſubtilem*, vel *ætheream* appellat), ſive illa circa globum terraqueum in circulum fluere, i. e. *in vorticem cogi* ponatur; ſive dicatur in lineis rectis ad terram jugiter manare, & corpora ſibi innatantia *rectilineo premere*; ſeu denique *motu* quodam *vibratorio* a DEO impreſſo, & *verſus terræ centrum velociſſime propagato* obvia quæque corpora in terram propellere fingatur.

*Adverſus partem primam militant ſequentia:* I. Vortices illi commentum ſunt, quorum exiſtentiam fuſius impugnabo *Parte II.* ad cauſſam motus aſtrorum. II. Si materiæ illius vorticoſæ exiſtentia ultro tribuatur, adhuc tamen cauſſa gravitatis eſſe nequit; quo enim pacto corpora in terram propellat? *Ajunt plerique*

*Car-*

*Carteſianis* fluidum hoc ob nativam ſuam ad motum aptitudinem, & ob immanem revolutionis ſuæ velocitatem (quæ 17es major eſt velocitate motus diurni telluris) concipit vim centrifugam adeo validam, ut corpora omnia ſibi admixta, quorum minor eſt vis centrifuga, minorque ad motum habilitas, & major inertia, infra ſe detrudat. *Contra*: Si tanta ſit materiæ ſubtilis velocitas *in ipſa ſuperficie terræ*, quomodo non corruunt ædificia? non radicitus evelluntur arbores? Cedunt iſta ventorum, turbinum, ac torrentium impetui: quomodo tam valide ſe tuentur adverſus velocitatem 17es majorem. Argumentum iſtud quam maxime urget *Carteſianos*, qui materiam ſubtilem cæteris omnibus terrenis corporibus denſiorem eſſe palam confitentur. II. Quomodo ſubtilis hæc materia dum in excelſa quæpiam corpora, e. c. *in montes* tanta velocitate impingit, non ſenſim illis motum ſuum communicat? quo poſito velocitatem terræ ab occaſu in ortum gyrantis ſingulis diebus augeri, brevique celeritatem materiæ ſubtilis adæquari neceſſe eſt; id vero ſi fiat, corporum terreſtrium vis centrifuga æquabit illam materiæ ſubtilis; non igitur ab ea detrudentur corpora in terram. III. Quomodo gravia omnia non ad axem terræ diriguntur, ſed ſenſibiliter ad centrum (fatentibus *Carteſianis*) cum tamen *a vortice ejuſmodi gravia haud ad telluris centrum, ſed ad axem ipſum dirigi neceſſe foret. Cum enim vortex ille in circulis ad*

*æquatorem parallelis flueret, corpora gravia ad eorundem circulorum centra (quæ per totum telluris axem porriguntur) detrudere deberet; neque alia, quam ea corpora, quæ ſub æquatore forent poſita, ad terræ centrum niterentur.* *Boskovich.* Oppoſitio iſta funditus evertit dogma *Carteſianorum*, quam ut rite intelligas, adjicio *figuram* 33. a ubi recta *MN* axem, circulus *AC* æquatorem, circuli *DF*, *GI* materiam ſubtilem in circulis æquatori parallelis fluentem deſignant.

*Adverſus partem II. & III. faciunt iſta: ex Carteſii ſententia* materia ſubtilis permeat omnia corpora; itemque *ex legibus fluidorum* æqualiter premit in omnem partem; proinde quantum ſuperior fluidi portio corpus ſibi innatans premit, tantum inferior (omnia pervadens) reprimit; quomodo jam corpus ope materiæ ſubtilis ſuperne prementis in terram detrudatur? II. Si materia iſthæc ſit gravitatis cauſſa, quo corpora terreſtria majorem huic fluido offerent ſuperficiem, hoc graviora eſſe oportebit (nam quo majorem habebunt ſuperficiem, hoc major erit numerus molecularum ætherearum contra ipſa impingentium, ideoque vis, qua ferentur verſus centrum terræ, erit proportionata ſuperficiei); atqui graviora non ſunt; certe experientia docemur plagulam chartæ nec in vacuo, nec aëre libero celerius in terram decidere, quam exile plumbi fruſtum in ſphæram formatum; ergo. III. Ex hypotheſi fluidi alicujus admodum elaſtici, ſed *oſcillantis*, quantum gra-

via

via terreſtria per ejusdem fluidi ſuperioris excurſus verſus terram propellentur; per alternos fluidi inferioris recurſus a terra repellentur (debent enim oſcillationes materiæ æthereæ æque fortes eſſe infra, ac ſupra corpus terreſtre, cum in elaſticis omnibus vis reſtitutionis æqualis ſit vi compreſſionis); nunquam ergo corpora in terram recident.

*Schol.* Dices I. In hypotheſi oſcillationum æthearum ut primum corpus ab æthere deorſum excurrente verſus terram impellitur, continuo vim concipit, momentoque ſuo vincit reſtitutionem ætheris inferioris; poterunt igitur corpora in terram delabi. R. N. A. Quantum enim virium corpori ad deſcenſum tribuitur per ætherem deorſum excurrentem, tantundem virium aufertur per ætherem inferiorem ſe ſe reſtituentem, cum in elaſticis vis reſtitutionis adæquet vim compreſſionis. II. Quid ſi nonnunquam in corpus grave prius agat æther inferior ſe reſtituens, quam ſuperior deorſum procurrens (quod fieri utique poteſt, cum totidem vibrationes haberi debeant ſurſum, quot deorſum)? an non corpus ſurſum potius movendum eſt, quam deorſum? *Dices II.* Undulationibus aquarum ſæpe corpora innatantia ad littus ejiciuntur; quid ni etiam oſcillationibus æthereis corpora detrudi poſſint in terram? R. N. C. Multum diſpar eſt ratio undulationum in aqua, & oſcillationum in æthere. Sit (*fig.* 34.) linea horizontalis *A B* deſignans aquam tranquillam. Incumbat aquæ ventus in *C*, ita ut ibi aqua deprimatur; neceſſe erit eandem attolli in *D*; hinc vero delabens rurſus cavitatem efficiet in *E*, eoque ipſo rurſum aqua aſſurget in *F* relapſura partim in *E* partim in *G*; & ſic deinceps alterni erunt aquarum aſcenſus, & deſcenſus, dum undæ propagentur in ipſum littus. Porro undarum

verſus littus abeuntium eſſe debet continuum decrementum ſive ex cohæſione ſive ex affrictu natum (his enim de cauſſis ſemper aliquid impetus aquæ labentis ex *D* in *E*, vel ex *F* in *G* amittitur); hinc minor eſt impetus aquæ aſcendentis ex *E* in *F*, quam quæ proxime deſcenderat ex *D* in *E*; quocirca ſemper plus aquæ delabitur ex *D* in *E*, quam relabatur ex *D* in *C*; quid jam mirum, ſi prævalentibus aquis, quarum fluxus eſt verſus littora, eodem corpus deferatur. At vero pulſus materiæ elaſticæ inferioris æquales ſunt pulſibus materiæ ſuperioris; ergo æqualibus oppoſitis viribus ſe ſe elidentibus quieſcet corpus. *Dices III.* Undæ aëreæ per campanarum pulſus, ac tormentorum exploſiones excitatæ movent nubes eam in partem, verſus quam fiunt; ſimiliter & vibrationes æthereæ movere poterunt corpora verſus terram. ℞. T. A. Nubes enim fulminibus fœtæ remotiores illæ quidem moventur, non viciniores, quæ intra circulos pulſuum ac vibrationum conſtitutæ rumpuntur potius, & quaſi convelluntur. Sed T. A. N. C. Non vibrationum in aëre excitatarum, ſed *ventorum ope* deferuntur nubes remotiores eam in partem, in qua pulſus ſunt aut omnino nulli, aut perquam exigui; nam cum vibrationes pulſu campanarum, aut exploſione tormentorum generatæ ad majus ſpatium pertingant, in quo aëris rarioris, & denſioris viciſſitudines habentur, cumque aër lateralis magno impetu ruat in rariorem, ventos oriri neceſſe eſt, qui fluxu ſuo continuo nubes depellunt.

§. 168. *Cauſſa gravitatis corporum terreſtrium eſt attractio terræ agens ſecundum leges expoſitas, cumprimis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum majorum.* Pr. Illud dici debet cauſſa gravitatis, per quod rite exponuntur omnia phænomena gravitatis; atqui; ergo. P. m.

Præ-

Præcipua inter phænomena gravitatis habentur ſequentia: I. *Gravia libere deſcendentia feruntur in ſuperficiem terræ lineis ad ſenſum perpendicularibus* (re vera enim ferri *oblique* docemur exemplo lapidis e malo demiſſi). *Expoſitio*: Terra *ad ſenſum* ſphærica eſt; und ſic corpora trahit, quaſi omnis ejus materia in centro collecta foret. Cadat jam corpus in quodcunque punctum ſphæræ, vel, ſi dicere licet, circuli: cadet in tangentem, cum per quodvis curvæ punctum duci poſſit tangens. Atqui recta quævis a corpore extra circulum poſito ducta per centrum circuli eſt ad tangentem in puncto contactus perpendicularis, non minus, quam ea, quæ a centro ducitur ad peripheriæ punctum, per quod agitur tangens (*Euclid.* L. 3. propoſ. 18.); ergo II. *Gravia omnia tendunt ſenſibiliter linea recta ad centrum telluris*. *Expoſ.* Gravia linea perpendiculari feruntur ad tangentem, ſive ſuperficiem terræ; atqui eadem perpendicularis producta tranſit per centrum ſphæræ (*per Geom.*) ergo. Dixi *ſenſibiliter* nam in rigore aliter ſe res habet; ſcilicet: terra cum exacte ſphærica non ſit, ſed ſphæroidica, ad ſphæram tamen proxime accedens, gravia non omnia *re ipſa* ad terræ centrum tendunt, ſed ea duntaxat, quæ ſub polis, aut ſub æquatore conſtituuntur; aliorum directio deflectit a centro terræ, plus, minusve, prout magis, minusve diſtant a polis, vel ab æquatore. Rem oculis ſubjicio in *fig.* 35. Sit

ellipſis *DAEB* referens terram; cujus poli ſint in extremitatibus axis minoris *AB*; puncta vero æquatoris ſint in extremitatibus majoris axis *DE*. Corpus in utrovis polorum *A* vel *B*, item in utrovis puncto æquatoris conſtiturum attrahitur tantundem in partem unam, quantum in alteram, tum ob æqualem numerum partium hinc, & illinc trahentium, tum ob æqualem partium utrinque poſitarum diſtantiam a corpore attrahendo; quare per lineam intermediam niti debet in *C*. Conſtituatur jam corpus in puncto *M*; non tendet ad centrum, quod oſtendo: Radio *CA* deſcribatur circulus referens ſphæram ſphæroidi inſcriptam, trahetur corpus *M* non modo a ſphæra inſcripta, ſed pariter ab exceſſu materiæ ſphæroidicæ *MDBG*, & *AENF*. Interea ſphæræ ſolius attractio ad centrum tendit ſecundum directionem lineæ *MCN*, attractio autem reſultans ex attractionibus dictorum exceſſuum tendere debet prope illud centrum in punctum aliquod *H* vicinius puncto *D*, quam *E*; attractiones enim non ſolum æſtimantur a maſſis trahentibus (quæ hic æquales ſunt) ſed etiam a reciproca duplicata diſtantia; quare cum exceſſus *MDBG* vicinior ſit corpori *M*, attractio ejusdem validior eſſe debet, quam alterius *AENF*; quamobrem corpus *M* ſequetur directionem ad *D* magis accedentem, quam ſi a ſola ſphæra *ABGE* traheretur; ſequetur ergo directionem quamvis *MH*, quæ non tendit in centrum.

erum. Utcunque tamen recta illa non dirigatur in centrum, adhuc tamen ad tangentem perpendicularis eſſe poteſt; hinc adhuc gravia in ſuperficiem ſphæroidis delabi poſſunt linea perpendiculari. III. *Gravia libere deſcendentia motu uniformiter accelerato feruntur in terram; ſurſum projecta motu uniformiter retardato abeunt a terra.* *Expoſitio*: Gravitas *in minoribus diſtantiis*, in quibus vulgo experimenta capimus, eſt vis acceleratrix conſtans (§. 161. *Aſſert.* VIII.); ergo ejus actio in corpus ſive deſcendens, ſive aſcendens motum uniformiter accelerare, aut retardare debet. Nihil jam mirum, ſi gravibus terreſtribus *prope ſuperficiem terræ* conſtitutis applicari poſſunt ea omnia, quæ ad motum uniformiter acceleratum, aut retardatum dicta ſunt *in Mechanica.* IV. *Ex gravitate natum pondus eſt accurate maſſis attractis proportionale* (non tamen *gravitas*, quæ ſemper eſt in ratione directa maſſarum *trahentium*, & reciproca *attractarum*). *Expoſ.* Pondus, quod *Newtono* dicitur *vis motrix*, aliud non eſt, quam *celeritas*, hic *gravitas multiplicata per maſſam*, ſeu: eſt vis acceleratrix toties ſumpta, quot ſunt particulæ minimæ maſſam aliquam componentes (ubi ſupponi debet omnes particulas minimas invicem æquales eſſe); ergo cum manente eadem maſſa trahente quævis corpora in paribus a centro terræ diſtantiis locata ad æqualem celeritatem determinentur, debent pondera eſſe in ratione directa *maſſarum attractarum*, conſequenter maſ-

maſſis proportionalia. Analytice ſic operaberis: eſt $P = MC$, & $p = mc$; ergo $P : p = MC : mc$. Et quia $C = c$, habetur $P : p = M : m$. V. *Corpora terreſtria in medio non reſiſtente ex eadem altitudine delabentia æquali celeritate feruntur verſus centrum terræ.* *Expoſ.* Ad certam velocitatem corpora determinantur ſolum a maſſa trahente (*paribus diſtantiis*); hæc vero cum eadem ſit relate ad quævis corpora, eademque ratione trahat corpora ex eadem altitudine demiſſa (nimirum pro ratione molecularum terram conſtituentium) ſequi debet *in medio non reſiſtente* æqualis deſcenſus omnium corporum ab eadem terra æqualiter diſtantium, utcunque eadem maſſis, aut voluminibus diſcrepent. VI. *In medio reſiſtente corpora denſiora majori celeritate feruntur verſus terram, quam rariora* (*cæteris paribus* diſtantia ſcilicet, ac volumine). *Expoſ.* Corpora enim nonniſi *ſingularum molecularum*, e quibus coaleſcunt, *vi & actione* ſuperare nituntur reſiſtentiam medii; ergo quo major fuerit molecularum corpus quodvis conſtituentium numerus, hoc erit major earundem vis; proinde facilius ſuperabitur medium reſiſtens a maſſa denſiore, quam rariore. VII. *In ſpecubus ſubterraneis, ſed profundioribus minor eſt corporum gravitas, quam in ſuperficie terræ.* *Expoſ.* Univerſe enim attractiones duarum ſphærarum ſunt in ratione directa radiorum; ſeu $A : a = R : r$; omnis enim attractio $= \frac{M}{D^2}$;

$M$ ve-

*M* vero in ſphæris $= R^3$, & $D = R$; ergo $\frac{M}{D^2} = \frac{R^3}{R^2} = R$ ). Atqui minor eſt radius a centro terræ ductus ad profundam ſpecum ſubterraneam, quam ad ſuperficiem ejusdem terræ; ergo ſimiliter minor eſt attractio terræ, conſequenter & gravitas. VIII. *Attractio, & gravitas perinde agit in maſſas quieſcentes, ac motas. Expoſ.* Utraque eſt vis *continuo agens*; motus igitur, aut quies maſſæ ſive trahentis, ſeu trahendæ nihil confert ad effectum. Quæ reliqua ſunt phænomena, facile exponuntur; ſed mentem ſedulo advertere oportet ad ea, quæ alias dixi.

*Schol. I.* Superat objecta, eorumque ſolutiones recitare. Dabo utrumque; ex *Seberſſero* potiſſimum.

*Adverſus §.* 163. *Opponitur* I. Si datur mutua, ac univerſalis corporum attractio, corpora omnia in acervum unum coire debebunt; non autem coëunt; ergo. Pr. M. Omnia ſe ſe mutuo trahent, mutuoque determinabunt ad acceſſum; ergo. R. N. Seq. M; Ad Pr. D A. Omnia ſe mutuo trahent prope inſenſibiliter, ſimulque trahentur validiſſime a terra C. A. ſenſibiliter, aut æque valide, ac a terra N. A. & C. Mutua attractio duarum ſphærarum (quarum diameter ſit pedis unius, diſtantia pedum 10.) eſt ad attractionem terræ relatam ad easdem ſphæras, ut 1 ad 1964176700; ergo prope inſenſibilis. Hinc ſphæræ illæ, *abſente omni impedimento*, vi ſolius gravitatis mutuæ ad ſe ſe accederent celeritate tam exigua, ut, niſi poſt longiſſimam annorum intercapedinem, earum

motus ſentiri vix poſſet. At enim hodie multum impedit aër; impediunt prominentiæ, & alternæ cavitates terræ; impedit ſcabrities, quæ politiſſimis etiam ſphæris communis eſt; impediunt vires aliorum corporum fixorum. Quomodo jam corpora in unum acervum coeant?

II. Non experimur mutuam attractionem; quis dari putet? ℞. Non experimur T. A. ſæpe enim, ac perſæpe ſenſibilem eſſe docui §. 13. & 14. Non experimur, inquam, in multis; at ratiocinio eruimus. ℞. II. Conceptis a *Boskovichio* verbis: *Ineptus ſane ſit, qui inde cenſeat impugnari poſſe gravitatem mutuam generalem; ut eſſet is, qui muſcam non eſſe gravem cenſeret idcirco, quod craſſum, & bene tenſum funem nihil ad ſenſum videret deprimi ipſa ad eum muſca advolante.*

III. Vel attractio mutua ſenſibilis eſt, vel inſenſibilis. Si primum: quidnam eſt, quod lapis prope vaſtam turrim libere decidens ad eam non accedit? aut quod pendulum, non quidem in montis apice conſtitutum, ſed prope montem, tamen ad eum non declinat? Si alterum: quomodo *Condaminius*, aliique pendulum lentius oſcillaſſe ferunt in montibus *Peruanis*, quam in vallibus? Atqui vero, ſi omnes moleculæ traherent, potius velocior oſcillatio futura fuiſſet; ergo. ℞. Pro variis corporum trahentium circumſtantiis jam ſenſibilis eſt, jam inſenſibilis attractio; cum enim vis attractiva ſemper $= \frac{M}{DD}$; prout maſſarum, aut diſtantiarum diſcrimen notabile erit, ſic attractionum. Hoc generatim. Speciatim vero ad lapidem pone vaſtam turrim cadentem quod facit, ℞. Lapis ad turrim accedere deberet, niſi attractio turris longe minor eſſet, quam quæ ſentiri poſſit relate ad attractionem terræ C. A. longe minor cum ſit N.

A.

A, & C. Sit licet vis attractiva turris tanta, quanta globi ejuſdem cum turri denſitatis, habentis diametrum 5. paſſuum, ſeu 40. ped. Geom., tamen attractio turris ad illam terræ erit ut 1 ad 1000000 (eſt enim 40 : 40000000 = 1 : 1000000; *vide* §. 161. *Aſſert. VII*). Pendulum prope montem inſigniter vaſtum non declinare, præfracte nego; teſtibus enim Aſtronomis Gallis pendulum prope montem *Chimboraco* a verticali ſitu declinavit 7. minutis ſecundis; quæ declinatio cum exigua fuerit reſpectu montis illius admodum ingentis, merito ſuſpicari licet dictum montem cavum eſſe, & cruſta quadam per ignes ſubterraneos elevata conſtare, quorum quidem ignium plurima illic habentur indicia. *Sed:* cur pendula juxta montem excelſum poſita non paſſim declinant? *Dicam:* Sæpe vicini montes attractione propria impediunt. Sæpe minor eſt denſitas montis, quam reliquæ terræ. Sæpe montium pyramidalis figura officit &c. Quod diverſas penduli oſcillantis celeritates, in montibus *Peruanis*, & vallibus notatas attinet; ajo diverſas notari debuiſſe, quamvis diverſitas non reſponderit *rationi directæ maſſarum*, ſed potius reciprocæ duplicatæ diſtantiarum. In cauſſa eſt, quod non tantum ſit attractionis incrementum ex creſcente maſſa, quantum eſt decrementum ex aucta diſtantia (§ 163. *poſitionis parte II.*). Iterum patet, cur in montibus noſtris, *quorum altitudo notabilis non eſt relate ad radium terreſtrem*, gravitatis diverſitas non advertatur.

IV. Si datur attractio mutua (eaque ſenſibilis, quoties corpus attrahens omnino vaſtum eſt) fieri plane debet, ut ad præſentiam Lunæ minuatur corporum terreſtrium gravitas in terram (partem enim gravitatis ſibi vendicabit Luna). Non autem minuitur; ergo. R. N. Seq. Docuit *Newtonus L. 3. princip. Propoſ.* 18. *Coroll.* 2. vires Lunæ ſolum notabiles eſſe ad efficiendum fluxum maris (quod ſuo lo-

eo dicam) non ad procudendos effectus alios; unde nulla vis lunaris advertitur in experimentis pendulorum, vel ſtaticis, vel hydroſtaticis. Cl. *Eulerus* demonſtravit: differentiam in oſcillationibus pendulorum, dum per actionem *Solis*, & *Lunæ* gravitas maxime augetur, vel minuitur, eam duntaxat haberi poſſe, quæ intercedit inter numeros 4666666, & 4666667. Quis inde gravitatem diverſam arguat? Celeberrimi commentatores in *Newtonum*, PP. *Jacquier*, & *le Seur* ajunt: quemadmodum ſi granum unum comparetur cum pondere 4000. granorum in libra quamcunque exacta, pondus grani illius haud ſentitur; ſic vis *Solis*, & *Lunæ* comparata cum vi gravitatis in terram ſentiri neutiquam poteſt; eſt enim *ob immenſam diſtantiam* ſumma virium Solis, & Lunæ ad vim gravitatis terreſtris, ut 1. ad 2032890.

V. Tanta ſi eſt corporum terreſtrium vis gravitatis in terram, nullum partiale corpus corpori adhærere poterit; non pulviſculi, non guttæ aqueæ ſpeculo verticaliter poſito. Contrarium experimur; ergo, R. D. M. Niſi gutta aquæ, aut pulviſculi a quibuscunque cauſſis externis ad ſpeculum applicentur in tam minutis diſtantiis, ut ſenſibiliter illud contingant C. M. id ſi ſiat N. M. C. m. & N. C. Ad hæc fallit objectio; ponit enim attractionem *in admodum exiguis*, & *inſenſibilibus diſtantiis* agere *pro ratione directa maſſarum*, & *reciproca duplicata diſtantiarum*, quod aperte inficiamur. Diſtinguendum nempe eſt inter attractiones illas, quas deſignat curva axem in minimis diſtantiis identidem interſecans, ab attractione, quam exhibet ejusdem curvæ crus alterum *TpsV*; priorum attractionum quantitas non pendet a quadrato diſtantiæ inverſo, ſed a divagatione arcuum, magnitudine ordinatarum, & a diverſa virium compoſitione, hæc vero poſterior ſequitur legem illam univerſalem de ratione reciproca duplicata diſtantiarum;

qua-

quare adhæſio illa pulviſculorum, aut guttarum aquæ ad ſpeculum habetur quidem per attractionem, ſed *agentem in minimis diſtantiis*, quæ non ſequitur dictam legem, ad diſtantias ſolum majores pertinentem. *Dices*: ſi variatis diſtantiis variat lex attractionis, duplicis generis adſtruitur attractio: *pro minimis* altera, altera *pro majoribus* diſtantiis. ℞. N. Seq. Idem plane ignis in majoribus diſtantiis calefacit ſolum, & illuminat, in minoribus etiam inflammat, & comburit, neque tamen duplex audit; ergo a pari.

VI. Si cauſſa mutuæ attractionis ſpeculo verticaliter poſito adhæret gutta aquæ; quid non granum ſabuli, aut papaveris, quæ & pondere, & volumine majora ſunt, quam gutta aquæ. ℞. Guttam inter aqueam, & granum arenæ, vel papaveris multum intereſt; ſphærulæ minimæ fluidorum glabræ ſunt, & concentricæ, facillimeque aliæ circa alias revolvuntur, denique ob mutuam attractionem continuo ad æquilibritatem ſe componunt; hinc quantumvis paucæ fluidorum moleculæ ſpeculum phyſice contingant, jam reliquas poſt ſe trahunt, ſpeculoque adhærent omnes (quamdiu adhæſionem, aut cohærentiam non vincit pondus, & partium vincula non diſrumpit; ſeu: quamdiu concreſcentes guttulæ juſtam aliquam magnitudinem non adipiſcuntur). At papaveris, vel arenæ grana aſperas habent ſuperficies; quamobrem in paucis admodum punctis ſpeculum contingunt, &, quod ultro conſequitur, eorum attractionem facile ſuperat pondus reliquarum partium ſenſibiliter diſtantium.

VII. Si mutuo ſe trahunt omnia, mutuo quoque accedent omnia. Accedent itaque Sol, & Luna, quin planetæ omnes ad lapidem, terra ipſa verſus atomum aliquam in ultima aëris regione volitantem aſſurget. ℞. Accedent; atque de hoc nemini, qui *Newtonum*, *Boskovichium*, & principes alios hodierni

(ut mitiſſime ſcribam) ſæculi Philoſophos ſequitur, dubium eſſe poteſt. Accedent, inquam, mutuo, *quantitate motus æquali*, at *inæquali celeritate* §. IV. *Schol.* IV. V. & VI.

VIII. In hypotheſi attractionis mutuæ trahetur corpus quodlibet a quibuslibet aliis corporibus; ergo ad ſingula accedet eodem tempore, & motibus oppoſitis, quod repugnat. ℞. N. C. Attractiones æquales & oppoſitæ primum ſe ſe elident; tum corpus attractum feretur motu compoſito (*vide* §. 96. *Schol.* IV).

IX. In eadem hypotheſi corporum omnium figura ſphærica eſſe deberet, prorſus ut corporum quorumvis totalium, aut fluidorum in guttas ſecretorum. Sphæroica autem non eſt; ergo. Pr. Sequ. M. Guttæ fluidorum ſphæricæ ſunt ob mutuam attractionem, & æquilibrium; ergo iisdem de cauſſis corpora quævis ſphærica eſſe deberent. ℞. Corporum omnium figura ſphærica eſſe deberet, ſi extraneorum corporum attractiones nihil turbarent, dum corpora ex ſtatu fluiditatis tranſeunt in ſtatum ſoliditatis; item ſi omnes moleculæ minimæ figura ſatis lubrica inſtructæ forent C. M. poſtquam ſive attractiones extrinſecæ adſunt, ſive corpora jam obtinuerunt ſtatum ſoliditatis, ſeu denique non omnes moleculæ minimæ figura ſatis glabra inſtructæ ſunt N. M. C. m. & N. C. Si particulæ minimæ corporum ab ipſo ſui exordio figuram ſatis lubricam obtinuiſſent, ſique extraneæ vires mutuam earundem attractionem nihil turbaſſent, corporum omnium figura futura fuiſſet ſphærica. Cum vero mutua minimarum molecularum attractio per extrinſecas aliorum corporum vires impediatur, cumque rerum compoſitarum moleculæ certas quaspiam figuras ab ipſa natura inditas obtinuerint; fieri debebat, ut in limitibus, ad quos primum deferentur, cohærerent. *Dices.* Moleculis minimis certas figuras naturæ viribus inditas

eſſe

eſſe commentum eſt. ℞. Sat manifeſte veritatem oſtendit ſucceſſiva corporum geneſis ex concretione.

*Schol. II.* Ad §. 167. præter ea, quæ ibidem recitavi, opponi poſſunt ſequentia: I. manente eadem maſſa, & variata duntaxat figura, mutatur corporum gravitas; atqui mutari non poſſet, niſi cauſſa gravitatis repeteretur ab impulſione fluidi cujuspiam extranei; ergo. Minor *Carteſianis* certa eſt, nam ſi corporis gravitas repetatur ab attractione terræ (*ajunt iſti*), corporum omnium quavis figura præditorum eadem eſſe debet gravitas, cum manente eadem cauſſa iidem eſſe debeant effectus, proinde nunquam gravitas mutari poſſet. Mutari autem ſic probant: vaſtiori vitro metallum continenti inſeratur minus aliud cum menſtruo; & vaſtius illud probe claudatur. Tum ſi vitra ambo invertentur, diſſolvetur metallum; factaque diſſolutione comperies imminutum fuiſſe pondus; proinde & gravitatem. Unde vero iſtud? ſi non ex eo, quod moleculæ diſſolutæ intra poros menſtrui ſe ſe abdant, obtentoque minore volumine minus pateant pulſibus materiæ prementis. II. Idem fit de *gypſo*, & *aqua*; hæc enim ſi commiſceantur, deficit pondus, non maſſa. III. *Plumbum* vaſe vitreo hermetice concluſum, & *lentis ope calcinatum* plus ponderat, quantumvis nihil maſſæ adjiciatur. Nunquid non iterum a premente fluido extrinſeco iſthæc repetenda? *gypſi* enim volumen minuitur, hinc minus premit fluidum incumbens; augetur volumen *plumbi*, hinc premitur magis. Ita objectantes *Carteſianos* inducit *Redlhamerus* noſter. Ex eodem Auctore ſolutionem intelligamus. ℞. Manente eadem maſſa mutatur gravitas ſpecifica C. M. *abſoluta* N. M. ſic D. m., & N. C. *Abſoluta gravitas* dicitur *ſumma molecularum omnium corpus conſtituentium*, qualecunque ſit corporis volumen. *Specifica* eſt, quam corpora obtinent *ſub certo volumine* (§. 61.); patet inde priorem illam invaria-

variata maſſa variari non poſſe; poſterior variato ſolum volumine varia eſt; cumque volumini majori reſpondeat major quantitas *impedientis fluidi*, debet eadem maſſa aucto volumine, & *aëre libero* lentius ferri verſus terram, quam volumine contracto. Ubi tamen aër nihil impedit (quod fit in vacuo *Boyleano*) eadem celeritate delabuntur corpora omnia, quamcunque figuram induerint. Quomodo jam *Carteſiani* ab inæquali preſſione ætheris æqualem (*in vacuo*) corporum quorumvis celeritatem repetent? Hic enimvero multum laborant. Nec minus in eo, quod fateri adiguntur majorem *ſolennis illius fluidi ſui* portionem hodie cauſſam eſſe gravitatis majoris, cras minoris. Eruo iſtud occaſione recitatæ objectionis. Quæro hodie: cur gypſi, aut metalli menſtruo ſuo diſſoluti minor eſt gravitas, quam ante diſſolutionem, *manente, ut ipſi ajunt, priore maſſa?* Dicunt: quia moleculis diſſolutis intra poros menſtrui latitantibus (ideoque *obtento minore volumine*) maſſa minus patet ictibus materiæ gravificæ. Quæram iterum: cur globus vitreus aqua plenus, & in alia fervente aqua rarefactus minus ponderat, quam non rarefactus? Reddent (quod reddiderunt alias) quia *vitri & aquæ volumine aucto* maſſa fit rarior, proinde ſpecifice levior; quaſi dicant: *obtento volumine majori* maſſa minus patet ictibus materiæ ætheræ, cum heri aſſeruerint *obtento minori volumine* maſſam iiſdem pulſibus minus obnoxiam eſſe. Nugæ, quibus miſſis

℞. ad Exper. I. & II. Sive metalli menſtruo ſuo admixti, ſive gypſi aqua diſſoluti *pondus* minuitur, non quidem minutæ *ſuperficiei* cauſſa, ſed *maſſæ*; nempe igniculi, maſſæ prius adſtricti, affuſis ſubinde menſtruis eliberantur, & per vitri poros avolant; hinc imminutio *ponderis*, non *gravitatis*. Abeunt maſſulæ igneæ, ſeu maſſulæ lucis, quarum plurimas contineri in gypſo nemo eſt, qui ambigat; gypſum enim *calcem alabaſtri* dicimus, quæ aquis ſubacta in paſtam lapidis

inſtar

hiſce dura tradit. Celſi autem igniculos plurimos ineſſe exploratiſſimum eſt; cur itaque repagulis, quibus adſtringebantur, ſoluti non avolent? Idem ſit de metallo. Ad III. dico: incrementum ponderis haberi ex acceſſione igniculorum, quos graves eſſe nemo inficiatur, præter ſectæ unius homines, eosque hodie raros.

IV. Quæ ſe ipſa movere nequeunt, neque in unam potius, quam aliam hujus univerſi partem natura ſua feruntur, deorſum mota ab alio detrudi debent; atqui gravia omnia, de ſe ſe inertia, ſemet ipſa movere nequeunt, neque locum alium præ alio ſuapte natura appetunt; ergo. Ita *Purchotius*. R. N. M. non opus ab alio detrudi; ſufficit ab alio determinari, quantumvis moverentur vi motrice intrinſeca. Hac reſponſione (quam in diſtinctionem convertere poteſt Tyro) evertitur *Purchotii* argumentum, gravia enim ad deſcenſum urgentur ab extrinſeco, ſive *a terra, trahantur*.

V. Experientia teſte radii ſolares ope ſpeculi cauſtici in foco collecti diſpergunt pulveres Antimonii eodem in foco repoſitos; quidni impulſiones materiæ æthereæ ſimiliter poſſint corpora in terram detrudere? R. N. C. radii ſolares non ſunt cauſſa immediata diſperſionis factæ; ſed aër intra pulveres latitans, qui e laxatis ope radiorum ſolarium poris magno impetu erumpens pulverum partes diſcerpere debet, ac disjicere, *cum nihil ipſi efficaciter reſiſtat*. At deſcenſus gravium fieret per impulſionem ætheris corpori incumbentis, *qui quantum corpora deorſum urgeret, ac premeret, tantum inferior directione oppoſita reprimeret*.

VI. Saltem ope materiæ in vortices actæ gravia quævis deferri poſſunt in terram; ergo. Pr. A. materiæ verticoſæ celeritas 17ies exſuperat celeritatem terræ

circa axem ſuum revolutæ; quocirca majorem concipit vim centrifugam, quam corpora terreſtria; vi igitur ſua majore poterit corpora ſibi admixta impellere, ac urgere verſus terram. Pr. ſequ. experimento Cl. *Nolleti*: ſint oleum, & aquam circulariter moveri in globo vitreo circa axem ſuum velociter converſo; oleum, quia minorem habet vim centrifugam, centrum petit, & ſuperiora globi relinquit aquæ; ergo a pari. ℞. D. A. deferri poſſunt in terram, non tamen *verſus centrum terræ* C. A. *verſus illud* N. A. & C. Ad Pr. N. ſequ. Ad hujus Pr. dico: *Nolleti* experimentum non ita habere; nuſquam ait Auctor iſte: oleum *in centrum ſphæræ* ferri, ſed minutiſſimos globulos, in quos prius diviſum erat oleum, motu rotationis abreptos *in cylindrum axi reſpondentem* colligi.

VII. Quia major eſt niſus aquæ ad centrum, quam ligni, lignum ab aqua e fundo ſurſum protruditur; cum igitur ex oppoſito major ſit materiæ vorticoſæ niſus ſurſum, corpora impellentur deorſum. ℞. D. C. *ad centrum motus*, *ſeu vorticis* T. nondum enim ſalvi ſunt vortices. *Ad centrum terræ* N. C.

VIII. Si aqua vaſe quocunque contenta in circum agatur, particulæ ceræ hiſpanicæ deferuntur *ad centrum vorticis*; ergo ſimiliter corpora vortici innatantia deferri poſſunt *in centrum terræ*. ℞. ne paritas, quod ajunt, claudicet, inferendum erat: *ergo corpora vortici innatantia deferri poſſunt in centrum vorticis*, non *terræ*; quod tamen abſurdum e propugnatis vorticibus ſequi neceſſe eſt, quisque enim vorticis circulus Æquatori parallelus corpora detrudet ad centrum ſuum, *non terræ*. ℞. II. diſp. in eo eſt, quod in vaſe illo circuli vorticis ſint *concentrici*; proinde corpora his innatantia ferri poſſunt *in centrum commune*. Concentrici non ſunt vortices materiæ ſubtilis; ergo.

IX.

IX. Quantumvis corpora vortice uno impellente non detruderentur *verſus centrum terræ*; at detrudi poterunt a geminis vorticibus in ſenſu *Saurinii*, aut *Hugenii*; ergo. Pr. A. Si daretur vortex unus circa axem terræ actus, & alter ab uno polo terræ verſus alterum fluens, materia ætherea, cui corpora terreſtria innatant, acquireret directionem mediam per diagonalem verſus centrum terræ; ergo. R. N. A. Ad Pr. N. A. vel enim vortex alter altero foret altior, & tum corpus determinaretur ſolum ab inferiore; vel in eadem ſuperficie concurrerent, ſicque in concurſu mutuo directio mutaretur, & re ipſa vortices deſtruerentur. Plura de vorticibus *Perraultii*, *Franc. Baylii*, *Jacobi Bernoullii*, & *Saurini* leges apud laudatum *Redlhamer*, alioſque multos.

*Schol. III.* Ad §. 168. Oppon. I. Si attractio eſſet cauſſa gravitatis, eadem cauſſa diverſos effectus produceret, quod *per leges Newtoni* fieri nequit. Pr. A. cum enim varia corpora ex eadem altitudine demiſſa variis celeritatibus deſcendant, eadem vis attractiva in iiſdem diſtantiis diverſos plane effectus operaretur. R. deberet eadem cauſſa *in variis circumſtantiis* varios effectus producere C. A. *in iiſdem* N. A. & C. Variatis circumſtantiis varios eſſe earundem cauſſarum effectus docet idem ignis jam inflammans, jam duntaxat calefaciens. Huc quod facit, advertenda eſt circumſtantia non diſtantiarum, ſed *aëris motum impedientis*, & *facilius impeditionem vincentis maſſæ majoris*, quæ trahitur. *Dices*: facilior victoria impedientis fluidi in cauſſa eſſe non videtur, quod corpora diverſis celeritatibus deſcendant; iteratis enim vicibus compertum eſt, globos *plumbeum*, *ferreum*, & *marmoreum* (variæ molis, & ponderis) ex eadem altitudine 42. pedum decidentes ita ſubjectum aſſerem feriiſſe, ut nec auribus, nec oculis ullum celeritatis diſcrimen notari potuerit. R. notari non potuit diſcrimen, quia relata ad hæc

corpora impeditio fluidi permodica eſt, ac proinde contemnenda C. A. major ſi foret, nullum notaretur diſcrimen N. A. & C.

II. Si in attractionem terræ refundenda eſſet cauſſa gravitatis, corpus rarius *in vacuo Boyleano* celerius deſcendere deberet, quam denſius ex eadem altitudine demiſſum; atqui iſtud non fit; ergo. Prob. Sequ. M. Corpus rarius magis traheretur a terra; ergo. Pr. A. corpus illud reactione ſua minus virium eliderет in terra trahente, quam denſius; ergo traheretur fortius. Pr. A. corpora reagunt vi inertiæ ſuæ; inertia autem proportionalis eſt maſſæ; ergo. *Confirmatur*: quo corpus impulſum eſt rarius, eo minus reſiſtit impulſui corporis incurrentis; ergo ſimiliter attractioni. Pr. C. attractio æquivalet impulſui; ergo. ℞. N. M. ad Pr. N. A. ad hujus Pr. D. A. minus virium eliderет in terra trahente, *ſimul tamen ipſum traheretur minus* C. A. *traheretur eodem modo, quo denſius* N. A. & C. Corpus rarum minus trahitur a terra, quam denſum; facta tamen eliſione corpora ambo determinantur ad eandem celeritatem; cum enim actioni ſemper æqualis ſit reactio (*per legem III.* §. *IV.*), quo minus virium eliditur a corpore raro, hoc minore vi trahitur corpus rarum, quam denſum. *Dices*: temere aſſeritur corpus rarum minus trahi a terra, quam denſum; ſunt enim attractiones in ratione directa maſſarum *attrahentium* (§. 163.) non *attractarum* (§. 166. *Schol. IV. lege* IV.); ergo cum *eadem terra* trahere ponatur corpus ſive denſum, ſeu rarum, utrumque eodem modo traheretur. ℞. D. C. h. e. utrumque *ad eundem velocitatis gradum determinabitur* C. C. *non plures moleculæ attrahentur* in corpore denſo, quam raro N. C. Non modo ob imminutam diſtantiam fortius trahuntur corpora ab eadem terra, ſed etiam ob majorem maſſam *corporum attractorum*; cum enim ſingulæ moleculæ terreſtres trahant ſingu-

las

las aliorum corporum, hoc fortior eſſe debet attractio paſſiva corporis denſi, quam rari, quo plures moleculas continet iſtud præ illo, nam *vis unita fortior*. Atque ut rem iſtam, circa quam paralogiſmi frequentes occurrere poſſunt, & ſolent, expeditiſſimam habeamus, duo advertiſſe juverit: 1mo attractionem ſpectari, quatenus eſt determinatio corporis attracti *ad certam velocitatem*; 2do quatenus *ad certam motus quantitatem*. Priore modo ſumpta reſpicit ſolam maſſam trahentem, & diſtantias; hinc *cit.* §. *& Schol.* dixi: *Velocitas, aut vis, qua corpus unum trahitur ab alio, cæteris paribus pendet a maſſa corporis attrahentis, non attracti.* Poſteriore modo accepta etiam reſpicit maſſas attractas, cum enim *ſingulæ* particulæ terreſtres trahant *ſingulas* corporis alterius cujuſcunque, toties ſe velut exerere debet vis attractiva terræ, quot ſunt particulæ corporis attracti. Prima illa termino Scholis uſitato dicitur attractio *intenſive* fortior, aut debilior: poſtrema *extenſive* validior, aut remiſſior. Illa æſtimatur *ex magnitudine, ſeu validitate ictuum* (ſi ita dicere licet), iſta *ex numero, & frequentia*. In caſu præſente *extenſive* fortior eſt attractio paſſiva corporis denſi, quam rari: non *intenſive*; proinde per reactionem corporis attracti denſioris eliditur in terra plus virium *extenſive* ſumptarum, non *intenſive*. Inde patet reſponſio *ad Confirm*, nempe D. A. quo corpus impulſum eſt rarius, eo minus reſiſtit impulſui *æquabili*, ſeu qui corpora omnia æqualiter afficit C. A. impulſui ea proportione minori, qua proportione minus eſt corpus impulſum N. A. & C. Ad Prob. D. A. æquivalet impulſui maſſæ impulſæ proportionato C. A. non proportionato N. A. & C. *Dices*: Si non ſemper impulſio eſt maſſæ impulſæ proportionata, nec erit attractio. R. N. C. impulſio eſt quantitas motus *corporis impellentis*, proinde æſtimanda ex celeritate ducta in maſſam ejuſdem *impellentis*. Attractio autem non eſt ipſa quantitas motus in corpore attrahente, ſed efficit mo-

nihil evincit; ergo. Pr. m. phænomena gravitatis etiam poſita alia lege attractionis [illegible] *in ratione ſimplici, vel triplicata diſtantiarum* æque feliciter exponi poſſunt; nec tamen quis dixerit attractionem ſic acceptam eſſe cauſſam gravitatis, ergo a pari. Pr. comples cauſſalem M. quia poſita hac lege exponi poſſunt omnia phænomena gravitatis corporum *tam terreſtrium*, quam *cæleſtium* C. M. *ſolum terreſtrium* N. M. Sic D. m. & N. C. Data alia lege attractionis [illegible] explicari poterunt phænomena gravium *terreſtrium*; at minime *cæleſtium*, quæ juxta hanc ſolam, & unam legem peragi debent, ut paulo mox oſtendam: Cum ergo phænomena corporum tam *cæleſtium*, quam *terreſtrium* cum hac lege congruant, cumque phænomena corporum cæleſtium inter gravitatis phænomena accenſeri debeant, nec cum alia lege congruant, dicendum: gravitatem univerſalem corporum ad hanc determinatam legem revocandam eſſe.

VII. In hac Newtoni ſententia nihil explicatur: dicens enim attractionem terræ eſſe cauſſam gravitatis, perinde eſt, atque aſſerere: *corpora gravia ſunt, quia gravia ſunt.* Non ergo hanc præciſe cauſſam affert Newtonus, quod terra trahat, ſed quod ſingulæ partes terræ [illegible] demonſtrat, attractiones has ſpeciales partium terræ, quæ phænomenis confirmatæ ſunt, ſufficere ad explicanda omnia gravitatis phænomena. Et vero ante Newtonum prorſus ignorabatur vim attractivam convenire in ſingulas partes terræ; ignorabatur vim illam [illegible] ſe ſe exerentem in corpora terreſtria, ſed ad ultimas ſyſtematis planetarii plagas ſe expandere, [illegible] ſemper in quadrato aucta diſtantiæ; ignorabatur etiam illam non ſolum eſſe commu[illegible] terreſtribus, ſed & cæleſtibus; & vel idea [illegible] eſſe idcirco [illegible], [illegible] mundi harmonia [illegible]

*[illegible] docuit, qui confusus est virtu* [illegible] *caussam gravi-tatis explicuisse* [illegible]. In anonymum quidem [illegible]. Hæc, & his ſimilia qui oggerunt, remittendi ſunt *ad quæſt.* 31. *Opticæ Newtonianæ*, quam credo intelligent, cum nihil Mathematici complectatur.

Objectiones alias a pendulis petitas vide P. III. *ad figuram telluris*; alias *ad motum aſtrorum*.

# Caput VII.

## De motu in lineis curvis.

§. 169. *Ut mobile curvam lineam deſcribat, in ſingulis orbitæ punctis directionem ſuam mutare debet*; curva enim eſt ſeries linearum recta-rum infinite parvarum diverſam directionem habentium.

*Coroll.* Inde fluunt ſequentia: I. vis aliqua cauſa eſſe debet, quæ directionem mobilis perpetuo inflectat. II. Corpus una tantum vi, e. c. *projectili* impulſum perſeverat in eadem directione (§. [illegible]); proinde ut directionem in ſingulis orbitæ punctis inflectat, vis alia accedat, neceſſe eſt. III. vis illa accedens non ejusdem rationis eſſe debet cum priore, aut ſi ambæ ejusdem rationis fuerint, *directionibus parallelis agere non debent*, ſecus mobile rectam lineam deſcribet (§. 97.); quare nec ambæ vires æquabiliter agere de-bent, *ſi ambarum directiones identidem ſint parallelæ*; nec ambæ vires eadem lege motum accelerare, aut retardare poſſunt. IV. vis *projectilis*, & *gravitatis* vires ſunt diverſæ rationis (prior enim *uniformis* eſt, ac *æquabilis*, poſterior *accelerans*); quare ſi corpus

[illegible] viribus ad angulum aliquem conſpirantibus impulſum fuerit, curvam deſcribet.

*Schol. I.* Viribus eandem legem ſequentibus non ſemper deſcribi curvam in ſuis ad *Newtonum* commentationibus, vel expoſitionibus Pragæ vulgatis docuit *P. Joſephus Teſſanek*; ad hoc enim requiri ait, ut vires ſingulæ agant ſecundum directiones parallelas; quæ ſi non habentur, adhuc *vires eandem legem ſequentes* curvam deſcribent. Iſtud jam ad §. 97. notaſſe oportuit, ſed excidit mihi non minus, quam plerisque Scriptoribus aliis.

*Schol. II.* *Vis gravitatis* eſt, qua corpus verſus centrum ſuum perpetuo urgetur (§. 153.); aliter vis *acceleratrix* dicitur, quod gravium celeritas augeatur pro ratione imminutæ diſtantiæ. Mihi de motu in linea curva differenti dicetur *vis centripeta*, vel, ut *Newtono* placuit, *centralis*; quia corpus urget ad centrum curvæ ſuæ. Vis *projectilis* etiam vis *inſita* vel *tangentialis* audit, quod ea impulſum corpus abire nitatur *ſecundum tangentem curvæ*. Quibusdam vires ambæ communi vocabulo *vires centrales* nuncupantur, quod iis corpora moveantur in linea curva circa punctum intra curvam poſitum, quod *centri*, vel *foci*, vel ſimili nomine inſigniri ſolet.

Ex utriusque combinatione curvam naſci dictum eſt ſupra; hinc ut planetæ circa ſolem decurrant orbitas ſuas, ſeu *trajectorias*, neceſſe eſt eosdem ſingulis tempuſculis primum *vi centripeta* niti in ſolem, tum *vi projectili* niti abire per tangentem curvæ. E. G. Sit planeta in loco *A* (*Fig.* 36.), qui primo tempuſculo *vi projectili* impellatur ſecundum determinationem lineæ *AB*, eodemque tempuſculo ita urgeatur *vi centripeta* verſus Solem in *C* conſtitutum, ut, hac ſola ſi impelleretur, ſpatium idem tempuſculum decurreret

rarat rectam *AD*; motu igitur compoſito deſcribet diagonalem *AE*. Secundo tempuſculo perſeverabit, utique in medio non reſiſtente eadem vis projectionis per vim inertiæ continuata, qua ſola impulſus planeta abiret per *EG* = *AE*; ſed vero ſingulis tempuſculis in Solem urgeri ponitur; quare hoc etiam tempuſculo planeta impulſus viribus *EG* &, *EF* deſcribet diagonalem *EH*. Quod de primo, & ſecundo, hoc de 3tio, 4to, 5to, aliiſque tempuſculis intelligendum eſt, quibus planeta decurret diagonales *HL*, *LO*, *OR* &c. Diagonales iſtas tempuſculis infinite parvis deſcriptas itidem infinite parvas eſſe oportet; habebitur itaque ſeries linearum rectarum infinite parvarum, & diverſam directionem habentium; ſeries illa nobis curva dicitur; ergo.

Ita concipi ſolet geneſis curvæ generatim ſumptæ. Eodem modo intelligitur naſci curva *circularis*, *elliptica*, *parabolica* &c. niſi, quod applicari debent ea, quæ ad ſingulas brevi dicam. Iſtud univerſe notandum eſt ex *de la Caille*: *per vim uniformem projectionis* non intelligi vim, quæ æqualibus temporibus æqualia ſpatia decurrat; patet enim lineas *AB*, & *LN* (*Fig.* 45.) æquales non eſſe; immo cum ſingulis tempuſculis variata vi centripeta inæqualia ſpatia decurri debeant, & ſpatia proxime percurſa agant diagonales novi parallelogrammi, æquales eſſe non poſſunt. Dum ergo *vis projectionis* vis uniformis dicitur; talis dicitur relate ad *vim gravitatis*, quæ ſemper eſt *acceleratrix*.

§. 170. *Sola vires duæ centripeta, & tangentialis motum curvilineum re ipſa efficiunt*; quid enim aliud iſthuc conferat, vel ſi *Argus* ſim, videre haud poſſum. Certe dedi geneſim curvæ ſine auxilio vis cujuſdam alterius. *Tres*

enim

*tuor conſideranda veniunt: tangentialis, centripeta, & centrifuga*, quæ poſtrema duntaxat *dari concipitur* tanquam è duabus illis reſultans; conſiſtitque in eo, quod mobile percurrens arcum ſimul *hypothetice* determinetur ad receſſum ab arcu, idque per lineam prorſus æqualem ei, quæ metitur vim centripetam, ſed directione contraria. In ſuperiore figura *vis centripeta* indicatur per lineas *AD*, *EF*, *HI* &c. *Tangentialis* per tangentes *AB*, *EG*, *HK* &c. *Vis centrifuga* per *EB*, *HG*, *LK*, &c.; his enim ſolis quantitatibus corpus recederet a centro ſui motus, ſi per tangentem quamcunque elaberetur.

*Dixi ſupra*: quod mobile percurrens arcum ſimul per vim centrifugam ex tangentiali natam *hypothetice* determinetur ad receſſum ab arcu; eſt enim vis centrifuga determinatio, quam haberet corpus, abeundi potius ad punctum extremum tangentis ſola inertia deſcribendæ, *ſi nulla vis centripeta in ipſum ageret*, quam ad punctum extremum arcus, ad quod revertebatur ob vim centripetam additam vi inertiæ.

*Corell. Vis ergo centrifuga corporis ſemper minor eſt ejus tangentiali*, cujus veluti effectus conſiderari ſolet; ſemper enim in arcu, qui concipitur infinite parvus, infinities major eſt tangens, quam diſtantia tangentis ab arcu (per [illegible]). Sunt igitur Phyſicorum nonnulli, qui vim centrifugam a tangentiali non ſatis diſcernunt, [illegible] nam [illegible]

*Boska-*

*Boſkovichio* incauta vocum iſtarum uſurpatio; aut ſignificationis ignoratio mirum, quantos errores induxit! Hoc itaque diſcrimen eſto: 1mo Vis centrifuga ſemper eſt = centripetæ, non item tangentialis. 2do: projectionis menſura eſt infinities major, quam menſura vis centrifugæ. 3tio: Vis tangentialis abit ſecundum directionem arcus, centrifuga ſecundum partes centro virium oppoſitas. 4to: Tangentialis cum centripeta vi conſpirans vere motum efficit, non centrifuga; hæc enim directe cum opponatur vi centripetæ, altera alteram elidet; neque mobile fertur in curva, ſed duntaxat ſecundum directionem vis fortioris. Quid? quod vis centrifuga eſt vis *mere paſſiva*, & contraria centripetæ; tangentialis *activa*, neque centripetæ contraria. *Sunt contrariæ*, ſcribit Noſter ille de vi centripeta, & centrifuga, *ſed non pugnant; illa enim eſt vis activa*; quæ ſtatum mobilis immutat, & ad centrum dirigit, *hæc mere paſſiva. Hæc nimirum conditionate requirit receſſum ab arcu ad tangentem pro caſu, in quo illa non adſit: non abſolute; ubi autem illa adſit, plenum effectum ſortitur; nimirum deſcenſum corporis a tangente ad arcum.*

*Schol. Objicitur I.* Motus curvilineus revera naſcitur ex vi centripeta, & centrifuga; datur ergo vis centrifuga, nec eſt quid mere imaginarium. Pr. A. cum vis centripeta major eſt, quam centrifuga, mobile accedit ad centrum: cum minor, recedit; ergo. Rx. N. A. Vires hæ ſunt oppoſitæ, proinde incompoſſibiles, neque ſimul unquam exiſtunt, aut exiſtere poſſunt. Ad Pr. N. A. acceſſus, vel receſſus ille pendet ab angulo, quem format directio tangentis cum recta ad centrum ducta. *At dices I.* negari non poteſt in motu curvilineo adeſſe vim centrifugam; eſt enim curvilineus motus omnis compoſitus; unde? ſi non eſt vi centripeta, & centrifuga. Rx. vi centri-*peta, & tangentiali*, ſive projectili, non illa centrifu-

ga; —

ga; quam cum adeſſe dicitur, aliud nihil ſignificare volo, quam quod mobile non deſcenderet a tangente ad arcum, ſi non adeſſet vis centripeta ad deſcenſum determinans; hinc id, quod tum non fieret, concipimus tanquam factum in partem contrariam, & commentitii ejus effectus cauſſam quandam fingimus, quam vim centrifugam appellamus. *Dices II. Ex Hugenio* demonſtrant Phyſici: corpus omne in gyros actum concipere vim centrifugam. ℞. *h. e.* niti abire per tangentem abſente vi centripeta C. tanquam ſi vis centrifuga a tangentiali diſtincta motum quendam efficiat N.

II. Vis centrifuga habet aliquem effectum; quid ni detur? Pr. A. effectus vis centrifugæ eſt determinatio acquirendi majorem a centro diſtantiam, ſi vis alia non impediat. ℞. habet aliquem effectum *noſtro concipiendi modo* C. A. *realiter* N. A. & C. Ad Pr. N. A. determinatio illa eſt ipſa vis centrifuga, non ejusdem effectus.

III. Vis centrifuga eſſe videtur activa vis, pugnans cum vi centripeta, & elidens partem aliquam gravitatis; ergo. Pr. A. Vis centrifuga ex motu diurno terræ nata communiter dicitur detrahere aliquid de gravitate corporum, plus quidem ſub Æquatore, minus ad polos (unde etiam Phyſici ex ſublata æquilibritate repetunt figuram terræ ad polos compreſſam). IIdo Cum agitur de gravitatis menſura, huic per obſervationes inventæ addi ſolet menſura vis centrifugæ, quæ cenſetur elidere partem gravitatis; ergo eſt vis activa. ℞. N. A. ad Pr. I. D. A. vis centrifuga ex motu diurno terræ detrahit aliquid de gravitate corporum *apparenter* C. A. *realiter* N. A. & C. Ad Pr. II. D. A. huic gravitatis menſuræ additur menſura vis centrifugæ, idque ideo, quia propter motum communem, quo terreſtria corpora cum terra moventur, pars effectus gravitatis oculis noſtris ſubducitur C. A. ſit ideo,

quia

quia effectus gravitatis abſolutus a vi centrifuga minuitur N. A. &c. Eodem tempore, quo grave deſcendit, movetur terra motu revolutionis circa axem ſuum, cumque ea movetur tam obſervator, quam corpus, quod delabitur; ſicut vero obſervator non advertit ſuum, ſic neque corporis alterius motum *cum terra communem*. Inde eſt, quod ſolum gravitatis effectum *comparativum* metiri ſoleamus, ſubducta oculis ſpectatorum parte effectus *abſoluti*, quæ pars ſemper præciſe tanta eſt, quantam detraheret vis centrifuga, ſi vere ageret, nobiſque immotis cum vi centrifuga pugnaret. Rem figura 28. & verbis *Boſcovichii* illuſtrabo: *Sit obſervator in ſuperficie terræ conſiſtens, qui in B demittat grave, quod ſibi relictum quodam tempuſculo deveniat ad punctum E rectæ BA interea motu diurno translatæ in b e a. Videbitur ipſi perfeciſſe cadendo ſpatium BE, & tamen id re vera percurrerit ſpatium tanto majus, quantum requirit menſura vis centrifugæ. Nam recta BEA motu diurno translata in b e a per arcum Bb, it a tangente BD diſtat per ſpatium bD menſuram vis centrifugæ. Vi inertiæ abiiſſet grave illud per BD in D. Effectus integer gravitatis eſt D b e, pro quo obſervator ſolum b e deprehendit æqualem BE. Vis centrifuga igitur nihil detrahit de gravitatis effectu in gravium deſcenſu, ubi habetur integer ille effectus D b e; nec proinde cum gravitate pugnat, & ipſam vere elidit, ſed noſtræ obſervationi ſubducitur pars effectus habens menſuram æqualem menſuræ vis centrifugæ. Effectus reſpectivus reſpectu noſtri eſt minor effectu abſoluto; illum autem metimur, non hunc. Hunc non minuitur ab oppoſitione vis centrifugæ; ſed oculis noſtris a noſtro motu ex parte ſubducitur, quantum minueretur, ſi vis centrifuga vis activa eſſet, & nobis immotis tantummodo illo pleno gravitatis effectu ſubduceret.* Atque hac ipſa de cauſſa, quod nobis non appareat integer effectus gravitatis, ſed imminutus, licebit vim centrifugam conſide-

ſide-

ſideratur ut contrarium gravitati, ſit de ea aliquid decarpentem, quamvis re ipſa ſit vis mere paſſiva.

IV. Suppoſito motu diurno terræ certum habemus, quod ſi corpus aliquod a fulcro ſuſtentatur, minus premat (& ipſa, & fulcro vi gravitatum ſuarum deſcendente per *D b fig. præc.*) quam ſi & fulcrum ſuſtentans, & corpus fulcro innixum immota manerent. Unde vero iſtud, ſi non a vi centrifuga? Datur ergo. C. M. N. m. Inde hoc repetendum eſt, quod gravitas tam fulcri, quam corporis ſuſtentati partem duntaxat effectus ſortiatur, non plenum effectum. Nam ſi utrumque libere caderet, nullam preſſionem ſentiret fulcrum, quia ſe preſſioni corporis perpetuo ſubduceret, & utriusque gravitas plenum effectum ſortiretur; ergo in dato caſu, quo & grave & fulcrum moventur cum terra motu communi, & cum ea continuo deſcendunt per ſpatium *D b* (æquale vi centrifugæ) fulcrum aliquam duntaxat preſſionem ſentiet, & gravitas corporis ſuſtentati aliquam ſolummodo partem effectus ſortietur. Scilicet: poteſt concipi gravitas reſoluta in duas partes, quarum altera deſcenſum generat per *D b*, plenum effectum nacta: altera penitus impedita preſſionem in fulcrum exerceat.

§. 171. *Corpora omnia in gyrum acta (ſive circa axem ſuum, ſive circa punctum aliquod extra ſe poſitum revolvantur) nituntur a centro abire per tangentem, ceſſante vi centripeta.* Motus enim gyratorius naſcitur a vi tangentiali & centripeta; ergo hac ceſſante obtinebit ille effectum ſuum, & mobile abibit per tangentem. Obvia experimenta niſum hunc manifeſtum faciunt: imo, totæ curſuum cæ-

leri-

leriter revolutæ aquam, aut lutum latiſſime diſpergunt. 2do. Si nummus tabulæ ſitum horizonti parallelum habenti imponatur, & tabula in gyrum agatur, jam nummus gyrabit cum tabula, jam decidet; gyrabit cum tabula, quamdiu motus tardiuſculus eſt: decidet, ſi velocior; gyrabit, quia propter ſcabras ſuperficies tabulæ, & nummi, paulo firmius tabulæ adhæret nummus, quæ ipſa qualis qualis adhæſio conſiderari poteſt inſtar vis centralis nummo in tabula retinendo ſufficientis, quamdiu motus eſt tardus. Decidet, ſi motus tabulæ ſit velocior, quia ob auctam vim tangentialem facile ſuperatur modica illa adhæſio, quæ vice fungitur vis centralis; hac eliſa nummum decidere eſt neceſſe. 3tio: Lapis in funda circumactus peripheriam circuli deſcribit, funemque tendit. Nempe: concipi poteſt lapidem illum agitari geminis viribus: altera *projectili & finita*, quam manus ipſi imprimit, altera *infinite parva & perpetuo agente*, nempe reſiſtentia funis, quæ concipi debet tanquam cauſſa lapidem urgens verſus manum, aut ſaltem in circumferentia retinens; fac enim, funis non adſit, continuo lapis recedet a manu, tum gravitate ſua, tum, & vel maxime, vi projectionis impulſus; ſed receſſum hunc cohibet reſiſtentia funis. Interea vero tenditur funis; cur? niſi quia nititur lapis recedere a manu ſecundum directionem tangentis; & hoc amplius tenditur, quo validior

 eſt

eſt motus lapidi impreſſus; nam hoc amplius nititur lapis recedere a centro ſui motus, quo vehementior fuerit motus projectilis; proinde & amplius funis diſtendi debet. Subinde autem rupto fune lapis celerrimo motu abit ſecundum tangentem; ſublata enim reſiſtentia funis (quæ eſt cauſſa impediens, quo minus lapis motu projectili tangentem ſingulis momentis inchoatam proſequatur), ſola vis projectilis effectum ſortiri debet ſecundum directionem ſuam.

*Schol.* Conatum abeundi ſecundum tangentem, nonnulli vocant *vim centrifugam*, quo nomine ſi aliud nihil intelligunt, fatebor cum illis: corpora gyrantia concipere vim centrifugam; qui loquendi modus eſt quidem frequentior, mihi tamen minus ad rigorem exactus videtur propterea: quod vis centrifuga, ut dixi, ſit mere paſſiva, ſolumque ex vi tangentiali, & inertiæ reſultet. Deinceps tamen ſerviam frequentiæ, & conſuetudini.

§. 172. *In corporibus gyrantibus hoc major eſt ſic dicta vis centrifuga, quo major eſt velocitas, & maſſa corporis in circumferentia moti.* Primum itaque *a velocitate corporis gyrantis* repetendam eſſe quantitatem vis illius centrifugæ, patet ex dictis §. præcedenti; majori enim velocitati corporis gyrantis reſpondere debet major vis projectilis, e qua naſcitur major vis centrifuga. Etiamque *a maſſa corporis gyrantis* pendere quantitatem vis centrifugæ conficio ex experimentis Cl.

*Nota.* Si globus vitreus axibus ſuis inſtructus, & aqua repletus (cui tamen aliquid colorati olei terebinthini ſit permixtum), ope manubrii velociter circumagatur, dividetur primo oleum in minutiſſimos globulos aquæ innatantes, qui ſenſim motu rotationis abrepti non ad centrum globi, ſed in cylindrum quendam axi parallelum colligentur. In eundem cylindrum abibit aër, ſi pro oleo terebinthino ſenſibilis ejusdem portio illius remaneat. Nimirum aqua denſior eſt oleo, vel aëre; magis itaque recedit a centro motus.

*Schol.* *Dices:* Si in æſtimanda vi centrifuga habenda eſt ratio maſſæ, cur globulus ceræ, quantumvis plumbo fartus, & oleo, vel aëri ſubſtitutus, non recedit a centro motus, ſed in ea parte axis manet, ad quam delatus eſt (ſi axis eſt horizonti parallelus; nam inclinato axe abit ad ſuperiorem polum)? Re. quia globulo aliquantum ab axe diſtanti non tam cito communicari poteſt celeritas, quam aquæ; hinc penes aquam eſt victoria, maſſam ſupplente celeritate.

*Coroll. I.* Menſura proinde vis centrifugæ eſt $MC$, ſive maſſa ducta in celeritatem. Vel ideo, ſi $M = m$, erunt earundem vires centrifugæ in ratione directa celeritatum; & ſi $C = c$, erunt in ratione directa maſſarum.

*Coroll. II.* Si $T = t$, eſt $C : c = S : s$ (§. 92. *Schol. IV.*). Spatia decurſa a corporibus gyrantibus ſunt peripheriæ, vel arcus; ergo celeritates corporum gyrantium ſunt ut peripheriæ, vel arcus. Corpora quo longius ab Æquatore diſtant, hoc minorem peri-

 phe-

pheriam communi cum terra motu vertiginis abſolvunt (eſt enim figura terræ ad polos compreſſa, ad Æquatorem protuberans); ergo majori celeritate feruntur ad Æquatorem, quam ad polos; quocirca vim centrifugam majorem eſſe oportet ad Æquatorem, quam ad polos. Quia vero vis centrifuga conſiderari poteſt ut contraria gravitati, & veluti de ea aliquid detrahens, hinc graviora ſunt corpora ad polos, quam ad Æquatorem. Rem geometrice, ſed dilucide ſic exponit *Boskovichius: Sit fig. 37., in qua P, p ſint poli terræ, A B diameter Æquatoris terreſtris habens pro centro centrum terræ C, ac D E ſemi-diameter paralleli cujusvis circuli, cujus centrum erit in E in axe P p, eo remotius a centro terræ C, quo locus D fuerit remotior ab Æquatore A, & proprio polo P.*

*Inprimis, quoniam in quovis circulari motu vis centrifuga dirigitur ad partes oppoſitas centro circuli deſcripti, in A dirigetur ad partes oppoſitas centro Terræ C per A C, in D ad partes oppoſitas centro circuli E per E D. Gravitas autem ubique dirigitur, ſaltem ad ſenſum, ad centrum terræ C, nimirum in A per A C, in D per D C. Cum igitur directio C A ſit penitus contraria directioni A C; & directio E D eo minus opponatur directioni D C, quo punctum D magis recedit ab Æquatore A, & accedit ad polum P: patet ſub Æquatore vim centrifugam eſſe penitus contrariam vi gravitatis, in aliis autem locis minus directe ipſi opponi; & eo minus, quo magis receditur ab Æquatore, & acceditur ad polum.*

*Præterea ubi plures circuli eodem tempore deſcribuntur, vires centripetæ ſunt* (vide §. 184. Coroll. V.) *ut circulorum radii, quibus viribus vires centrifugæ æquantur (§. 170.). Quare vis centrifuga in D erit ad vim centrifugam in A, ut D E ad A C, ſive proxime ad D C, nempe ut ſinus D P (nimirum ſinus di-*

*ſtantiæ*

*ſtantiæ loci a polo) ad radium. Ea autem ratio eo minor eſt, quo locus D magis recedit ab Æquatore A, & magis accedit ad polum P, eo magis decreſcente D E. Igitur ipſa vis centrifuga ſub Æquatore quidem eſt maxima, tum in acceſſu ad polum eo minor, quo magis ad ipſum polum acceditur.*

*En igitur duo capita, ex quibus vis centrifuga eo minus detrahit de gravitate, quo magis ad polum acceditur. Quia nimirum quo magis acceditur ad polum, eo magis decreſcit ipſa vis centrifuga, quæ in ipſo polo evadit nulla; & quia eo minus directe opponitur gravitatis directioni ipſius directio.*

§. 173. *Quacunque lege acceleretur, aut retardetur motus, is tempuſculo infinite parvo pro æquabili haberi poteſt*; nam ſpatium *tempuſculo infinite parvo* decurſum itidem infinite parvum eſt, quod ſi in ſe tantum ſpectetur, nulla in eo concipi poteſt velocitatis inæqualitas, nullusque flexus, quantumvis ſi cum ſequentibus comparetur, poſſit ſeu celeritatis, ſeu directionis mutatio aliqua concipi. *Ex eadem infinitæ parvitatis ratione quiscunque arcus infiniteſimus pro recta haberi poteſt.*

§. 174. *Quacunque lege acceleretur, aut retardetur motus, ſemper is tempuſculo quovis minimo, ſed adhuc finito, pro motu uniformiter accelerato, aut retardato haberi poterit. Dem:* In motu uniformiter accelerato ſpatia ſunt ut quadrata temporum (§. 160.); atqui etiam ſpatia *quacunque vi centripeta* verſus centrum deſcripta ſunt ut quadrata inſtantium, in

quæ breviſſimum illud tempus dividi poteſt; ergo. Pr. m. Sint P, Q, p, tria puncta arcus minimi curvæ cujusvis *APD* (fig. 38.) poterunt arcus illi infinite parvi *P Q*, *Q p*, in quos diviſus fuit arcus *P Q p*, haberi pro *uniformiter* deſcriptis (§. præc.); ergo ſpatia *P Q*, *P p* ſunt ut partes parvi illius temporis *t*, quo deſcriptus fuit arcus *P Q p*, computando ab inſtanti, quo corpus erat in *P*. Agatur jam *P K* tangens arcus *P Q p*; exhibebit ea directionem, qua corpus ſola vi projectili animatum moveretur. E virium centro *S* ducantur radii vectores *S P*, *S R*, *S F* uſque ad tangentem producti; inde patebit 1mo: lineis *Q R*, *p F* deſignari effectus vis centripetæ, his enim lineolis corpus ſola vi tangentiali impulſum recederet a centro motus ſui. 2do: Radios vectores *S P*, *S Q*, *S F* poſſe abſque ullo errandi periculo haberi pro parallelis, ponuntur enim infinite propinqui. Denique per illa tria puncta *P*, *Q*, *p*, deſcribatur circulus *P B N*; arcus *P Q p* erit etiam arcus curvæ *A P D*, hinc circulus ille curvam oſculari dicitur. Ex puncto *P* ducatur diameter *P N*, quæ perpendicularis erit ad tangentem *P K* & circulo, & curvæ communem (*per Geom.*); ſimul ex punctis *Q*, *p* ducantur *Q I*, *p i* perpendiculares ad eandem *P K*; item *Q E*, *p H* perpendiculares ad diametrum *P N*. Poſtremo agantur *Q N*, *p N*.

His ita conſtitutis ſic arguo: △la *P Q N*, *P p N* ſunt rectangula (inſiſtunt enim diametro

metro circuli, & lineolæ $PQ$, $Pp$ ſint ſenſibiliter rectæ, utpote ex hypoth. infinite parvæ). Quod ſi e ſingulorum △lorum angulis rectis demittatur perpendicularis, erit $EPQ \backsim PQN$, & $HPp \backsim PpN$ (per Geom.); quare $EP : PQ = PQ : PN$; & $PQ^2 = EP \times PN$; item $HP : Pp = Pp : PN$, & $Pp^2 = HP \times PN$. Quia vero æqualia ad æqualia eandem dicunt rationem; habetur $PQ^2 : Pp^2 = EP \times PN : HP \times PN, = EP : HP$ (terminos ſcilicet rationis ſecundæ per eandem quantitatem $PN$ dividendo); & quia $EP = QI$, tum $Hp = pi$ fiet $PQ^2 : Pp^2 = QI : pi$. Sed etiam △la $RQI$, & $FPI$ ſunt ſimilia; nam propter parallelas $QI$, & $pi$, angulus externus æquatur interno ad eandem partem oppoſito, hinc $Fip = RIQ$; ex eadem ratione angulus $IRQ =$ angulo $iFp$, cum ſimiliter $pF$, & $RQ$ ſint parallelæ; quocirca $Qi : pi = QR : pF = PQ^2 : Pp^2$ (per ax. III, §. I.); ergo cum lineæ $QR$, & $pF$ deſignent effectus vis centralis, $PQ$ autem, & $Pp$ tempora, patet: in cujusvis curvæ arcu minimo effectus vis centralis eſſe ut quadrata temporum; proinde.

*Coroll.* Semper in motu uniformiter accelerato $v = \frac{s}{tt}$ (§. 160. *Coroll. IX.*); hic igitur $v = \frac{pF}{tt}$; & ſi $T = t$, erit $v = pF$.

§ 175. *Pro varia vis centripetæ, & tangentialis attemperatione, & combinatione deſcribi poteſt quævis curva*; quævis enim curva (ut habet *Auctor Breviarii Aſtron.*) determinatur per certam in dato puncto inflexionem, & per ejusdem inflexionis variationem in punctis ſequentibus juxta determinatam legem; e. c. parabola differt ab ellipſi per variam inflexionem in vertice, & in punctis ſequentibus. Atqui *pro varia projectionis, & gravitatis combinatione* poteſt, imo debet haberi *varia curvæ inflexio* tam in vertice, quam in ſequentibus punctis; ergo. Pr. m. hoc major, aut minor eſt inflexio illa, ſeu curvedo, quo magis, aut minus mobile deflectere cogitur a tangente; vel ab immobili centro motus. Deflectit autem magis, aut minus 1mo: *pro varia quantitate vis centripetæ*; nam quo major eſt vis centripeta, hoc magis recedit mobile a *tangente*, & contra. 2do: *pro varia velocitate projectionis*, quæ quo minor fuerit, hoc minus recedet mobile *a centro motus ſui*, & contra. 3tio: *pro varietate angulorum*, ſub quibus vis centripeta, & vis projectilis conſpirant; nam ſi directio alterius ad alteram fuerit ad angulum *acutum*, habebitur acceſſus mobilis ad centrum motus: ſi ad *obtuſum*, habebitur receſſus. Ergo cum in infinitis gradibus major aut minor eſſe poſſit vis centripeta relate ad vim projectionis, cumque diverſiſſimæ haberi poſſint ſeu virium directiones, ſeu projectionum celeritates, patet va-

rie

vio attemperatis, & combinatis viribus illis quamvis curvedinem haberi poſſe. Nec modo *in vertice* varia curvedo obtinere poteſt, ſed & *in punctis deinceps poſitis*; nam ſi lex gravitatis in variis a centro diſtantiis varia fuerit, naſcetur curvedo, ut volueris, varia.

§. 176. *Si directio vis centripetæ ad vim projectionis*, ſive *ſi radius vector cum tangente facit angulum acutum*, *habetur acceſſus mobilis ad centrum virium*; nam ſit *L P* directio tangentis (fig. 39.); aſſumpto arcu *L B* infiniteſimo, ductisque rectis *C B*, & *L B* erit tam angulus *LCB*, quam *P L p* infiniteſimus, uterque enim evaneſcit abeunte *B* in *L*. Eſt vero adhuc acutus angulus *CLB*, ut patet, qui idcirco dato aliquo angulo a recto differet; proinde etiam acutus erit externus *CBp*, qui cum æqualis ſit duobus internis oppoſitis ſimul ſumptis, ab eo differt per infiniteſimum *LCB*. Erit igitur *CBL* obtuſus, & latus *CB*, quod obvertitur minori angulo, minus latere *CL*; ergo diſtantia imminuitur, hacque imminuta habetur acceſſus ad centrum virium.

II. *Si radius vector cum tangente faciat angulum obtuſum*, *habetur receſſus a centro virium*. Sit iterum *L P* directio tangentis ad angulum obtuſum (fig. 40.); ducta *CB*, & *L p*, cujus pars aliqua ſubtendat arcum *L B*, conſur-

get △lum $CLB$ obtuſangulum ad $L$, quare anguli ad $B$, & $C$ erunt acuti; majus igitur erit latus $CB$, quam $CL$; proindeque diſtantia mobilis aucta fiet receſſus a centro virium.

*Schol.* Si quis neget angulum $CLB$ obtuſum eſſe, ducatur $EO$ perpendicularis ad $CL$; patebit angulum $BEC$ componi ex $OEC$ recto, & $BEO$ acuto.

III. *Si radius vector cum tangente continet angulum rectum, habetur jam acceſſus, jam receſſus, jam denique diſtantia mobilis manet eadem, prout velocitas projectionis fuerit minor, vel major, vel aequalis reſpectu ejus velocitatis, quae per dimidium diſtantiae a centro virium acquireretur vi, quae ibi habetur in curva.* Ad projectionis directionem $LP$ ducatur parallela $Ko$ (fig. 41.). Patet intervallo $CL$ viribus quibusdam deſcribi poſſe circulum (§. *praeced.*), cujus portio ſit $Ln$. In hoc circulo velocitas eſſe debet tanta, quantam mobile acquireret cadendo motu uniformiter accelerato ex $L$ per dimidium radii $LC$ (§. 185.); effectus autem velocitatis a ſola vi tangentiali provenientis eo tempore, quo ſola vi gravitatis decurreretur $LK$, eſt $Li = Kn$; ergo ſi velocitas fuerit minor, ejus effectus eodem tempuſculo erit $Km = Le$; ſi major, ejus effectus erit $Ko = LP$, proinde in primo caſu punctum $m$ jacebit intra circulum, eoque ipſo minuetur diſtantia $Cn$; in altero caſu

caſu punctum *o* jacebit extra circulum, eo-que ipſo augebitur diſtantia illa *Cn*, quæ in circulo = *CL*.

§. 177. *Si radius vector cum tangente faciat angulum acutum, velocitas mobilis in curva revoluti creſcit.* Sit *EG* recta (fig. 42.), quam corpus deſcriberet ſola vi projectili, aut præcedenti velocitate per vim inertiæ. Sit *EF* recta, quam corpus deſcriberet unico impulſu vis centripetæ *per tempuſculum infiniteſimum ordinis primi.* Sit denique directio vis tangentialis ad centripetam ſub angulo acuto. Tum ducatur *HM* perpendicularis ad *EG*: cadet punctum *M* ultra *G*; quare portio *GM* erit infinite parva infinitate ejusdem ordinis, cujus eſt *GH*, ad quam ſe habet ut coſinus anguli *HGM* ad radium; vel cujus eſt *HM*, ad quam ſe habet ut idem coſinus anguli *G* ad coſinum ejusdem anguli *HGM*. Eſt autem *GH*, ſive *EF infiniteſima ordinis ſecundi* (cum ſpatia ab omnibus corporibus libere deſcendentibus confecta ſint ut quadrata temporum, hic vero tempuſculum *per factam hypotheſin* ſit *infiniteſimum ordinis primi*); quare etiam *GM*, & *HM* erunt infiniteſimæ ordinis ſecundi. Porro ſi radio *EH* concipiatur deſcribi circulus, qui productæ *EG* occurrat in *N* & *n*, habebitur proportio: *Mn* : *MH* = *MH* : *MN* (demonſtrant enim Geometræ: quod perpendicularis e quovis peripheriæ circularis puncto

cto demiſſa ad diametrum ſit media proportionalis inter ſegmenta diametri); ſi ergo *Mn* ſit infiniteſima primi ordinis; & *MH* infiniteſima ſecundi ordinis, erit *MN* infiniteſima tertii ordinis, quia $\frac{1}{\infty} : \frac{1}{\infty 2} = \frac{1}{\infty 2} : \frac{1}{\infty 3}$; cumque pars infiniteſima tertii ordinis negligi poſſit relate ad infiniteſimam ſecundi ordinis, ſicut infiniteſimum primi ordinis negligi poteſt relate ad finitum: erit *GM* = *GN*.

Jam *EG* deſignat velocitatem prioris tempuſculi, quæ per vim inertiæ continuata altero tempuſculo exhibet velocitatem, aut vim projectilem. *EH* deſignat velocitatem altero illo ſequente tempuſculo genitam viribus *EG*, & *EF*; proinde eſt *EG* ad *GN*, ſicut velocitas præcedentis tempuſculi *ad ſuū incrementum* (in circulo enim radii omnes æquantur, adeoque *EH* = *EN*); quare cum præcedente tempuſculo velocitas fuerit finita, ejus incrementum *tempuſculo infiniteſimo ordinis primi*, erit etiam *infiniteſimum ordinis primi*. Sique in polygono, quod evaneſcentibus temporum intervallis, & figuræ lateribus in curvam continuam abit, *finito aliquo tempore*, angulus fuerit acutus, velocitatis incrementum erit *finitum*, quod cum negligi non poſſit, dicendum: *viribus ad angulum acutum conſpirantibus velocitatem mobilis in quavis curva revoluti creſcere.*

Schol.

*Schol.* Ne, oro, monſtra quæpiam in cerebro ſuo depingat Tyro auditis vocibus: *infiniteſimum ordinis primi*, aut *ſecundi*, vel *tertii*. Portio infinite parva finitæ quantitatis, dicitur *infiniteſima ordinis primi*. Hujus infiniteſimæ pars iterum infiniteſima dicitur *infiniteſima ordinis ſecundi*. Iſtius tandem iterum infiniteſima alia nuncupatur *infiniteſima tertii ordinis*. Exemplis a theſauro, vel mari, vel prægrandi monte petitis, ſat commode iſtud illuſtrari poteſt.

II. *Si radius vector cum tangente faciat angulum obtuſum, velocitas decreſcit.* Datis, ut prius, rectis *E G*, & *E F*, ſit directio alterius ad alteram ſub angulo obtuſo (fig. 43.). Si ducetur *H M* perpendicularis ad *E G*, cadet punctum *M* citra *G*; quare *G M* erit denuo infiniteſima ejusdem ordinis, ac *G H*, & *H M*; cumque *G H* ſit infiniteſima ſecundi ordinis, etiam *G M*, & *H M* infiniteſima ordinis ſecundi eſſe debet. Denuo centro *E*, intervallo *E H*, deſcribatur circulus tranſiens per puncta *N*, & *n*; fietque *M n* : *M H* = *M H* : *M N*: ubi rurſum *M N* erit infiniteſima tertii ordinis (iisdem plane de cauſſis, quas ſupra recitavi); proinde neglecto *M N*, adhuc manebit *G N* infiniteſima ordinis ſecundi. Eſt autem hoc loco *G N* *decrementum* velocitatis præcedentis, quod *tempuſculo infiniteſimo ordinis primi* & ipſum eſt *infiniteſimum ordinis primi*, adeoque tempuſculo *finito finitum*; quod cum negligendum non ſit, ſtatuendum: *Si in polygono, aut curva quavis radius vector cum tangente faciat angulum obtuſum, velocitatem mobilis decreſcere.*

III.

III. *Si radius vector cum tangente efficiat angulum rectum, velocitas mobilis conſtanter eadem perſeverat.* Cæteris ut ſupra poſitis videbis perpendicularem *H M* (fig. 44.) cadere in ipſum *G*; quare *G M* præſente caſu erit nulla; ſed *H M* erit infiniteſima ordinis ſecundi, ſicut *E F*. Ducto rurſum circulo fiet $Mn : MH = MH : MN$; ubi *M N* eſt infiniteſima tertii ordinis; quare & *G N*, quæ prorſus eadem eſt cum *M N*, manebit infiniteſima tertii ordinis. Quia vero *G N* exhibet incrementum velocitatis præcedentis, quæ finita fuit, incrementum illud, *tempuſculo infiniteſimo primi ordinis* factum, erit *infiniteſimum ſecundi ordinis*; *tempore* autem *finito* acceptum, erit *infiniteſimum primi ordinis*, quod relate ad quantitatem finitam negligi poteſt. Ergo *ſi directio tangentis ad radium vectorem fuerit ſub angulo recto, velocitas mobilis eadem perſeverabit.*

*Schol.* Inde facile eruitur ſolutio *problematis ſequentis*: *Determinare celeritatis incrementum, vel decrementum ſingulis tempuſculis.* Nam ſi dicatur E G (ſpatium, quod priore tempuſculo confectum fuit) = *S*; ſi tempuſculum = *T*; celeritas proximo tempuſculo habita = *C*; ejus incrementum, vel decrementum = *c*; vis autem = *V*; quia ſemper $T = \frac{S}{C}$ (§. 91. *Schol. III.*), item quia $GH = VTT$ (§. 160. *Cor. VIII.*); erit $GH = \frac{VSS}{CC}$. Eſt vero G H ad

GM,

*GM, ut radius ad ſinum complementi anguli* $HGN$; *ergo ſi radius* $= 1$, & *coſinus* $= n$, erit $1 : n = HG$ ad $GM$; & quia $GH$ (per ante dicta) $= \frac{VSS}{CC}$ fiet $1 : n = \frac{VSS}{CC} : \frac{nVSS}{CC}$. Porro cum $EG$ deſignet ſpatium priore tempuſculo confectum, & $GN$, vel $GM$ incrementum, vel decrementum ſpatii (incrementum quidem fig. 42.; ſed decrementum fig. 43.), erit ſpatium $EG$ ad ſui incrementum, vel decrementum, ſicut celeritas ad ſui incrementum, vel decrementum; ſive $S : \frac{nVSS}{CC} = C : \frac{nVS}{C}$; ergo $c = \frac{nVS}{C}$. Denique: cum $\frac{S}{C} = T$, habetur $c = nVT$. h. e. *incrementum, vel decrementum celeritatis eſt directe ut vis, & coſinus anguli,* quem tangens efficit cum directione vis, & ut *tempuſculum.*

§. 178. Theoria virium centralium, in quacunque curva incedat mobile, ſic habet: *Si corpus juxta directionem quamcunque projectum ſimul urgeatur ſingulis tempuſculis verſus punctum aliquod extra projectionis directionem poſitum, deſcribet latera cujuſdam polygoni* (fig. 45.). Projiciatur enim corpus ex $A$ in $B$, ita, ut dato tempuſculo decurrat $AB$; ſimulque eodem tempuſculo urgeatur vi centripeta verſus $C$, ſic tamen, ut eodem illo tempuſculo ſola vi gravitatis impulſum decurreret $AD$;

cor-

corpus hoc ex $A$ urgebitur duabus viribus, quarum directiones $AB$, $AD$; quare motu compoſito deſcribet diagonalem $AE$. Si in fine primi tempuſculi ceſſaret actio vis centripetæ, ſecundo æquali tempuſculo corpus ſola vi inertiæ abiret per $EG = AE$; ſed ponitur non ceſſare, ponitur iterum corpus urgeri verſus $C$ juxta directionem $EF$; proinde iterum deſcribet diagonalem $EH$. Similiter tertio tempuſculo ſola vi inertiæ abiret per $HK = EH$; & ſola vi centripeta per $HI$; iterum ergo motu compoſito feretur per $HL$. Et ſic tempuſculo 4to per $LO$, 5to per $OR$ &c. Sed hæ diagonales efficiunt polygonum; ergo.

*Schol.* Concipitur hic vis centripeta (monet *Boscovichius*) agens per intervalla initio ſingulorum tempuſculorum æqualium; quo initio producat ſimul totam eam velocitatem, quam actione continua per totum ipſum tempuſculum produceret, quo quidem caſu deſcribitur polygonum quoddam, ut deinde imminutis intervallis in infinitum, donec penitus evaneſcant, evaneſcentibus ſimul lateribus polygoni habeatur curvatura continua orta ex continuo, & indeſinenti impulſu vis centripetæ.

*Coroll. I.* Si tempuſcula, & polygoni latera concipiantur infinite parva, ita ut numerus eorum infinite augeatur, magnitudo autem infinite minuatur, & actio vis centripetæ ſit continua, non modo polygonum abibit in curvam lineam, ſed & directio vis projectilis evadet hoc caſu tangens curvæ; nam producatur latus quodvis infinite parvum $OR$ in $S$ & $T$, coeuntibus punctis $O$, $R$; erit $ST$ tangens curvæ;

væ ; habebit enim proprietatem tangentis, quæ eſt, *ut ſit recta omnium proxima arcui, ita, ut inter eam, & arcum alia recta duci non poſſit, ſed aliqua ſaltem ſui parte immergatur intra curvam; unde etiam conſequitur unicam eſſe tangentem curvæ datæ in dato quovis puncto; cum nimirum unica tantummodo proxima eſſe poſſit.* Boſkovich.

*Coroll. II.* Polygoni lateribus infinite parvis ſubſtitui poſſunt in perimetro arcus infinite parvi iisdem reſpondentes. Quæcunque igitur de iſtis dicam, de his quoque intellecta volo, cum nihil differant ad ſenſum.

*Coroll. III.* Dum mobile per polygonum incedens ex *A* transfertur in *E*, deſcribit radio vectore aream △li *ACE* (*radium* enim *vectorem* appello lineam *AC*, vel *EC* a centro motus ductam ad illud orbitæ punctum, in quo mobile exiſtit). Similiter ergo ſi mobile in perimetro curvæ cujuscunque incedat, deſcribet radio vectore aream ſectoris *ACE* (nam *ſectorem* voco partem curvæ comprehenſam duobus radiis, & arca).

§. 179. *Corpus in quovis polygoni perimetro incedens deſcribit radio vectore æqualibus temporibus æquales areas.* *Dem.* in fig. præc. △la *ACE*, *ECH*, *HCL* &c. ſunt æqualia; nam 1mo: △lum *ACE* æquatur △lo *ECG* (quia habent æqualem baſim, & altitudinem; ſi enim per *C* concipiatur duci parallela ad *AG*, jacebunt ambo inter eaſdem parallelas; ergo habent eandem altitudinem; tum quia *AE* = *EG*, habent ſimiliter eandem baſim). Porro △lum *ECG* = △lo *ECH* (ma-

(manente enim eadem baſi *EC* habent eandem altitudinem, cum ſint inter easdem parallelas *EF*, & *GH*); ergo *per ax. IV.* §. 1. *ACE* = *ECH*. Pari ratione demonſtrabis △la *HCL*, *LCO*, *OCR* æqualia eſſe. Sed hæc △la ſunt areæ æqualibus temporibus decurſæ; ergo.

*Schol. I.* Theorema iſtud, quod cum ſequenti Corollario *Regula prima Kepleriana* dicitur, eſt præcipuum Aſtronomiæ Phyſicæ fundamentum: altum proinde animo defigenda cum adjunctis Corollariis omnibus; quorum maximus uſus erit.

*Schol. II.* Facile eſt demonſtrare inverſum theorema: *Si mobile in polygoni perimetro incedens æqualibus temporibus deſcribat areas æquales, urgebitur viribus ad idem centrum commune tendentibus.* Nam producatur *AE* in *G* (*fig. præc.*) ſic, ut *AE* = *EG*; fiet *ECG* = *ECA*; proinde = *ECH*. Cumque △la hæc baſim habeant æqualem, erunt ejusdem altitudinis, h. e. erunt inter easdem parallelas, conſequenter *GH* parallela *EC*. Jam ſi ducatur *HF* parallela ipſi *EG*, habebitur motus per *EH* reſolutus in duos alios; ſcilicet per *EG*, qui provenit a vi inertiæ, & per *EF*, qui oritur a vi tendente in centrum *C*. Pro ſequentibus △lis eadem eſt demonſtratio.

*Coroll. I. Areæ, quas verrit radius vector, ſunt temporibus proportionales.* Si enim radius vector æqualibus temporibus deſcribit areas æquales, duplo tempore percurret duplas, triplo triplas, atque ita ſemper areæ erunt ut tempora, h. e. temporibus proportionales.

Coroll.

*Coroll. II. Etiam corpus in cujusvis curvæ perimetro incedens deſcribit æqualibus temporibus æquales areas* (§. præc. Coroll. II.), *& vel inde temporibus proportionales.*

*Coroll. III. Velocitas in uno quovis latere eſt ad velocitatem in alio quovis, ut eſt illud latus ad illud aliud.* Nam quia omnia latera ejusdem polygoni æqualibus tempuſculis decurruntur, eſt $C : c = S : s$ (§. 91. Schol. IV.); ſpatium vero decurſum eſt latus; ergo $C : c = L : l$.

*Schol. III.* Nihil intereſt, quanta ſit velocitas projectionis primæ; quæcunque enim illa ſit, ſemper velocitas in quovis latere mutabitur in eadem ratione, in qua mutatur velocitas in latere primo.

*Coroll. IV. Si* $T = t$, *corporis in polygoni, vel curvæ cujuslibet perimetro moti celeritates in diverſis orbitæ punctis ſunt inverſe ut perpendicula e centro virium ad tangentes, ſi opus erit, productas, demiſſa:* h. e. hoc major erit celeritas mobilis, quo minus perpendiculum, & viciſſim. *Dem.* Si $T = t$, deſcribet radius vector æqualibus temporibus æquales areas. Sint jam duo tempuſcula, quorum altero radius vector deſcribat △lum $x$, cujus altitudo vocetur $A$, baſis $B$; altero △lum $y$, cujus altitudo $a$, baſis $b$. Fiet per *Math.* $x = \frac{AB}{2}$ & $y = \frac{ab}{2}$.

Cumque $x = y$ (§. *præſ.*) erit etiam $\frac{AB}{2} = \frac{ab}{2}$, proinde per *ax. VI. Ar.* $AB = ab$. Facta æqualia ſolvendo in proportionem obtinebitur $B : b = a : A$. Sunt vero altitudines ipſa perpendicula, baſes autem exhibent ſpatia æqualibus temporibus confecta, quæ

in motu æquabili ſunt ut celeritates; proinde tam ſpatia, quam celeritates ſunt inverſe ut perpendicula. *Breviter*: quia $AE$, & $EH$ percurruntur eodem tempore (*fig. præced.*) habetur △lum $ACE = ECH$; in △lis autem æqualibus baſes ſunt reciproce ut altitudines, ſeu perpendicula (*per Geom.*); ergo $AE : EH = EC : AC$. *Subſ.* Atqui $AE$, & $EH$ denotant ſpatia eodem tempore decurſa, proindeque celeritates; $EC$, & $AC$ ſupponuntur eſſe perpendicula; ergo. *Dices*; ſolum in motu æquabili, ſi $T = t$, ſpatia ſunt ut celeritates; atqui non in quavis curva, duntaxat in circulari habetur motus æquabilis; ergo. R. quacunque lege acceleretur, aut retardetur motus *tempuſculo infinite parvo*, ſemper pro æquabili haberi poteſt (§. 173.).

*Schol. IV.* Dixi: celeritates ſunt inverſe, ut perpendicula ad tangentes, *ſi opus erit, productas* demiſſa; ſunt enim in △lis æqualibus baſes univerſe ut *altitudines*, quas metimur *perpendiculis*. Hinc celeritas in quovis puncto $L$ ejuſdem curvæ, eſt in ratione reciproca perpendiculi $CP$ e centro virium ducti in tangentem $SLT$ (fig. 47.) tranſeuntem per ipſum punctum $L$; non autem in ratione inverſa radii vectoris $CL$.

*Coroll. V. Si $T = t$, celeritates corporis in circulo moti ubique ſunt æquales.* In circulo enim æquantur radii omnes; iſti vero ſunt perpendicula e centro figuræ ad tangentes demiſſa (*per Geom.*).

*Coroll. VI. Si non habetur $T = t$, aut ſi generaliter motus in una curva conferendus ſit cum motu in quavis alia curva, celeritates corporis in polygoni, vel curva cujusvis perimetro moti ſunt in ratione compoſita ex directa areolarum, & inverſa perpendiculorum.*

Dem.

*Dem.* Sint priora duo △la: $x = \frac{AB}{2}$, & $y = \frac{ab}{2}$; ergo $2x = AB$, & $2y = ab$ (§. 1. *ax. VI.*): proinde $B = \frac{2x}{A}$, & $b = \frac{2y}{a}$; & quia ſimpla ſunt ut dupla, fiet $B = \frac{x}{A}$, & $b = \frac{y}{a}$; ſconſequenter $B : b = \frac{x}{A} : \frac{y}{a}$. Q. E. D. nam $B$, & $b$ notant celeritates; $x$ & $y$ ſunt △la, ſeu areæ △lorum radio vectore deſcriptorum; $A$ & $a$ ſunt altitudines, quas *perpendiculis* metimur; denique fractiones $\frac{x}{A}$ & $\frac{y}{a}$ indicant rationem compoſitam ex directa areolarum, & inverſa altitudinum.

*Coroll. VII. Tempus periodicum mobilis in quacunque curva incedentis eſt directe ut area orbis integri deſcribendi, & inverſe ut area Sectoris tempore dato deſcripti.* Cum enim radius vector æquales areas verrat æqualibus temporibus, tempus integræ revolutionis eo majus eſſe debet, quo major eſt orbis integri area, & minor illius portio dato tempore deſcribitur. *Breviar. Aſtron.* Si ergo tempus illud dicatur $T$, area orbis integri $A$, Sector $S$, erit $T = \frac{A}{S}$. h. e. $T : t = \frac{A}{S} : \frac{a}{s}$; proinde $T : t = As : aS$.

*Schol. V.* Juverit doctrinam hic expoſitam exemplo illuſtri a⸗plicare. Quia radius vector deſcribit areas temporibus proportionales, facile conficies: illud eſſe centrum motus, circa quod areæ temporibus proportionales deſcribuntur. Tales deſcribit *Luna* circa terram, ſatellites *Jovis* circa Jovem; *terra* igitur eſt centrum, in quod tendit Luna; *Jupiter*, in quod ſatellites. Tum recte affirmaveris: ſi quis planetarum idem tempus impendit ad progrediendum ex *A* in *E*, quod ex *E* in *H*, areas Aſtronomicas *A C E*, *E C H* æquales eſſe; cave tamen, inferas: ergo ſpatia, & celeritates ſunt æquales. Areæ eodem tempore confectæ non deſignant ſpatia, neque celeritates. Immo: quia poſitis areis æqualibus celeritates ſunt inverſe ut perpendicula, *ſic argues*: ergo, quo Planeta eſt Soli tanquam centro ſuo vicinior, hoc major eſt illius celeritas: quo remotior, hoc minor velocitas. IIdo: ergo ſi Planeta revolvatur in ellipſi *A E P* (fig. 46.), maximam celeritatem obtinebit in *P*, ubi ſcilicet minimum diſtat a foco: minimam in *A*; mediam in *E* & *D*, hic enim Planeta obtinet *mediam diſtantiam* (quæ idcirco *media* dicitur, quia ſi ex centro *figuræ* erigatur perpendicularis ellipſi occurrens in *E*, tum ſi ex foco ducatur *S E*, linea *S E* eſt *media Arithmetica* inter maximam, & minimam Planetæ diſtantiam a Sole. Huic reſpondet celeritas media). IIItio: ergo qua proportione Planeta in ellipſi revolutus deſcendit a puncto *A* ad *P*, h. e. *ab apſide ſumma ad imam*, eadem proportione ſemper majus ſpatium percurrit eodem tempore; hinc ſi in puncto *A* uno v. g. minuto percurrit arcum *A B*, delatus ad punctum *B* uno etiam minuto conficiet arcum *B C*, & longitudo arcus 1mi erit ad longitudinem 2di, ut perpendicularis a Sole ducta in tangentem arcus 2di ad illam arcus 1mi; nam areæ *A S B*, & *B S C*, eodem tempore deſcriptæ ſunt æquales; ergo quantum altitudo primi △li ſuperat alti-

altitudinem ſecundi, tantundem baſis adi ſuperare debet baſim uni, ut hoc pacto fiat compenſatio, & △la reducantur ad æqualitatem. IVto: ergo, qua proportione Planeta deſcendit, eadem proportione creſcit celeritas (creſcunt enim ſpatia eodem tempore confecta); & contra: qua proportione Planeta aſcendit, eadem decreſcit celeritas.

## De motu in circulo.

§. 180. *Ut corpus in orbita circulari moveatur, animari debet geminis viribus: tangentiali, & centripeta, vel quacunque alia huic æquipollente* (id enim ad omnem curvam requiri, alias dictum eſt); *quas tamen ſic demperari oportet, ut velocitas corporis in circulo incedentis ubique maneat eadem, ac uniformis.* Nam, cum in cujusvis trajectoriæ puncto quovis celeritates ſint inverſe ut perpendicula, perpendicula autem (quæ ſunt ipſi radii) in circulo omnia ſint æqualia, etiam velocitates in quibuscunque circuli punctis eſſe debent æquales; iſtud vero a certa virium attemperatione pendere ex continuo dicendis manifeſtum fiet.

§. 181. *Vis altera alteram nunquam elidat*; ſecus enim corpus aut eliſa vi centripeta abibit per tangentem, aut eliſa vi projectili ruet in centrum.

§. 182. *Vis centripeta ad projectilem relata infinite parva eſſe debet.* Deſignet enim (fig.

29.) $AL = MB$ vim projectilem, tum $LM$ vim centripetam. Invenietur $MB$ eſſe mediam proportionalem inter $MD$, & $ML$; atqui $MB$ eſt infinite parva reſpectu $MD$; ergo etiam $LM$ reſpectu $MB = AL$.

§. 183. *Directiones vis projectilis, & centripetæ conſpirent ſub angulo recto*; fac enim, conſpirent ſub angulo acuto, creſcet velocitas corporis in circulo moti; conſpirent ſub angulo obtuſo, decreſcet (§. 177.). 2do: ubi directio vis tangentialis ad centralem eſt ſub angulo acuto, habetur acceſſus corporis ad centrum virium; ubi ſub angulo obtuſo, habetur receſſus (§. 176.). Utrumque adverſatur motui circulari, in quo & velocitas ubique eſſe debet uniformis, & diſtantia corporis a centro manere eadem.

§. 184. *Vis centripeta eſſe debet in ratione compoſite ex directa duplicata celeritatum, & inverſa ſimplice radiorum*, vel ut alii efferunt: *vis centripeta eſt ut quadratum celeritatis applicatum ad radium* (ſive diviſum per radium circuli). Quare ſi vis gravitatis dicetur $V$, celeritas $C$, radius $R$, fiet $V = \frac{CC}{R}$. *Dem.* Sit mobile in quovis peripheriæ circularis puncto $B$ (fig. 48.), quod vi projectili $BF$, & centripeta $BG$ impulſum deſcribat arcum $BE$; qui ſi aſſumatur infinite parvus non

diſ-

differt a chorda. Jam ex $E$ demittatur perpendicularis $EG$, erit $\triangle$lum $CEB \sim EGB$ (quia ſi ex vertice anguli recti ad hypothenuſam demittatur perpendicularis, dividit ea $\triangle$lum in duo alia tam toti, quam ſibi mutuo ſimilia). Conferendo latera homologa fiet $CB : EB = EB : GB$; proinde

$$GB = \frac{EB^2}{CB}.$$ Atqui vero $GB$ deſignat vim centripetam; $EB$ eſt ſpatium, ac proinde celeritas (nam ſi $T = 1$, eſt $C : c = S : 1$); $CB$ eſt radius; ergo $V = \frac{CC}{R}$.

*Coroll. I.* $GB$ eſt ſinus verſus arcus $BE$ infinite parvi (eſt enim pars radii intercepta inter ſinum rectum $EG$, & arcum $EB$); *ergo ſinus verſus metitur vim centripetam.*

*Coroll. II.* Eadem vis centripeta, ſeu vis gravitatis $= \frac{M}{DD}$ (§. 163. *Coroll. IV.*); hic vero eadem gravitas $= \frac{CC}{D}$; ergo (*per ax. IV.* §. 1.) $\frac{M}{DD} = \frac{CC}{D}$; ergo $M = \frac{CCDD}{D} = CCD$ (*per ax. VI.* §. 1.). Hinc patet: *cognita velocitate corporis circa aliud gyrantis, ejusque diſtantia a centro motus, cognoſci maſſam corporis attrahentis.*

*Schol. I.* Si quis neget angulum $CEB$ rectum eſſe, ſic eum convinces: arcus $EB$ ponitur infinite parvus; ergo etiam angulus $ECB$, cujus menſura eſt $EB$, eſt infinite parvus, qui ſi negligatur (negligi autem poteſt infiniteſimus), erunt anguli $CEB$, & $CBE$ ſimul ſumpti æquales duobus rectis, cum cujusvis △li omnes anguli ſimul ſumpti adæquent duos rectos *per Geom.* Porro in △lo Iſoſceles anguli ad baſim ſunt æquales; hic ergo $CEB = CBE$: ac proinde uterque rectus.

Obiter innuo: ob eandem infinitam parvitatem anguli $C$ (fig. 45.) lineas $AC$, & $BC$ poſſe aſſumi ut parallelas; nam ſi quando anguli duo interni ad eandem partem oppoſiti adæquant duos rectos, habetur paralleliſmi criterium.

*Schol. II.* Iterum tædii levandi cauſſa, quod e rebus abſtractis naſci ſolet, utilitatisque commonſtrandæ gratia doctrinam hanc ad materiam Philoſopho digniſſimam applicabo. Spectentur corpora planetaria, eorumque vires centrales examinentur; quæ quidem corpora, licet non ferantur circa Solem in orbitis circularibus, ſed ellipticis, tamen eorundem orbitæ ſine erroris periculo ſumi poſſunt pro circularibus, Solem habentibus in centro; ſunt enim planetarum ellipſes parum omnino excentricæ, ac proinde ad figuram circularem proxime accedunt; hinc vero applicari poſſunt corporibus iſtis in ellipſi motis ea, quæ de circulo dicta ſunt. Sed primum, ut video, duo mihi conſtituenda ſunt: *tempus periodicum*, quod planeta quivis impendit ad decurrendam orbitam ſuam, & *orbitæ cujusvis radius*, qui diſtantiam a Sole deſignet. Utar interea calculo *Hugenii*, quo tamen ſi probatiorem alium ſubinde reperiam, aſſumere non morabor. Sit igitur Sol in centro mundi conſtitutus; circa hunc revolvatur in circulo omnium minimo

Mer-

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Mercurius | *diebus* | 88 | *in diſtantia* | 11000000 *leuc.* |
| Venus | . | 225 | . | 21000000 |
| Terra | . | 365 | . | 30000000 |
| Mars | . | 687 | . | 44000000 |
| Jupiter | . | 4332 | . | 156000000 |
| Saturnus | . | 10759 | . | 282000000 |

Ut cognoſcantur vires centrales, quibus hæc corpora animantur verſus Solem, detegendæ ſunt velocitates ipſorum, quæ deinceps ad ſecundam dignitatem elevatæ dividi debent per diſtantiam, quia vis centralis $= \frac{CC}{R}$. Celeritas invenietur, ſi ſpatium percurſum dividetur per tempus periodicum, nam $C = \frac{S}{T}$.

Spatium vero, quod decurritur, eſt orbita cujusque planetæ hactenus ignota; quia tamen orbitis, ſive peripheriis proportionales ſunt radii, qui ſunt ipſæ diſtantiæ, dividantur radii per tempora revolutionum ſingulis planetis propriarum, qua in operatione tuto negligi poſſunt tres ultimi diſtantiarum omnium Zeri, adhuc enim manebit mutua diſtantiarum relatio eadem.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Erit Celeritas Mercurii | = | 125 | & CC | = | 15625 |
| Veneris | = | 97 | . | = | 9409 |
| Terræ | = | 82 | . | = | 6724 |
| Martis | = | 6[illegible] | . | = | 4356 |
| Jovis | = | 36 | . | = | 1296 |
| Saturni | = | 2[illegible] | . | = | 676 |

Data celeritate, & celeritatis quadrato facile determinatur vis, qua ſinguli Planetæ in Solem tendunt, dividendo quadrata celeritatum per diſtantias, ſive radios circulorum a Planetis deſcriptorum, in quibus ſex ultimi Zeri iterum ſalva diſtantiarum ratione negligi poſſunt. Obtinebitur

Om.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Gravitas Mercurii in Solem | = | fere | 1426 |
| Veneris - | = | fere | 428 |
| Terræ - | = | prope | 224 |
| Martis - | = | | 99 |
| Jovis - | = | prope | 8 |
| Saturni - | = | prope | $2\frac{1}{2}$ |

Iſtam virium centralium rationem ſolicite examinavit *Newtonus*, & feliciter comperit, magnoque Aſtronomorum bono adnotavit: vires centrales duorum quorumvis Planetarum eſſe in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a Sole, ſeu: *vim centralem 1mi eſſe ad vim centralem 2di, ut quadratum diſtantiæ 2di a Sole ad quadratum diſtantiæ 1mi ab eodem Sole.* Resne ita ſe habeat, experiamur: Conferantur Planetæ duo: *Terra*, & *Jupiter*; erit ex hypotheſi 224 : 8 = 24336 : 900 (ubi *termini rationis primæ* deſignant gravitationes *Terræ*, & *Jovis* in Solem: *rationis ſecundæ*. reciprocas earundem duplicatas a Sole diſtantias, neglectis 6. ultimis Zeris diſtantiarum ſimplicium). Si *Newtoni* proportio obtineat, erit factum mediorum = facto extremorum; quæ quidem facta licet non omnino æqualia ſint (oritur enim 201600, & 194688), parum tamen ab æqualitate abſunt, neutiquam abfutura, ſi in calculis ſuperioribus fractiones neglectæ non fuiſſent.

*Coroll. III. Vis centralis, qua corpus in eodem circulo urgetur; constans eſt, ac uniformis*; corpus enim in circulo æquabiliter movetur; & æqualibus tempuſculis æquales areas deſcribit; ergo. Hinc

$$\frac{cc}{r} = \frac{1}{1}.$$

*Coroll. IV. Si diverſi circuli eodem tempore percurrantur, erunt vires directe ut radii*; nam cum mobile in circulo moveatur æquabiliter, erunt celeritates

tes ut ſpatia eodem tempore decurſa, ſive ut peripheriæ; quæ cum proportionales ſint radiis, etiam celeritates iisdem radiis proportionales erunt; h. e. $C = R$. Jam revocata æquatione principe $V = \frac{CC}{R}$, factaque ſubſtitutione fiet $V = \frac{RR}{R} = R$.

*Coroll. V.* *Si diverſi circuli eadem celeritate percurrantur, erunt vires centrales inverſe ut radii*; cum enim in circulis omnibus celeritas ſit conſtans, obtinebitur $V = \frac{CC}{R} = \frac{1}{R}$.

*Coroll. VI.* *Si diverſi circuli diverſis celeritatibus percurrantur, erunt vires centrales in ratione compoſita ex directa radiorum, & reciproca duplicata temporum.* Seu erit $V = \frac{R}{TT}$. Eſt nempe in omni motu æquabili $C = \frac{S}{T}$, & $CC = \frac{SS}{TT}$; hic $CC = \frac{RR}{TT}$. Cum ergo $V = \frac{CC}{R}$, facta ſubſtitutione habebitur $V = \frac{RR}{TTR} = \frac{R}{TT}$.

*Coroll. VII.* *Si $R = r$, erunt vires centrales in ratione reciproca duplicata temporum periodicorum*; cum enim ſit $V : v = Rtt : rTT$, dividendo terminos rationis ſecundæ per $R = r$, habebitur $V : v = tt : TT$.

Coroll.

*Coroll.* VIII. *Si diverſi circuli eadem celeritate percurrantur, erunt tempora periodica directe ut radii.* Cum enim in motu circulari, qui æquabilis eſt, ſpatia, ſive peripheriæ, aut radii ſint ut tempora, & viciſſim, fiet $R : r = T : t$.

*Coroll.* IX. *Si diverſi circuli diverſis celeritatibus percurrantur, erunt tempora periodica directe ut radii, inverſe ut celeritates*; nam in omni motu æquabili eſt $T = \frac{S}{C}$; hic ergo $T = \frac{R}{C}$.

*Coroll.* X. *Si celeritates ſint in ratione inverſa diſtantiarum a centro, erunt vires reciproce ut cubi earundem diſtantiarum*; nam ſi $C = \frac{1}{R}$, erit $CC = \frac{1}{RR}$. Semper autem $V = \frac{CC}{R}$; ergo facta ſubſtitutione erit $V = \frac{1}{RRR}$, h. e. $V : v = rrr : RRR$.

*Coroll.* XI. *Si $V = v$, erunt quadrata celeritatum ut radii, proinde celeritates in ratione directa ſubduplicata radiorum*; quia enim $V = \frac{CC}{R}$, & ex hypot. $V = v$: erit $\frac{CC}{R} = \frac{cc}{r}$; proinde $CCr = ccR$; & $CC : cc = R : r$. Q.E.D. Tum $C : c = \sqrt{R} : \sqrt{r}$. Q.E.A.

Schol.

*Schol. III.* Infinitus ſim, ſi omnia conſectaria adſcribere velo. Tyro induſtrius ſuamet ipſius opera facile aſſequetur veritates ſequentes: I. $R : r = TC : tc$; hinc II. ſi $C = c$, erit $R : r = T : t$, & ſi $T = t$, erit $R : r = C : c$; ſi $R = r$, erit $TC = tc$; & $C : c = t : T$. III. $\frac{RR}{TT} : \frac{rr}{tt} = CC : cc$. hinc IV. $\frac{CC}{R} : \frac{cc}{r} = \frac{R}{TT} : \frac{r}{tt}$. V. cum $\frac{CC}{R} = \frac{R}{TT}$ erit $V : v = \frac{R}{TT} : \frac{r}{tt}$. VI. Si $V = v$, erit $TT : tt = R : r$, & $T : t = \sqrt{R} : \sqrt{r}$. VII. Si $Rtt = rTT$, erit $V = v$ &c. &c.

§. 185. *Celeritas, qua mobile in circulo revolvitur, eadem eſt, quam motu uniformiter accelerato libere cadendo per dimidium radium acquireret.* *Dem.* In omni circulo $V = \frac{CC}{R}$ (§. præced.), ergo $CC = VR$, & $C = \sqrt{VR}$; quia vero, ubi de rationibus agitur, ſimpla ſunt ut dupla, obtinebitur etiam $C = \sqrt{2VR}$; h. e. $C : c = \sqrt{2VR} : \sqrt{2vr}$. Atqui hæc eadem eſt celeritas, quam corpus motu uniformiter accelerato per dimidiam radii partem acquireret, quod oſtendo: Semper in motu uniformiter accelerato $S = VTT$ (§. 160. *Coroll. VIII.*); hic proinde habebitur $\frac{R}{2} = VTT$; demum $R = 2VTT$. Por-

Porro quia ſpatium dato tempore motu uniformiter accelerato decurſum eſt ſubduplum illius, quod mobile eodem tempore percurreret, ſi *æquabiliter* moveretur velocitate illa *integra*, quam habet *poſt tempus iſtud* (§. 106. *Coroll. IV.*); & quia celeritas eſt ratio ſpatii ad tempus, erit $C = \frac{R}{T}$. Eſt autem $R = 2VTT$, quod paulo ſupra monui; proinde facta ſubſtitutione fiet $C = \frac{2VTT}{T} = 2VT$; hinc $T = \frac{C}{2V}$, & $TT = \frac{CC}{4VV}$; qui valor ſi ſubſtituetur in æquatione principe $\frac{R}{2} = VTT$, fiet $\frac{R}{2} = \frac{VCC}{4VV} = \frac{CC}{4V}$; unde $CC = \frac{4VR}{2} = 2VR$. Denique $C = \sqrt{2VR}$, Q.E.D.

§. 186. *Ad deſcribendum circulum non requiritur, ut vis centripeta ſequatur rationem inverſam duplicatam diſtantiarum, ſed ſufficit quæcunque lex gravitatis, modo ſit æqualis in æqualibus a centro diſtantiis*; corpus enim in peri-

pheria

pheria circuli motum in omnibus orbitæ ſuæ punctis æqualiter a centro diſtat; quare nihil ad motum intereſt, utcunque diverſa ponatur lex gravitatis in diverſis diſtantiis, modo ſit æqualis in æqualibus. Ex eadem ratione, *quod ſcilicet corpus in circulo motum non afficiatur ulla gravitatis inæqualitate*, conficies, ſufficere quamcunque gravitatis legem.

§. 187. *Si vis gravitatis ſequatur rationem inverſam duplicatam diſtantiarum a centro, erunt celeritates in diverſis circulis concentricis* ( proinde & in ellipſibus parum excentricis ) *in ratione reciproca duplicata diſtantiarum*, ſive erunt inverſe ut radices radiorum. *Analytice*:

Si $V = \frac{1}{RR}$, erit $C = \frac{1}{\sqrt{R}}$. *Dem.* Si enim fuerit $V : v = rr : RR = \frac{1}{RR} : \frac{1}{rr}$, erit ſimiliter $\frac{CC}{R} : \frac{cc}{r} = \frac{1}{RR} : \frac{1}{rr}$ ( cum $V = \frac{C^2}{R}$ ); proinde $\frac{CC}{R} = \frac{1}{R^2}$. Quantitates æquales per eandem quantitatem $R$ dividendo, obtinebis $CC = \frac{R}{R^2} = \frac{1}{R}$; Tum $C = \frac{1}{\sqrt{R}}$.

§. 188. *Viciſſim; Si* $C = \frac{1}{\sqrt{R}}$, *erunt vires in ratione reciproca duplicata diſtantiarum;* nam ſemper in circulo $V = \frac{C^2}{R}$; cum ergo in facta hypotheſi $C = \frac{1}{\sqrt{R}}$, conſequenter $CC = \frac{1}{R}$, erit $V = \frac{1}{RR}$, ſeu vires erunt inverſe ut quadrata diſtantiarum.

*Schol.* Notarunt Aſtronomi: Planetarum celeritates eſſe inverſe ut radices diſtantiarum, quidni igitur recte intulerint eorum gravitationes in Solem eſſe in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

§. 189. *Si gravitas ſequatur dictam rationem, erunt quadrata temporum periodicorum ut cubi diſtantiarum.* *Dem.* dato, quod $V = \frac{1}{RR}$, fiet $\frac{1}{RR} = \frac{R}{TT}$ (ſemper enim in circulo $V = \frac{S}{TT} = \frac{R}{TT}$ §. 160. *Cor. IX.*). Quare $T^2 = R^3$; h. e. $T^2 : t^2 = R^3 : r^3$

*Coroll.*

*Coroll.* *In eadem hypotheſi tempora periodica ſunt ut radices quadratæ triplicatarum diſtantiarum*; nam quia $TT : tt = RRR : rrr$, utrinque extrahendo radicem quadratam fiet $T : t = \sqrt{RRR} : \sqrt{rrr}$.

§. 190. *Si fuerint quadrata temporum ut cubi diſtantiarum, erunt vires centrales in ratione reciproca duplicata diſtantiarum*; cum enim $V = \frac{R}{TT}$ (§. 160. *Coroll.* IX.); ſi fuerit $T^2 = R^3$, erit $V = \frac{R}{R^3} = \frac{1}{RR}$.

*Schol.* I. Quoniam Planetæ primarii circa Solem, & ſecundarii circa primarios moventur in orbitis proxime circularibus; & quia quadrata temporum periodicorum ſunt ex *Keppleri* inventis ut cubi diſtantiarum, hinc primo *Newtonus* collegit (teſte *Boskovichio*), urgeri primarios cum ſecundariis in Solem, ſecundarios in primarios *viribus decreſcentibus in ratione reciproca duplicata diſtantiarum*.

*Schol.* II. Sed cui uſui tanta iſta theorematum ſeries? Dicam: maximo. Singula cumprimis attinent ad motum aſtrorum, materiam Philoſopho ſane digniſſimam. His, atque præcipue poſtremis aliquot, quæ regulæ ad a *Keppleri* audiunt, innititur omnis theoria *Aſtronomiæ Newtonianæ*. Eorundem applicationem vide Part. II, *Sect. I. C. I. pag.* 30., & 31. Mirabor, ſi ſine voluptate leges.

*Schol.* III. Maſſarum rationem habendam eſſe in motu, dixi alias; hic tamen, ubi theoria præſens potiſſime reſpicit motum aſtrorum, conſulto earun-

 dem.

dem non nemini propterea, quod vis gravitatis proportionata non ſit maſſis *attractis*, ſed *attrahentibus*. Quod ſi machinarum ope vires centrales experiri continget, etiam maſſarum ratio habenda erit, & monente *Graveſandio* ſequentia theoremata locum habebunt: I. *Si duorum corporum & diſtantiæ a centro motus, & tempora periodica æqualia ſint; vires centrales erunt ut maſſæ.* II. *Si tempora periodica, & maſſæ æquales ſint, vires ſequentur rationem diſtantiarum.* III. *Si poſitis iisdem temporibus periodicis tum maſſæ, tum diſtantiæ a centro inæquales ſint, vires erunt in ratione ex iis compoſita.* IV. *Si in eadem hypotheſi maſſæ ſint in ratione reciproca diſtantiarum, erunt vires æquales.* V. *Si tum maſſæ, tum diſtantiæ a centro utrinque eadem ſint, vires erunt in ratione reciproca duplicata temporum periodicorum.* VI. *Generatim vires centrales erunt in ratione compoſita ex directa maſſarum, ac diſtantiarum a centro, & reciproca duplicata temporum periodicorum.*

## De motu in aliis Sectionibus Conicis.

§. 191. *Si mobile vi projectili, & centripeta ad focum tendente ellipſim deſcribit, ejus vis centripeta variat variata diſtantia: creſcit in minore, decreſcit in majore*; h. e. ubi corpus ab apſide ſumma deſcendit ad imam, creſcit gravitas: ubi ab apſide ima aſcendit ad ſummam, decreſcit. *Demonſtr.* Sit area $ASa = DSd$ (fig. 49.); Quia radius vector æqualibus temporibus æquales areas verrit, & viciſſim (§. 179.), neceſſe eſt eodem tempore deſcribi

ſcribi arcus $Aa$, & $Dd$; hinc quo tempore corpus in $D$ ſola vi projectili impulſum recederet a foco $S$ quantitate $dn = De$, eodem tempore in $A$ ſola vi projectili animatum recederet ab eodem foco $S$ quantitate $me = Ac$. Iterum: quo tempore corpus in $D$ urgente ſola vi centripeta ad focum $S$ accederet quantitate $De$, eodem tempore ceſſante vi projectili in $A$ accederet quantitate $Ac$. Sunt itaque $De$, & $Ac$ ſpatia, quæ mobile ſola vi centripeta impulſum deſcriberet eodem tempore. Atqui $De > Ac$, quia $Dd > Aa$; ergo. Cumque vires ſint ut ſpatia eodem tempore confecta, erit vis in $D$, h. e. in diſtantia minore major; in $A$, ſeu in diſtantia majore minor.

*Schol.* Dixi: $De > Ac$; *quia* $Dd > Aa$; finge enim $De < Ac$, aut $= Ac$, nunquam deſcribetur arcus $Dd$, *manente eadem directione vis projectilis in utraque apſide.*

§. 192. *In quacunque Sectione Conica quadratum celeritatis eſt ut vis, ut ſinus anguli, quo directio vis inclinatur ad tangentem, & ut radius circuli oſculatoris* (dicitur autem hoc loco circulus curvam oſculari, dum per tria ejus puncta infinite propinqua tranſit). *Dem.* Sint tria cujusvis curvæ puncta ſibi infinite propinqua $A$, $E$, $H$, (*fig.* 50.), per quæ agatur circulus oſculator $HQA$, cujus centrum in $C$, & cujus perimetro in $Q$, & $P$ occurrant rectæ $GH$, $EF$. Tum per duo curvæ

 illius

illius puncta $A$, & $E$ ducatur recta $AG$; item ex $C$ agatur $CR$ perpendicularis ad $EP$, quæ ipſam $EP$ bifariam ſecabit in $R$ (*per Geom.*). Denique ex eodem centro $C$ ducatur ad peripheriæ punctum $E$ recta $EC$. His poſitis continuo liquet: rectam $AEG$ infinite parum diſtare a poſitione tangentis; atque adeo rectam $CE$ haberi poſſe ut perpendicularem ad $AEG$ (*per Geom.*); quare angulus $AEC = REC + ECR$; cumque idem $AEC = AER + REC$, fiet: $AER + REC = REC + ECR$; utrinque ſubtrahendo angulum $REC$, erit $AER = ECR$, cujus ultimi ſinus cum ſit $ER$, etiam erit prioris, quem efficit *directio vis cum tangente.* Quodſi jam radius ſumatur $= 1$, & ſinus anguli $AER = m$; ſique recta $CE$ dicatur $= R$, naſcetur proportio ſequens: $1 : m = R : mR$, h. e. ſicut $CE$ ad $ER$; quare $ER = mR$, & $EP$, cui æquivalet infinite vicina $GQ = 2mR$. Porro eſt $GH \times GQ = EG \times AG$ (nam ſi e puncto quopiam $G$ ducantur duæ ſecantes $GQ$, & $GA$, erunt ſegmenta $GH$, & $GE$ extra circulum poſita integris ſecantibus reciproce proportionalia; proinde habebitur primum proportio $GH : EG = AG : GQ$; tum $GH \times GQ = EG \times AG$). Igitur pro $GH$ ſubſtituendo valorem $\frac{VS^2}{C^2}$ (§. 160. *Coroll. VIII.*), & pro $GQ$ ſubſtituendo $2mR$; item

item pro $EG$ ponendo $S$, & pro $AG$ (quæ dupla eſt ipſius $EG$) ponendo $2S$, obtinebitur $\frac{VS^2}{C^2} \times 2mR = S \times 2S$. Quantitates æquales utrinque multiplicando per $C^2$, & dividendo per $2S^2$, fiet $mRV = C^2$. Q.E.D.

*Schol. I.* Quia $mR$ deſignat rectam $ER$, quæ eſt dimidium chordæ, quam circulus oſculator e directione vis abſcindit, perinde fuerit, ſi dicas: *quadratum velocitatis eſſe ut vim, & chordam, quam circulus oſculator ex directione vis centripetæ abſcindit*; ſunt enim dupla, ut ſimpla.

*Schol. II.* Quia $CC = VmR$, erit $V = \frac{CC}{mR}$; ſeu, *vis centralis erit ut quadratum celeritatis directe, & reciproce ut dimidia chorda, quam circulus oſculator abſcindit a directione vis ipſius.* Dimidiæ chordæ ſubſtitui poteſt integra, cum (*ubi de rationibus agitur*) ſimpla ſint ut dupla.

*Coroll.* Theorema hoc admodum elegans eſt, fertiliſſimumque pulcherrimarum veritatum, quarum aliquas ſubjicio: Imo: Cum in curvis omnibus $C = \frac{A}{P}$ (§. 179. *Coroll. IV.*) erit $CC = \frac{AA}{PP}$; proinde $mRV = \frac{AA}{PP}$ (§. 1. *axiom. IV.*), & $mRVPP = AA$, aut $V = \frac{AA}{mRPP}$. II. Inſpecta figura 46.

97. patet obtinere hanc proportionem: ut radius ad ſinum anguli $CLP$, ita $CL$ ad $CP$; ſive: ſi radius ponatur $= 1$, ſinus anguli $CLP = m$, diſtantia $CL = D$, perpendiculum $CP = P$, fiet $1 : m = D : P$; ergo $mD = P$, & $m = \frac{P}{D}$. Quo valore ſubſtituto in æquatione $CC = mRV$, erit $CC = \frac{PRV}{D}$; & $CCD = PRV$; tum $\frac{CCD}{PR} = V$. Sique idem valor ſubſtituetur in formula $AA = mRVPP$, fiet $AA = \frac{PPPRV}{D}$; ergo $AAD = PPPRV$, & $V = \frac{AAD}{PPPR}$; h. e. *Vis ubicunque in curvis quibuscunque eſt in ratione compoſita ex directa duplicata areolæ dato quovis tempore deſcripta, & ſimplici directa diſtantiæ a centro virium, tum reciproca triplicata perpendiculi e centro in tangentem demiſſi, & reciproca ſimplice radii circuli oſculatoris.* III. Radius oſculi eſt in ratione reciproca triplicata perpendiculi e centro in tangentem demiſſi (ut docetur *in elementis Sectionum Conicarum*), ſive $R = \frac{1}{PPP}$. Valore hoc in poſtrema formula ſubſtituto fiet: $V = \frac{AADPPP}{PPP} = AAD$. Cum igitur in eadem quacunque curva areæ æqualibus temporibus deſcriptæ ſemper ſint æquales (§. 179.), omiſſo termino conſtanti $AA$, habebitur $V = D$, h. e. *vis reſpiciens centrum* e. c. *ellipſeos eſt directe ut diſtan-*

*diſtantia, a centro.* Superſedeo pluribus recitandis, quæ qui volet, *Boskovichium* adeat *in Supplem. ad Philoſ. Stayanam*; ſed Matheſim probe calleat, oportet.

§. 193. *Si deſcribatur quævis Sectio Conica, virium centro exiſtente in foco, erit vis centralis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum*; ſeu $V = \frac{1}{DD}$. *Dem.* In ellipſi, & hyperbola perpendiculum *e foco* in tangentem demiſſum eſt ad ſemiaxem transverſum, ſicut puncti contactus diſtantia a foco eſt ad perpendiculum *e centro* in tangentem demiſſum (*per elem. Sect. Con.*); quare ſi perpendiculum e foco in tangentem demiſſum dicatur $= P$, ſemiaxis transverſus $= 1$ (eſt enim quantitas conſtans), diſtantia puncti contactus a foco $= D$, fiet $P : 1 = D : \frac{D}{P}$; h. e. perpendiculum *e centro* in tangentem demiſſum $= \frac{D}{P}$. Cum vero radius circuli oſculatoris ſit in ratione reciproca triplicata hujus perpendiculi, erit $R = \frac{D3}{P3}$; quo valore (in formula $V = \frac{A2D}{P3R}$) pro $R$ ſubſtitu-

ſtituta fiet : $V = \frac{A^2\, DP^3}{D^3\, P^3} = \frac{A^2}{D^2}$. Iterum omiſſo termino conſtanti $A^2$, obtinebitur $V = \frac{1}{DD}$. Q. E. D.

*Coroll.* Etiam in parabola ( in quam ellipſis, & hyperbola abeunt, ubi axis evadit infinitus ) eſt $R = \frac{DDD}{PPP}$; quare etiam in parabola $V = \frac{1}{DD}$. Dicam tamen paulo inferius : ad deſcribendam parabolam omnino requiri, ut vis centralis *eandem directionem*, & *magnitudinem conſtantem* ſervet.

§. 194. *Circulus oſculator abſcindit a directione vis centripetæ quadruplum ejus altitudinis, per quam cadere debet corpus gravitate conſtante ( quam habet in ea diſtantia ) ut acquirat eam celeritatem, qua projiciendum eſt ſecundum datam directionem, ut deſcribat datam Sectionem Conicam ;* h. e. chorda circuli oſculantis Sectionem Conicam, & *tranſiens focum, in quo eſt centrum virium agentium in ratione reciproca duplicata diſtantiarum*, eſt quadrupla dictæ altitudinis. *Dem.* oſculetur circulus Sectionem Conicam in *E* ( *fig præc.* ). Sit centrum virium alicubi in *S*, per quod tranſeat chorda *E P*. Sit denique directio projectionis *E G*. Pono mobile in *E* habere celeritatem, quam acquireret cadendo per *E i*. In da-

ta

ta hypotheſi corpus eodem tempore, quo motum uniformiter accelerando decurrit $E\,i$, motu æquabili conficeret $2\,E\,i$ (§. 160. *Cor.* *IV.*). Iterum eodem aliquo tempore, quo corpus motu uniformiter accelerato deſcribit $GH = EF$, dicta celeritate projectum decurrit $EG$; proinde $Ei$, & $GH$ deſignant ſpatia motu accelerato confecta; tum vero $2\,Ei$, & $E\,G$ ſpatia eadem celeritate æquabiliter deſcripta. Si autem $C = c$, habetur $S : s = T : t$; quare lineis $2\,Ei$, & $E\,G$ exhiberi poſſunt tempora. Jam conferantur ſpatia $Ei$, & $G\,H$, motu uniformiter accelerato deſcripta, quæ ſunt ut quadrata temporum; erit propterea $Ei : GH = 4\,Ei^2 : E\,G^2$. Multiplicentur termini rationis primæ per $GQ$; fieit $Ei \times GQ : GH \times GQ = 4\,Ei^2 : EG^2$. Eſt vero $EG^2 = GH \times GQ$ (ſi enim ex eodem puncto $G$ ducatur altera ſecans, altera tangens, eſt *per Geom.* tangens media proportionalis inter totam ſecantem $GQ$, & ejus ſegmentum $GH$); ergo ſimiliter $4\,Ei^2 = Ei \times GQ$; hinc facta æqualia in proportionem ſolvendo, obtinebitur: $GQ : 2\,Ei = 2\,Ei : Ei$. Quoniam autem $GQ$ infinite vicina ponitur rectæ $EP$, & arcus $EH$ infiniteſimus: ſumi poteſt $GQ = EP$; quorum alterum alteri ſubſtituendo fiet $EP : 2\,Ei = 2\,Ei : Ei$.

Igitur $EP \times Ei = 4\,Ei^2$; & $EP = \frac{4\,Ei^2}{Ei} = 4\,Ei$. Q. E. D.

*Schol.*

*Schol.* I. Si $Ei \times GQ : GH \times GQ = 4 Ei^2 : EG^2$; fiet alternando: $Ei \times GQ : 4 Ei^2 = GH \times GQ : EG^2$; proinde ſi $EG^2 = GH \times GQ$, itidem erit $4 Ei^2 = Ei \times GQ$; nam proportio eſt rationum æqualitas.

*Schol. II.* Quæ hucuſque dixi, illuſtrabuntur ſequenti problemate: *Data quavis curva, & centro virium, in quovis curvæ puncto determinare vim centripetam, & celeritatem projectionis.* *Solutio*: Dato quovis arcu cujusvis curvæ datur *ope Geom.* circulus, qui curvam in dato puncto oſculetur. Datoque centro virium datur chorda circulo oſculatore intercepta, ſeu chorda a dato curvæ puncto *per focum tranſiens*, & ad alterum circularis peripheriæ punctum terminata; hæc ducatur primum; poſtea celeritas corporis in quacunq; curva revoluti invenienda eſt (nam $V = \frac{CC}{mR}$ §. 192. *Schol. II.*). Invenitur autem ope perpendiculi in tangentem ducti (§. 179.), quod data curva ubique datur. Iſtud *ad vim centripetam. Ad celeritatem projectionis* quod facit, dabit eam (*per ante dicta*) quarta pars chordæ &c. Atque hæc generalis eſt ſolutio ad omnes curvas pertingens. *Mirum ſane* (ſcribit Noſter), *quanti uſus ſint theoremata hæc generalia, quæ ad caſus particulares applicata plurima alia præbent & elegantiſſima, & utiliſſima. Sic quoniam, ubi motus fit in circulo cum vi directa ad centrum, angulus vis cum tangente evadit rectus, & chorda, quam circulus oſculator abſcindit a directione vis, eſt ipſius circuli diameter* (cum *per* ejus *centrum* tranſire debeat, & quivis circulus ubique ſui ipſius oſculator ſit); *facile ex theorematis expoſitis derivantur ea omnia, quæ circa vires motuum circularium prodidit Hugenius*, cumprimis *in horologio* ſuo *oſcillatorio.*

Schol.

*Schol. III.* Ad peculiares ſolutiones quod attinet, exhibentur eæ a peculiaribus curvarum naturis. Sic *in ellipſi* jacet punctum *i* inter *S*, & *E*; *in parabola* congruit *i* cum *S*; *in hyperbola* jacet *S* inter *i*, & *E* (*per Geom.*). Sequitur: *Si projectionis celeritas tanta ſit, quantam corpus e loco projectionis ad centrum virium cadendo acquireret manente eadem vi centripeta, deſcribendam eſſe parabolam. Si ea celeritas minor ſit, ellipſim. Si denique major: hyperbolam.* Sed *rem univerſe calculo definire operoſius eſt, quam ut ferre tyrones poſſint*: recito noſtrum *Makò*. Et *Boskovichius*: *non vacat*, ſcribit, *in hujus generalis ſolutionis conſideratione immorari diutius, ex qua ad particulares caſus multo operoſior eſt deſcenſus.* Ego veritati huic clariſſime, quia Tyronibus proponendæ multum inhæſi, hodieque inhæreo; forte . . . . Sufficiat interea cognitio *hiſtorica*, cujus reminiſcentia *ad motum aſtrorum* apprime neceſſaria eſt. *Philoſophica*, ſed Tyronibus perobſcura habetur *in Diſſert. Boskov. de motu corp. attr. in centr. immob.*; item *in Brevi theoria Scherff. de motu project.*

§. 195. *Dum corpus ellipſim decurrens ab apſide ſumma deſcendit, motus ejus identidem acceleratur; dumque ab ima aſcendit, ſemper retardatur.* Nam ſemper in ellipſi perpendicula in tangentes demiſſa decreſcunt pro ratione imminutarum diſtantiarum a foco; proinde cum $C : c = p : P$ (§. 179.), in deſcenſu per orbitam ellipticam motum accelerari neceſſe eſt. Contrarium obtinet in aſcenſu; ergo.

*Coroll. I.* Proinde *in corporis deſcenſu per ellipſim vis projectilis, & centripeta conſpirare debet ſub angulo acuto* (§. 177.); *in aſcenſu ſub angulo obtuſo* (*ibid. N. II*).

*Coroll.*

*Coroll. II.* Rurſum *corpus in ellipſi deſcendens accedit ad centrum virium* (§. 176.); *in aſcenſu recedit* (*ibid.* N. II).

*Schol. I.* His omnibus ex amuſſim cognitis facilem habent explicatum phænomena ſequentia: I. *Planetæ circa Solem* (aut centrum aliquod non longe diſtans a ſuperficie Solis) *moventur in orbibus proxime ellipticis.* Ratio eſt: quod *vi* primum *centri eta* ferantur in Solem (aut centrum aliquod Solis ſuperficiei vicinum), pro ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Tum quod mox a ſui creatione projecti fuerint minore velocitate, quam ſit ea, quam Planetæ acquiſiviſſent e loco projectionis cadendo uſque ad centrum virium manente eadem vi centripeta (§. 194. *Schol. III.*). Alii dicunt: quia minori celeritate projecti fuerint, quam quæ mobili in orbita circulari retinendo ſufficiat. Dicunt idem. II. *Planetæ moventur in orbitis varie excentricis* (dicam vero *Parte II.* §. 9. excentricitatem eſſe diſtantiam centri ellipſeos a foco). ℞. in cauſſa eſt, quod *varia celeritate* projiciantur, quantumvis ſemper minore, quam quæ deſcribendo circulo ſufficiat; item quod *ſub varia directione* vis alterius ad alteram. Quo celeritas projectionis major eſt, aut quo minus angulus acutus abludit a recto, hoc magis orbita elliptica accedit ad circularem. Quæ autem orbitæ magis ad circularem accedunt, earundem *major* eſſe debet *axis conjugatus*, ac propterea *minor excentricitas.* Nam cum in omni ellipſi quævis duæ rectæ ex focis ad idem aliquod perimetri punctum ductæ adæquent axem majorem (*quæ eſt proprietas ellipſeos*) debet profecto majori axi conjugato reſpondere minor excentricitas: minori major; ut conſideranti patet. III. *Planetæ moventur in orbitis varie ad Eclypticam inclinatis.* ℞. etiam iſtud repetendum eſt a varia combinatione vis projectilis cum centripeta. IV. *Planetæ*

*deſcri-*

*deſcribunt areas temporibus proportionales.* ℞. deſcribere debent; nam iſtud in quavis curva fieri debere, docui §. 179. *Coroll. I.*

*Schol. II.* Jam quæſita aliquot expediam, quæ uſui erunt *in motu aſtrorum.* Q. I. *Cur Planetæ in ellipſi circa Solem revoluti, confecta periodo ſua, non easdem inter fixas hærere videntur?* Notarunt enim Aſtronomi: poſt plurium annorum decurſus altiſſimum orbitæ planetariæ punctum (*aphelium* vocant) non easdem inter fixas hærere, quas inter hærebat alias. ℞. tribuendum iſtud *accidentariæ* cauſſæ; ſcilicet: mutua Planetarum omnium attractio eorundem motus ſenſibiliter perturbat; hinc apheliorum progreſſio. Q. II. *Quomodo penes Planetas quadrata temporum periodicorum ſemper ſunt ut cubi diſtantiarum?* ℞. *ad rigorem* loquendo: ſunt ut cubi diſtantiarum duntaxat *mediarum*, in quibus affectiones ellipſcos conveniunt cum affectionibus circuli, qui deſcriberetur media illa diſtantia pro radio aſſumpta. Quoniam vero orbitæ planetariæ *admodum parum excentricæ* ſunt (nam, *Keillio* teſte, excentricitas e. c. orbitæ Telluris complectitur fere 17. earum partium, quarum 1000. complectitur diſtantia media), ſumi poteſt: easdem eſſe affectiones orbitarum planetariarum, quæ ſunt circularium, ac proinde *poſita lege attractionis agentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum* eſſe quadrata temporum periodicorum, ut cubos diſtantiarum. Q. III. *Cur Planetæ ad diſtantias medias delati*, in quibus eædem ſunt affectiones ellipſcos, quæ circuli, *non circulos deſcribunt.* ℞. quia vis tangentialis cum centripeta non conſpirat *ſub angulo recto*, quod tamen circulo conficiendo neceſſarium eſſe docui §. 183. Statuendum itaque: *non omnes*, ſed *pleræque* ellipſium affectiones in diſtantiis *mediis* easdem eſſe, quæ ſunt circulorum. Q. IV. *Si conſpiratio virium ſub angulo recto faciat ad deſcriptionem*

*cir-*

*circuli*, *quid eſt*, *quod ea habita* ( habetur autem in altiſſimo, & infimo ſemitæ ellipticæ puncto, h. e. in apſidibus ) *non deſcribatur circulus*? ℞. quia deficit velocitas projectionis requiſita ad circulum. Q. V. *Si pro varia quantitate vis centripetæ*, *itemque pro varia celeritate projectionis varia eſt orbitarum curvedo* (§. 175.); *quomodo in utraque apſide*, *ubi diverſa habetur & vis centripeta*, *& projectilis*, *eadem eſt orbitæ inflexio*? ℞. quia *non modo a quantitate vis centripetæ*, *& projectionis*, ſed vero etiam *ab angulorum varietate* pendet cujusvis curvæ inflexio ( *ibid.* ), quorum uno deficiente compenſatio fieri poteſt per aliud. Q. VI. *Si Planeta in ellipſi revolutus urgeatur vi centripeta agente pro rat. inv. duplic. diſt.*, *qui fit*, *ut non ſubinde in centrum ſuum delabatur*, e. c. *Luna in terram*, *reliqui Planetæ primarii in Solem*, *ſecundarii in ſuos primarios*? *Sane cum vis centripeta in altiſſimo orbitæ ellipticæ puncto tantæ ſit efficacitatis*, *ut Planetam accedere cogat ad focum*, *fieri neutiquam poterit*, *ut in imo ſemitæ ſuæ puncto recedat a foco*, *ubi pro quadrato imminutæ diſtantiæ vim centripetam augeri neceſſe eſt. Quare facta continenter acceſſione ad focum debet ſubinde in focum delabi*, *neque ellipſim integram deſcribere poteſt*. Hæc eſt ſolennis illa objectatio eorum omnium, qui *Newtoni* placitis adverſantur. ℞. eſt, non abnuo, eſt in infimo ſemitæ ellipticæ puncto *maxima vis centripeta*; at *ſimul maxima eſt Planetæ velocitas*, ac proinde iterum *maxima vis compoſita ex centrali*, *& tangentiali*; cujus *directio* tantum abeſt, ut ad centrum virium tendat, ut potius Planetam ab eodem avertat. Sed hanc, hujusque ſimiles objectiones alias *ad motum aſtrorum* abunde, & ipſis *Boskovichii* verbis diluam. Interea hæc prælibaſſe ſufficiat.

Pa-

# Parergon

## De motu gravium terreſtrium oblique projectorum.

§. 196. *Gravia oblique projecta* (*ſecluſa reſiſtentia aëris, & manente eadem gravitate, ac gravitatis directione*) *deſcribunt parabolam, cujus tangens eſt ipſa projectionis directio A B* (*fig.* 51.). *Dem.* Si grave projiciatur ſecundum *A B*, & interea vi gravitatis urgeatur ſecundum *A R*, urgebitur geminis viribus diverſæ rationis, quarum altera *uniformis* eſt, *accelerans* altera; quare mobile ſola uniformi projectione impulſum ſingulis æqualibus tempuſculis deſcriberet ſpatia æqualia *A C*, *C D*; ſola autem gravitate ſpatia in ſerie numerorum imparium; hinc utrisque viribus animatum eſſe debet primo tempuſculo in *I*, altero in *K*, quæ puncta non jacent in eadem recta (§. 98.), ſed in curva *parabolica*. Nam in motu uniformiter accelerato ſpatia ſunt ut quadrata temporum; tempora autem deſignantur lineis *A C*, *A D* (cum in motu æquabili ſpatia ſint ut tempora); fiet: $AE : AF = AC^2 : AD^2 = EI^2 : FK^2$. Sunt vero *A E*, & *A F* abſciſſæ: *E I*, & *F K* ſemiordinatæ; proinde quadrata ſemiordinatarum ſunt in ratione abſciſſarum, quæ eſt proprietas parabolæ habentis *A R* pro diametro; ergo.

*Schol. I.* Similiter ex parte oppoſita deſcribetur parabola, ſi corpus oblique projiciatur ſecundum directionem *A b*. Nec modo ſi *obliqua*, ſed etiam, ſi *horizontalis* fuerit directio projectionis (*fig.* 52.) parabolam deſcribi neceſſe eſt. Conficitur iſtud probatione eadem, qua paulo mox uſi ſumus. Immo: ſi corpus non quidem projici, ſed alia vi ſecundum rectam horizontalem abripi ponamus, ita tamen, ut interea etiam vi gravitatis deſcendat, iterum parabola deſcribetur *in intervallo non admodum magno*; quare cum *exiguus aliquis circuli terreſtris arcus* pro recta horizontali *ad ſenſum* haberi poſſit, grave quodvis *e loco non nimis alto* deſcendens parabolam deſcribit in hypotheſi terræ motæ. Sed enim: *ductum paraboli cum non obſervamus. Quid ita non?* ℞. in cauſſa eſt, quod una cum terra horizontaliter moveamur motu communi. Sic neque ſi quis navi celeriter propulſa vectus motu communi moveatur, advertit lapidem e ſummitate mali demiſſum curvam deſcribere; advertit autem ſpectator in littore conſtitutus.

*Schol. II.* Hæc corporum *oblique*, aut *horizontaliter* projectorum theoria non obtinet, ubi ſive *aëris reſiſtentia* motum impedit, ſive *gravitatis magnitudo*, aut *directio* non eadem perſeverat. Nempe: *curva*, quam projectile deſcribit in aere, *plurimum recedit a parabola*, & *accedit ad formam hyperbolæ*, *crure ad rectam quandam aſymptoticam accedente in infinitum, quin uſquam congruant; quod quidem accidit potiſſimum in globis minus ponderantibus, vel ubi cum ingenti velocitate, & ſenſibili elevatione fit projectio, ut globus ad ingentem diſtantiam abeat, & reſiſtentia diu agat; nam reſiſtentia de motu ſecundum directionem projectionis accepto perpetuo aliquid detrabit.* Ita *Boſkovichius.* Eadem illa aeris reſiſtentia efficit, ne fluida e vaſis erumpentia, aut aquæ ex anguſtis canalibus directione ad horizontem inclinata proſilientes, curvas atome

para-

paraboliсas deſcribant; ſed duntaxat ad parabolam accedentes. Circa *gravitatem* vero *Idem* notavit ſequentia: *cum gravitas convergat ad Terræ centrum, & decreſcat in ratione recipr. duplic. diſtantiæ ab ipſo, debet deſcribi arcus hyperbolæ, vel ellipſeos habentis ſocum in centro Terræ pro varia velocitate primæ projectionis; quæ tamen in noſtris projectionibus, quas experimur in ſuperficie Terræ, ſemper eſt ita exigua, ut ellipſim inducat, quæ tamen ob immanem diſtantiam alterius foci à vertice proximo alteri foco ad parabolam accedit quam proxime, in quam ellipſis in immenſum oblongata deſinit tandem.*

*Schol. III.* Si arcui $AIKG$ ſubtendatur chorda $AG$, deſignabit ea *diſtantiam*; recta enim, quæ connectit objectum feriens cum feriendo, dicitur *diſtantia ſimpliciter*. Quod ſi ab objecto ſeu feriente, ſeu feriendo demittatur perpendiculum ad horizontem, iſtud dicetur *altitudo jactus*. Recta autem $RG$ inter perpendiculum, & ferientis, aut feriendi locum intercepta, audit *horizontalis diſtantia*, quæ etiam *amplitudo jactus* in horizontali directione vocari ſolet. Porro experientia certum habemus: maximam amplitudinem jactus obtineri ſub directione 45°, aut paullo minore. Directiones aliæ æqualiter a 45° diſtantes (e. c. ſub angulis 60°, & 30°, aut 70°, & 20° &c.) ad eandem jactus amplitudinem grave deferunt manente eadem vi impreſſa, h. e. menſura pulveris pyrii, manentibus eodem tormento, eodemque globi pondere; hinc eſt, quod idem jactus duplici directione fieri poteſt. His prævie conſtitutis ſit

Probl. I. *Data vi impreſſa, ejusque directione horizontali $AB$, & altitudine $AR$* (= 135. ped.) *determinare amplitudinem jactus $RG$. Solutio:* Cum in parabola ſint abſciſſæ ut quadrata ſemiordinatarum,

 ſive

*Schol. I.* Si $Ei \times GQ : GH \times GQ = 4\,Ei^2 : EG^2$; fiet alternando. $Ei \times GQ : 4\,Ei^2 = GH \times GQ : EG^2$; proinde ſi $EG^2 = GH \times GQ$, itidem erit $4\,Ei^2 = Ei \times GQ$; nam proportio eſt rationum æqualitas.

*Schol. II.* Quæ hucuſque dixi, illuſtrabuntur ſequenti problemate: *Data quavis curva, & centro virium, in quovis curvæ puncto determinare vim centripetam, & celeritatem projectionis.* *Solutio*: Dato quovis arcu cujusvis curvæ datur *ope Geom.* circulus, qui curvam in dato puncto oſculetur. Datoque centro virium datur chorda circulo oſculatore intercepta, ſeu chorda a dato curvæ puncto *per focum tranſiens*, & ad alterum circularis peripheriæ punctum terminata; hæc ducatur primum; poſtea celeritas corporis in quacunq; curva revoluti invenienda eſt (nam $V = \frac{CC}{mR}$ §. 192. *Schol. II.*). Invenitur autem ope perpendiculi in tangentem ducti (§. 179.), quod data curva ubique datur. Iſtud *ad vim centripetam. Ad celeritatem projectionis* quod facit, dabit eam (*per ante dicta*) quarta pars chordæ &c. Atque hæc generalis eſt ſolutio ad omnes curvas pertingens. *Mirum ſane* (ſcribit Noſter), *quanti uſus ſint theoremata hæc generalia, quæ ad caſus particulares applicata plurima alia præbent & elegantiſſima, & utiliſſima. Sic quoniam, ubi motus ſit in circulo cum vi directa ad centrum, angulus vis cum tangente evadit rectus, & chorda, quam circulus oſculator abſcindit a directione vis, eſt ipſius circuli diameter* (cum *per* ejus *centrum* tranſire debeat, & quivis circulus ubique ſui ipſius oſculator ſit); *facile ex theorematis expoſitis derivantur ea omnia, quæ circa vires motuum circularium prodidit Hugenius*, cumprimis *in horologio* ſuo *oſcillatorio.*

*Schol.* III. Ad peculiares ſolutiones quod attinet, exhibentur eæ a peculiaribus curvarum naturis. Sic *in ellipſi* jacet punctum *i* inter *S*, & *E*; *in parabola* congruit *i* cum *S*; *in hyperbola* jacet *S* inter *i*, & *E* ( *per Geom.* ). Sequitur: *Si projectionis celeritas tanta ſit, quantam corpus e loco projectionis ad centrum virium cadendo acquireret manente eadem vi centripeta, deſcribendam eſſe parabolam. Si ea celeritas minor ſit, ellipſim. Si denique major: hyperbolam.* Sed *rem univerſe calculo definire operoſius eſt, quam ut ferre tyrones poſſint*: recito noſtrum *Makò*. Et *Boskovichius*: *non vacat*, ſcribit, *in hujus generalis ſolutionis conſideratione immorari diutius, ex qua ad particulares caſus multo operoſior eſt deſcenſus.* Ego veritati huic clariſſime, quia Tyronibus proponendæ multum inhæſi, hodieque inhæreo; forte . . . . Sufficiat interea cognitio *hiſtorica*, cujus reminiſcentia *ad motum aſtrorum* apprime neceſſaria eſt. *Philoſophica*, ſed Tyronibus perobſcura habetur *in Diſſert. Boskov. de motu corp. attr. in centr. immob.*; item *in Brevi theoria Scherff. de motu project.*

§. 195. *Dum corpus ellipſim decurrens ab apſide ſumma deſcendit, motus ejus identidem accelератur; dumque ab ima aſcendit, ſemper retardatur.* Nam ſemper in ellipſi perpendicula in tangentes demiſſa decreſcunt pro ratione imminutarum diſtantiarum a foco; proinde cum $C : c = p : P$ (§. 179.), in deſcenſu per orbitam ellipticam motum accelerari neceſſe eſt. Contrarium obtinet in aſcenſu; ergo.

*Coroll.* I. Proinde *in corporis deſcenſu per ellipſim vis projectilis, & centripeta conſpirare debet ſub angulo acuto* ( §. 177. ); *in aſcenſu ſub angulo obtuſo* ( *ibid.* N. II ).

*Coroll.*

motu æquabili, ſed celeritate finali percurreret $AM$, duplum de $AL$ (§. 160. *Corell. IV.*) $= \frac{1}{2} AN$. Porro cum in motu æquabili, poſita celeritatum æqualitate, ſpatia ſint ut tempora, deſignabuntur tempora per $AM$, & $AC$, quibus temporibus mobile motu accelerato decurrit $AL$, & $CI$. Cumque in motu uniformiter accelerato ſpatia ſint in ratione duplicata temporum, fiet $AL : CI = AM^2 : AC^2$. Eſt vero *ex hypoth.* $AL : AM = AM : AN$; ac proinde $AM^2 = AL \times AN$, quem valorem in priori proportione ſubſtituendo, fiet: $AL : CI = AL \times AN : AC^2$; & $AC^2 \times AL = CI \times AL \times AN$ (nam factum mediorum &c.). Tum utrinque dividendo per $AL$, habebitur $AC^2 = CI \times AN$. Denique facta æqualia ſolvendo in proportionem, erit $AN : AC = AC : CI$. Q. E. D.

*Schol. I.* Theoremati huic innititur inſtrumentum a *Dominico Caſſino* inventum, cujus hodie frequens uſus eſt in jaciendis pilis ignivomis, vulgo *bombis*, quas primus jeciſſe traditur *Comes a Mansfeld* in *Geldriæ* urbem *Wachtendonk A.* 1588. Non pauci utuntur *Semi-circulo Torricelliano*, aut emendato *quadrante antiquo Pyrobolariorum*.

*Schol. II.* Me tacente intelligunt omnes eſſe $AC = EI$ ſemiordinatæ, & $CI = AE$ abſciſſæ. Quare $AN$ eſt parameter diametri $AR$, nam quævis *tertia proportionalis ad abſciſſam* quamcunque, & *re-*

*ſpon-*

*deſcribunt areas temporibus proportionales.* ℞. deſcribere debent; nam iſtud in quavis curva fieri debere, docui §. 179. *Coroll. I.*

*Schol. II.* Jam quæſita aliquot expediam, quæ uſui erunt *in motu aſtrorum.* Q. I. *Cur Planetæ in ellipſi circa Solem revoluti, confecta periodo ſua, non eaſdem inter fixas hærere videntur?* Notarunt enim Aſtronomi: poſt plurium annorum decurſus altiſſimum orbitæ planetariæ punctum (*aphelium* vocant) non easdem inter fixas hærere, quas inter hærebat alias. ℞. tribuendum iſtud *accidentariæ* cauſſæ; ſcilicet: mutua Planetarum omnium attractio eorundem motus ſenſibiliter perturbat; hinc apheliorum progreſſio. Q. II. *Quomodo penes Planetas quadrata temporum periodicorum ſemper ſunt ut cubi diſtantiarum?* ℞. *ad rigorem* loquendo: ſunt ut cubi diſtantiarum duntaxat *mediarum*, in quibus affectiones ellipſcos conveniunt cum affectionibus circuli, qui deſcriberetur media illa diſtantia pro radio aſſumpta. Quoniam vero orbitæ planetariæ *admodum parum excentricæ* ſunt (nam, *Keillio* teſte, excentricitas e. c. orbitæ Telluris complectitur fere 17. earum partium, quarum 1000. complectitur diſtantia media), ſumi poteſt: easdem eſſe affectiones orbitarum planetariarum, quæ ſunt circularium, ac proinde *poſita lege attractionis agentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum* eſſe quadrata temporum periodicorum, ut cubos diſtantiarum. Q. III. *Cur Planetæ ad diſtantias medias delati*, in quibus eædem ſunt affectiones ellipſcos, quæ circuli, *non circulos deſcribunt.* ℞. quia vis tangentialis cum centripeta non conſpirat *ſub angulo recto*, quod tamen circulo conficiendo neceſſarium eſſe docui §. 183. Statuendum itaque: *non omnes*, ſed *pleraſque* ellipſium affectiones in diſtantiis *mediis* easdem eſſe, quæ ſunt circulorum. Q. IV. *Si conſpiratio virium ſub angulo recto faciat ad deſcriptionem*

*cir-*

*circuli*, *quid eſt*, *quod ea habita* ( habetur autem in altiſſimo, & infimo ſemitæ ellipticæ puncto, h. e. in apſidibus ) *non deſcribatur circulus?* ℟. quia deficit velocitas projectionis requiſita ad circulum. Q. V. *Si pro varia quantitate vis centripetæ*, *itemque pro varia celeritate projectionis varia eſt orbitarum curvedo* (§. 175.); *quomodo in utraque apſide*, *ubi diverſa habetur & vis centripeta*, *& projectilis*, *eadem eſt orbitæ inflexio?* ℟. quia non *modo a quantitate vis centripetæ*, *& projectionis*, ſed vero etiam *ab angulorum varietate* pendet cujusvis curvæ inflexio ( *ibid.* ), quorum uno deficiente compenſatio fieri poteſt per aliud. Q. VI. *Si Planeta in ellipſi revolutus urgeatur vi centripeta agente pro rat. inv. duplic. diſt.*, *qui fit*, *ut non ſubinde in centrum ſuum delabatur*, e. c. *Luna in terram*, *reliqui Planetæ primarii in Solem*, *ſecundarii in ſuos primarios?* *Sane cum vis centripeta in altiſſimo orbitæ ellipticæ puncto tantæ ſit efficacitatis*, *ut Planetam accedere cogat ad focum*, *fieri neutiquam poterit*, *ut in imo ſemitæ ſuæ puncto recedat a foco*, *ubi pro quadrato imminutæ diſtantiæ vim centripetam augeri neceſſe eſt. Quare facta continenter acceſſione ad focum debet ſubinde in focum delabi*, *neque ellipſim integram deſcribere poteſt.* Hæc eſt ſolennis illa objectatio eorum omnium, qui *Newtoni* placitis adverſantur. ℟. eſt, non abnuo, eſt in infimo ſemitæ ellipticæ puncto *maxima vis centripeta*; at *ſimul maxima eſt Planetæ velocitas*, ac proinde iterum *maxima vis compoſita ex centrali*, *& tangentiali*; cujus *directio* tantum abeſt, ut ad centrum virium tendat, ut potius Planetam ab eodem avertat. Sed hanc, hujuſque ſimiles objectiones alias *ad motum aſtrorum* abunde, & ipſis *Boskovichii* verbis diluam. Interea hæc prælibaſſe ſufficiat.

Pa-

# Parergon
## De motu gravium terreſtrium oblique projectorum.

§. 196. *Gravia oblique projecta* (*ſecluſa reſiſtentia aëris, & manente eadem gravitate, ac gravitatis directione*) *deſcribunt parabolam, cujus tangens eſt ipſa projectionis directio AB* (*fig.* 51.). *Dem.* Si grave projiciatur ſecundum *AB*, & interea vi gravitatis urgeatur ſecundum *AR*, urgebitur geminis viribus diverſæ rationis, quarum altera *uniformis* eſt, *accelerans* altera; quare mobile ſola uniformi projectione impulſum ſingulis æqualibus tempuſculis deſcriberet ſpatia æqualia *AC*, *CD*; ſola autem gravitate ſpatia in ſerie numerorum imparium; hinc utriſque viribus animatum eſſe debet primo tempuſculo in *I*, altero in *K*, quæ puncta non jacent in eadem recta (§. 98.), ſed in curva *parabolica*. Nam in motu uniformiter accelerato ſpatia ſunt ut quadrata temporum; tempora autem deſignantur lineis *AC*, *AD* (cum in motu æquabili ſpatia ſint ut tempora); fiet: $AE : AF = AC^2 : AD^2 = EI^2 : FK^2$. Sunt vero *AE*, & *AF* abſciſſæ: *EI*, & *FK* ſemiordinatæ; proinde quadrata ſemiordinatarum ſunt in ratione abſciſſarum, quæ eſt proprietas parabolæ habentis *AR* pro diametro; ergo.

*Schol. I.* Similiter ex parte oppoſita deſcribetur parabola, ſi corpus oblique projiciatur ſecundum directionem *Ab.* Nec modo ſi *obliqua*, ſed etiam, ſi *horizontalis* fuerit directio projectionis (*fig.* 52.) parabolam deſcribi neceſſe eſt. Conficitur iſtud probatione eadem, qua paulo mox uſi ſumus. Immo: ſi corpus non quidem projici, ſed alia vi ſecundum rectam horizontalem abripi ponamus, ita tamen, ut interea etiam vi gravitatis deſcendat, iterum parabola deſcribetur *in intervallo non admodum magno*; quare cum *exiguus aliquis circuli terreſtris arcus* pro recta horizontali *ad ſenſum* haberi poſſit, grave quodvis e *loco non nimis alto* deſcendens parabolam deſcribit in hypotheſi terræ motæ. Sed enim: *ductum parabolicum non obſervamus. Quid ita non?* R. in cauſſa eſt, quod una cum terra horizontaliter moveamur motu communi. Sic neque ſi quis navi celeriter propulſa rectus motu communi moveatur, advertit lapidem e ſummitate mali demiſſum curvam deſcribere; advertit autem ſpectator in littore conſtitutus.

*Schol. II.* Hæc corporum *oblique*, aut *horizontaliter* projectorum theoria non obtinet, ubi ſive *aëris reſiſtentia* motum impedit, ſive *gravitatis magnitudo*, aut *directio* non eadem perſeverat. Nempe: *curva*, quam projectile deſcribit in aere, *plurimum recedit a parabola*, & *accedit ad formam hyperbolæ*, *rectæ ad rectam quandam aſymptoticam accedente in infinitum, quin uſquam congruant; quod quidem accidit potiſſimum in globis minus ponderantibus, vel ubi cum ingenti velocitate, & ſenſibili elevatione fit projectio, ut globus ad ingentem diſtantiam abeat, & reſiſtentia diu agat; nam reſiſtentia de motu ſecundum directionem projectionis accepto perpetuo aliquid detrahit.* Ita *Boskovichius.* Eadem illa aëris reſiſtentia efficit, ne fluida e vaſis erumpentia, aut aquæ ex anguſtis canalibus directione ad horizontem inclinata proſilientes, curvas atque

para-

parabolicas deſcribant; ſed duntaxat ad parabolam accedentes. Circa *gravitatem* vero *Idem* notavit ſequentia: *cum gravitas convergat ad Terræ centrum, & decreſcat in ratione recipr. duplic. diſtantiæ ab ipſo, debet deſcribi arcus hyperbolæ, vel ellipſeos habentis ſocum in centro Terræ pro varia velocitate primæ projectionis; quæ tamen in noſtris projectionibus, quas experimur in ſuperficie Terræ, ſemper eſt ita exigua, ut ellipſim inducat, quæ tamen ob immanem diſtantiam alterius foci a vertice proximo alteri foco ad parabolam accedit quam proxime, in quam ellipſis in immenſum oblongata deſinit tandem.*

*Schol. III.* Si arcui *AIKG* ſubtendatur chorda *AG*, deſignabit ea *diſtantiam*; recta enim, quæ connectit objectum feriens cum feriendo, dicitur *diſtantia ſimpliciter.* Quod ſi ab objecto ſeu feriente, ſeu feriendo demittatur perpendiculum ad horizontem, iſtud dicetur *altitudo jactus.* Recta autem *RG* inter perpendiculum, & ferientis, aut feriendi locum intercepta, audit *horizontalis diſtantia*, quæ etiam *amplitudo jactus* in horizontali directione vocari ſolet. Porro experientia certum habemus: maximam amplitudinem jactus obtineri ſub directione 45°, aut paullo minore. Directiones aliæ æqualiter a 45° diſtantes (e. c. ſub angulis 60°, & 30°, aut 70°, & 20° &c.) ad eandem jactus amplitudinem grave deferunt manente eadem vi impreſſa, h. e. menſura pulveris pyrii, manentibus eodem tormento, eodemque globi pondere; hinc eſt, quod idem jactus duplici directione fieri poteſt. His prævie conſtitutis ſit

Probl. I. *Data vi impreſſa, ejusque directione horizontali AB, & altitudine AR* (= 135. ped.) *determinare amplitudinem jactus RG. Solutio:* Cum in parabola ſint abſciſſæ ut quadrata ſemiordinatarum,

 ſive

§. 200. In utroque pendulo alternæ illæ hinc, & illinc procurſiones (quales fiunt, ſi filum e loco ſuo dimoveatur, & pendulum lapſui ſuo relinquatur) audiunt *oſcillationes*, aut *vibrationes*, quæ *iſochronæ* ſunt, ſi eodem tempore abſolvantur, vel *brachyſtochronæ*, ſi breviſſimo; iſtud enim Latinum ſonant voces Græcæ. In pendulo compoſito illud virgæ punctum, in quo ſublatis cæteris ponderibus locandum eſſet grave unicum, ut obtineatur *pendulum ſimplex compoſito iſochronum*, vocamus *centrum oſcillationis*.

*Coroll.* Omne pendulum compoſitum reduci poteſt ad ſimplex; quocirca *quæ in pendulo ſimplici, eadem in compoſito locum habeant, eſt neceſſe*.

*Schol. I.* Quodcunque pendulum oſcillet, patet illud moveri *vi gravitatis reſpectivæ*; nam *vi gravitatis abſolutæ* movendum eſſet linea ad horizontem perpendiculari. Idem eſto judicium de oſcillationibus non jam ope fili, aut virgæ, ſed *in curvo canali* factis, in quo ex parte oppoſita poſt imum punctum habeatur curva prorſus æqualis, ac ſimilis priori, & ſimiliter poſita. Quare iſtis applicari poterunt, quæ ad *pendulorum* oſcillationes dicam.

*Schol. II.* Quævis curva conſiderari poteſt tanquam compoſita ex infinitis lineolis rectis, infinite parvis, quæ exhibeant longitudines planorum infinite parvorum (*fig.* 59). Hinc eſt, quod, cum de planis inclinatis agerem §§. 143. & *ſeqq.*, huic loco reſervavi, quæ *ad ſpatia*, *celeritates*, & *tempora deſcenſuum* pertinent. Hæc ſolicite notanda breviter conſignabo. Omnis prope theoria pendulorum hinc

repe-

Probl. III. *Data vi impreſſa, & amplitudine jactus determinare altitudinem.* ℞. Iterum ex natura parabolæ habetur $AE : AR = EI^2 : RG^2$; proinde $AR = \frac{AE \times RG^2}{EI^2}$. Numerice $AR = \frac{15 \times 32400}{3600} = 135$.

Probl. IV. *Data altitudine, & amplitudine jactus determinare quantitatem vis projectilis, ſeu rationem ſpatii* (ſola vi projectionis conficiendi) *ad certum tempus. Solutio.* Cum mobile lapſu libero intra 1″ conficiat pedes 15, comperietur ſpatium eodem tempore motu uniformis projectionis decurrendum inita priori proportione: $AR : AE = RG^2 : AC^2$; proinde $AC^2 = \frac{AE \times RG^2}{AR}$, & $AC = \sqrt{\frac{AE \times RG^2}{AR}}$.

In numeris prioribus $AC = \sqrt{\frac{15 \times 32400}{135}} = 60$.

Quare mobile impellitur tanta vi impreſſa, quanta ſola ſingulis horariis *ſecundis* emetiretur 60. pedes.

§. 197. Theoria univerſæ Balliſticæ ſic habet: *R A ſurſum producatur* (*fig.* 51.), *& aſſumatur A N quadrupla ipſius A L* ) ſive ejus altitudinis, ex qua delabens grave acquireret tantam projectionis velocitatem, quanta grave projectum ferretur per $AC$, ſi vi gravitatis non impediretur ); *fiet* $AN : AC = AC : CI$. *Dem.* quo tempore corpus motu accelerato percurreret $AL$, eodem tempore

motu æquabili, ſed celeritate finali percurreret $AM$, duplum de $AL$ (§. 160. *Coroll. IV.*) $= \frac{1}{2} AN$. Porro cum in motu æquabili, poſita celeritatum æqualitate, ſpatia ſint ut tempora, deſignabuntur tempora per $AM$, & $AC$, quibus temporibus mobile motu accelerato decurrit $AL$, & $CI$. Cumque in motu uniformiter accelerato ſpatia ſint in ratione duplicata temporum, fiet $AL : CI = AM^2 : AC^2$. Eſt vero *ex hypoth.* $AL : AM = AM : AN$; ac proinde $AM^2 = AL \times AN$, quem valorem in priori proportione ſubſtituendo, fiet: $AL : CI = AL \times AN : AC^2$; & $AC^2 \times AL = CI \times AL \times AN$ (nam factum mediorum &c.). Tum utrinque dividendo per $AL$, habebitur $AC^2 = CI \times AN$. Denique facta æqualia ſolvendo in proportionem, erit $AN : AC = AC : CI$. Q. E. D.

*Schol. I.* Theoremati huic innititur inſtrumentum a *Dominico Caſſino* inventum, cujus hodie frequens uſus eſt in jaciendis pilis ignivomis, vulgo *bombis*, quas primus jeciſſe traditur *Comes a Mansfeld* in *Geldriæ* urbem *Wachtendonk A.* 1588. Non pauci utuntur *Semi-circulo Torricelliano*, aut emendato *quadrante antiquo Pyrobolariorum*.

*Schol. II.* Me tacente intelligunt omnes eſſe $AC = BI$ ſemiordinatæ, & $CI = AE$, abſciſſæ. Quare $AN$ eſt parameter diametri $AR$, nam quævis *tertia proportionalis ad abſciſſam* quamcunque, & *re-*

*ſpondentem ei ordinatam* dicitur *parameter* ( quam veteres Geometræ *latus rectum* appellabant. Hodie *menſura projectionis*, vel *linea æqualitatis* vocari ſolet ).

*Coroll. I.* Quia *AC* deſignat lineam directionis, juxta quam e. c. globus vi ſola projectili impulſus abiret; *CI* vero lineam lapſus reſpectivi ( hac enim quantitate deflectit globus a linea directionis ); manifeſtum eſt: *menſuram projectionis*, *lineam directionis* certa ratione definitam, & *lineam lapſus reſpectivi eſſe tres continue proportionales.*

*Coroll. II.* Ut grave arcum parabolicum deſcribat, debet celeritas projectionis eſſe tanta, quantam corpus acquireret libere deſcendendo per quartam partem parametri pertinentis ad eam diametrum, quæ tranſit per punctum projectionis.

*Coroll. III.* Manente eadem velocitate projectionis manet *AL* conſtans; ergo & *AN* parameter manet conſtans. Quare utcunque mutetur directio projectionis, eadem tamen parameter omnibus parabolis *eadem velocitate deſcriptis* communis erit.

*Coroll. IV.* Diſtantia foci a vertice æquatur quartæ parti parametri ( *per Matheſ.* ); ergo ſi ex *A* puncto projectionis radio *AL* deſcribatur circulus, ſemper focus quarumvis parabolarum *eadem projectionis celeritate deſcriptarum* erit in peripheria dicti circuli.

*Schol. III.* Probl. I. *Determinare menſuram projectionis. Solutio. Si objectum feriens, & feriendum ſint in eadem linea horizontali*, e. e. in *AI* ( *fig.* 53. ), exploſo ſemel tormento ſolicite notetur directio projectionis *AB*; ſive angulus, quem format linea directionis cum horizontali; tum ineatur exacta menſura diſtantiæ *AI*, ad quam delatus eſt globus. Ex puncto *I* eri-

 gatur

gatur perpendiculariter *BI*, dum occurrat lineæ directionis *AB*. Notis autem angulis ad *A*, & *I*, itemque explorato latere *AI*, facile ope *Trigonometriæ* innoteſcent latera *BI*, & *AB*. His cognitis fiat proportio: *BI* : *AB* = *AB* : *x*; h. e. quæratur tertia proportionalis ad dictas *BI*, & *AB*; dabit ea deſideratam projectionis menſuram *AN*. II. *Si objectum feriendum altiore* (aut humiliore) *loco conſtitutum ſit*, e. c. in *O*, ducta per *O* linea ad horizontem perpendiculari *BOI* exploretur diſtantia *AO*, definiaturque alter angulus *OAI* (nam ille ad *I* rectus eſt); his cognitis invenitur *AOI*, proindeque & ejus complementum ad duos rectos, ſive angulus *AOB*. Similiter angulus *ABO* facile invenietur, nam ob parallelas *BI*, & *AN* eſſe debet = angulo *BAN*, qui innoteſcit explorato *BAI*. Datis tandem in △lo *ABO* angulis duobus, & latere *AO* iterum per *Trigonometriam* definietur *BO*, & *AB*. Poſtremo quæratur 3tia proportionalis ad *BO*, & *AB*; hæc erit deſiderata projectionis menſura (§. 197. Corell. I.).

Probl. II. *Data projectionis menſura AN, & directione AD determinare punctum plani illius, in quod cadit globus (fig. 54. & 55.). Solutio*: quæratur 3tia proportionalis ad *AN*, & *AD*; hæc inventa definiet dati plani punctum *M*, in quod globus incidit. Res omnis ſic peragitur: ſit *A* locus machinæ balliſticæ, & *Aμ* planum feriendum. *Si locus machinæ balliſticæ non eſt in eadem horizontali cum plano feriendo*: erigatur primum *perpendiculariter ad lineam horizontalem* menſura projectionis *AN*; tum ſuper data projectionis menſura conſtruatur △lum *Iſoſceles* ea lege, ut latus *AC* perpendiculariter inſiſtat plano feriendo *Aμ*. Ex *C* radio *AC* deſcribatur circulus, qui tranſibit per punctum *N*, tangentem habebit rectam *Aμ*, & lineam directionis hactenus indefinitam

ſecabit

ſecabit in $D$. Deinceps vero ex $D$ demittatur in planum feriendum recta $DM$ verticalis, & parallela menſuræ projectionis. *Dico*: recta $DM$ definiet in plano feriendo punctum $M$, in quod incidat globus; hæc enim eſt 3tia proportionalis ad $AN$, & $AD$, *quod demonſtrandum ſupereſt.* Enimvero ducta $ND$ habebitur △lum $AND \backsim$ △lo $ADM$ ( nam ob $DM$, & $AN$ parallelas, eſt angulus $ADM =$ angulo $NAD$; tum angulus $DAM = AND$, cum ambo habeant eandem ſui menſuram, ſcilicet dimidium arcus $DBA$; proinde $AN : AD = AD : DM$. Q. E. D. *Si locus machinæ balliſticæ eſt in eadem horizontali cum plano feriendo* (*fig* 56), continuo menſura projectionis erigatur perpendiculariter ad datum planum, & biſariam ſecetur; tum e puncto biſectionis deſcribatur circulus. Cætera peragenda ut prius.

*Schol. IV* Quod angulorum $DAM$, & $AND$ eadem ſit menſura, docet *Geometria*, per quam angulus, qui fit in peripheria circuli a tangente, & chorda, habet pro menſura dimidium arcus ab eadem chorda ſubtenſi; ergo menſura anguli $DAM$ eſt dimidium arcus $DBA$. II. etiam angulus, quem in peripheria circuli comprehendunt duæ chordæ, habet pro menſura dimidium arcus, cui ejusdem crura inſiſtunt; iterum ergo menſura anguli $AND$ eſt dimidium arcus $DBA$; ergo $DAM = AND$.

Probl. III. *Data projectionis menſura $AN$, datoque plani puncto feriendo $M$, determinare lineam directionis $AD$, vel $Ad$.* *Solutio*: erecta, ut prius, menſura projectionis, deſcriptoque circulo, erigatur e dato puncto $M$ recta $MdD$ parallela menſuræ projectionis. Iſta vel circulum ſecabit in punctis duobus $D$, & $d$, vel (ſi feriendum ſit $m$) tanget in unico $B$, vel denique circulum non continget. Ad pun-

cum *D*, vel *d*, in quibus circulus ſecatur; iisdem ad punctum *B*, in quo tangitur circulus, ducantur ex *A* loco machinæ balliſticæ, rectæ ad *AD*, vel *Ad* (aut *AB*; ſi feriendum ſit *m*), quæ dabunt deſideratam lineam directionis. *Dem.* Sic enim ſemper conſurgent $\triangle$la ſimilia, proindeque *menſura projectionis, linea directionis, & linea lapſus reſpectivi erunt tres continue proportionales.* Nam Imo: $\triangle$lum *AND* $\sim$ *ADM*, quod ſupra evictum eſt; ergo $AN : AD = AD : DM$. IIdo: $\triangle$lum *AdM* eſt $\sim$ $\triangle$lo *ADM* (nam anguli *dAM* menſura eſt dimidium arcus *Ad*, quod ipſum dimidium arcus *Ad* etiam menſura eſt anguli *ADd*; tum angulus *AMD* communis eſt utrique $\triangle$lo; proinde angulus $AdM = DAM$); ergo etiam $\triangle$lum *AdM* eſt $\sim$ $\triangle$lo *AND*, cum ſimilia uni 3tio *ADM* ſimilia ſint inter ſe. Hinc vero conſurget proportio: $AN : Ad = Ad : dM$. Quanquam quid opus $\triangle$lum *ADM* in ſuppetias vocare? Compendio utar: concipiatur ex *N* duci recta *Nd*: erit alternus $AdM$ = alterno $dAN$; angulus $dAM = ANd$, habebunt enim ambo eandem menſuram; fiet $AN : Ad = Ad : dM$. IIItio: Ductis *NB*, & *AB* habetur $\triangle$lum *ANB* $\sim$ $\triangle$lo *ABm*; nam ob parallelas *NA*, & *Bm* eſt angulus $ABm = NAB$, item angulus $BAm = ANB$ ob eandem utriusque menſuram, quocirca $AN : AB = AB : Bm$. IVto; Si ex puncto *m* erigenda verticalis ſeu parallela ad menſuram projectionis non occurrat circulo, indicium erit *a data projectionis menſura punctum illud attingi non poſſe.*

Probl. IV. *Determinare, quot directionibus idem punctum attingi poſſit.* *Solutio* manifeſta eſt ex priore; nam ſi verticalis e dato puncto feriendo erecta circulum *ſecat*, patet binis directionibus idem punctum attingi poſſe; ſi *tangit*, una: ſi *neque contingit*, nulla.

la. Iſtud noto: fortiore ictu, quia ex editiore loco, feriendum eſſe punctum $M$, ſi adhibeatur directio $AD$; ictu vero debiliore, ſed breviori tempore, ſi al era $Ad$.

§. 198. *Horizontales amplitudines jactuum AM, Am ſunt ut ſinus duplorum angulorum, quos formant lineæ directionum AD, vel Ad cum linea horizontali Aμ* ( *fig.* 57. ). Dem. Sit directio $Ad$. E puncto $d$ agatur $de$ parallela, & = ipſi $AM$, item recta $dC$. Patet continuo, $de$ ſinum eſſe anguli $eCd$, qui duplus eſt anguli $dAM$; nam poſtremi illius menſura eſt dimidium arcus $Ad$; prioris, quem formant duo radii $AC$, & $dC$ menſura eſt totus arcus $Ad$; ergo cum $AM$ = $ed$, erit $AM$ ut ſinus dupli anguli, quem facit linea directionis $Ad$ cum horizontali $AM$. II. Sit directio $AD$; erit eadem recta $de$, ſinus anguli $dCN$ ( nam arcus quicunque ſimul efficientes ſemicirculum, aut anguli contigui habent eoſdem ſinus rectos *per Trigonometriam* ). Atqui iſte duplus eſt anguli $DAM$; ergo. Scilicet: menſura anguli $DAM$ eſt dimidium arcus $AdD$; anguli vero $dCN$ totus arcus $dDN$ = toti arcui $AdD$, cum chordæ parallelæ in circulo æquales arcus intercipiant ( *per Geometriam* ); ergo $ND = Ad$; proindeque $ND + Dd = AD + Dd$. III. Sit denique directio $AB$ inter priores media; manifeſtum eſt: angulum $ACB$ duplum eſſe anguli $BAm$; prioris vero ſinus eſt radius $CB = Am$; ergo.

Schol.

*Schol* Probl. I. *Determinare horizontalem maximam jactus amplitudinem.* *Solutio* : fiat $Am =$ $AC$; deſignabit recta $Am$ jactus amplitudinem maximam. Sunt enim amplitudines in ratione dictorum ſinuum; atqui radius eſt omnium ſinuum maximus, unde & *ſinus totus* dicitur; ergo. Quare *ſi punctum aliquod feriendum jaceat ultra m, attingi non poterit.* Similiter $mB$ exhibere poteſt maximam jactus horizontalis amplitudinem; nam $mB = Am$ ( *per Geometriam*; ſunt enim binæ ejusdem circuli tangentes ex eodem puncto $m$ ductæ ). $Am$ vero $=$

$$AC = \frac{1}{2} AN;$$ ſive *æquatur duplæ altitudini illi, ad quam grave directe ſurſum eadem velocitate projectum aſcenderet, vel ex qua velocitatem acquireret, qua projicitur.*

Probl. II. *Determinare directionem, ſub qua obtineatur horizontalis maxima jactus amplitudo.* *Solutio* : amplitudines jactuum ſunt ut ſinus duplorum angulorum elevationis machinæ balliſticæ ( *§. præſ.* ); ergo cum ſinus omnium maximus ſit ſinus anguli recti ( $= 90°$ ), directio ſub angulo $45°$ dabit maximam amplitudinem jactus.

Probl. III. *Determinare altiſſimum ſemitæ projectilis punctum.* *Solutio* : ſit $AD$ linea directionis ( *fig.* 58. ); $ACM$ horizontalis amplitudo jactus, e cujus dimidio erigatur perpendicularis $CF$, dum occurrat datæ lineæ directionis. Hæc eadem perpendicularis $CF$ bifariam ſecetur; punctum interſectionis dabit altiſſimum parabolæ deſcribendæ punctum. Continuo enim liquet lineam directionis $AD$ fore *tangentem* parabolæ, itemque lineam $CF$ *ſubtangentem*. Eſt vero ( *per Geom. curv.* ) ſubtangens parabolica dupla abſciſſæ, ſive altitudinis $CE$; ergo.

Probl.

Probl. IV. *Datis directionibus, & jactuum amplitudinibus determinare rationem temporum, quibus globi planum ferient.* *Solutio*: Inveniatur ſinus angulorum, quos formant datæ directiones cum plano feriendo. *Dico*: tempora lapſuum erunt ut ſinus illi. Nam ſint (*fig.* 56.) directiones $AD$, & $Ad$, quibus idem punctum $M$ attingatur. Eodem tempore, quo globus directione $AD$, vel $Ad$ impulſus ex $A$ deferetur in $M$, decurreret motu æquabili rectam $AD$, vel $Ad$, quia ſola vi impreſſa æquabiliter agente accedit ad $M$; proinde tempora ſunt ut rectæ $AD$, & $Ad$. Atqui hæ ſunt ut ſinus angulorum projectionis $DAM$, & $dAM$; ergo. Pr. m. Rectæ $AD$, & $Ad$ ſunt chordæ duplorum arcuum, qui metiuntur dictos angulos. Tum vero omnis ſinus rectus eſt dimidium chordæ arcus dupli (*per Trigon.*); ergo cum dupla ſint ut ſimpla, erunt rectæ $AD$, & $Ad$ ut ſinus angulorum projectionis. Jam difficile non erit capto unius jactus experimento determinare tempus, quo globus quivis *æquiponderans priori*, & *eadem pulveris pyrii quantitate ex eadem machina* impulſus ſub quavis directione planum feriet.

# De motu in arcu circuli.

§. 199. Si grave inſtar puncti conſideratum ſuſpendatur e filo, aut virga rigida, & inflexili, ſique alterum fili extremum appendatur puncto cuipiam immobili, habetur *pendulum ſimplex*. Si eidem virgæ rigidæ, & gravitatis experti appendantur plura pondera, quæ ſimul moveantur, mota de loco ſuo virga, habebitur *pendulum compoſitum*.

§. 200.

§. 200. In utroque pendulo alternæ illæ hinc, & illinc procurſiones (quales fiunt, ſi filum e loco ſuo dimoveatur, & penduli lapſui ſuo relinquatur) audiunt *oſcillationes*, aut *vibrationes*, quæ *iſochronæ* ſunt, ſi eodem tempore abſolvantur, vel *brachyſtochronæ*, ſi breviſſimo; iſtud enim Latinum ſonant voces Græcæ. In pendulo compoſito illud virgæ punctum, in quo ſublatis cæteris ponderibus locandum eſſet grave unicum, ut obtineatur *pendulum ſimplex compoſito iſochronum*, vocamus *centrum oſcillationis*.

*Coroll.* Omne pendulum compoſitum reduci poteſt ad ſimplex; quocirca *quæ in pendulo ſimplici, eadem in compoſito locum habeant*, *eſt neceſſe*.

*Schol. I.* Quodcunque pendulum oſcillet, patet illud moveri *vi gravitatis reſpectivæ*; nam *vi gravitatis abſolutæ* movendum eſſet linea ad horizontem perpendiculari. Idem eſto judicium de oſcillationibus non jam ope fili, aut virgæ, ſed *in curvo canali* factis, in quo ex parte oppoſita poſt imum punctum habeatur curva prorſus æqualis, ac ſimilis priori, & ſimiliter poſita. Quare iſtis applicari poterunt, quæ ad *pendulorum* oſcillationem dicam.

*Schol. II.* Quævis curva conſiderari poteſt tanquam compoſita ex infinitis lineolis rectis, infinite parvis, quæ exhibeant longitudines planorum infinite parvorum (*fig.* 59). Hinc eſt, quod, cum de planis inclinatis agerem §§. 143. & *ſeqq.*, huic loco reſervavi, quæ *ad ſpatia*, *celeritates*, & *tempora deſcenſuum* pertinent. Hæc ſolicite notanda breviter conſignabo. Omnis prope theoria pendulorum hinc

repe-

cooperandi eſt. Vocabo autem plerumque ſpatium *juxta longitudinem plani* decurſum = $S$, celeritatem = $C$, tempus = $T$, gravitatem reſpectivam = $V$. Spatium vero *ſecundum altitudinem plani* confectum = $s$, celeritatem = $c$, tempus = $t$, gravitatem abſolutam = $u$.

§. 201. *Deſcenſus corporis per planum inclinatum eſt uniformiter acceleratus* (ſi a frictione; tum a medio reſiſtente, per quod gravia feruntur; aliisque impedimentis accelerationis abſtrahatur). Nam in quocunque puncto plani inclinati conſtituatur corpus $D$ (fig. 23.), ſemper △lum $DGE$ idem erit; quare ſemper gravitas reſpectiva eandem rationem dicet ad abſolutam; ergo ſicut corpora vi gravitatis abſolutæ deſcendentia motum accelerant, ſic prorſus & corpora vi gravitatis reſpectivæ per planum inclinatum deſcendentia. Scilicet: in deſcenſu per planum inclinatum, ad vim gravitatis reſpectivæ, atque adeo imminutæ, ſingulis momentis fit acceſſio novæ vis, quæ tametſi à plani ſitu impedita, itidem minor accreſcat, quam in deſcenſu libero, tamen ſemper aucta majorem celeritatem reſpectivam continenter creabit.

*Coroll. Motui in planis inclinatis accommodari poſſunt ea omnia, quæ §. 160. dicta ſunt*; quocirca I. Spatia ſunt ut quadrata temporum, vel celeritatum; nam $S : s = TT : tt = CC : cc$ (*ibid.*). II. Tempora, itemque celeritates ſunt in ratione ſubduplicata ſpatiorum; nam $\sqrt{S} : \sqrt{s} = T : t = C : c$.

III.

III. Celeritates ſunt ut tempora, quibus acquiruntur, nam $C : c = T : t$. IV. Spatium a gravi in plano inclinato percurſum eſt ſubduplum illius, quod eodem tempore ab eodem mobili *uniformiter* decurreretur *celeritate finali*. V. Gravitas reſpectiva eſt vis conſtans, cum ſimiliter gravitas abſoluta ſit conſtans &c.

§. 202. *Dum corpus in plano inclinato movetur, eſt celeritas deſcenſu obliquo genita ad celeritatem lapſu perpendiculari intra idem tempus genitam, ut plani inclinati altitudo ad longitudinem;* ſive $C : c = AB : AC$ ( *fig.* 23. ). *Dem.* Celeritates ſunt effectus pleni virium acceleratricum *conſtantium*; effectus vero ſemper cauſſis ſuis proportionati eſſe debent; quare cum vis gravitatis reſpectivæ ſit ad vim gravitatis abſolutæ ut $AB$ ad $AC$ ( §. 147. ), etiam celeritates in eadem ratione eſſe oportet.

*Coroll.* *Etiam ſpatium oblique decurſum eſt ad ſpatium, quod eodem tempore vi gravitatis abſolutæ conficeretur, ut plani inclinati altitudo ad longitudinem.* Nam ſicut celeritates, ſic ſpatia eodem tempore confecta ſunt effectus virium; ergo. Hinc facile eruitur ſolutio problematum ſequentium:

Probl. I. *Data altitudine plani inclinati determinare ſpatium ſecundum plani longitudinem decurrendum eodem tempore, quo mobile lapſu perpendiculari decurreret datam altitudinem.* *Solutio*: Ex $B$ ducatur perpendicularis $BD$ ad $AC$ ( *fig.* 60. ); exhibebit $AD$ ſpatium eodem tempore oblique conficiendum. Cum enim ex $B$ vertice anguli recti demittatur per-

pen-

pendicularis in hypothenuſam, naſcitur proportio: $AD : AB = AB : AC$; h. e. *ſpatium oblique decurſum eſt ad ſpatium eodem tempore directe conficiendum, ut plani altitudo ad longitudinem.*

Probl. II. *Data eadem altitudine planorum diverſam longitudinem habentium determinare rationem ſpatiorum in ſingulis planis eodem tempore conficiendorum* (*fig.* 60.). *Solutio*: Ductis ut ante perpendicularibus ad datas longitudines fiet Imo: $AD : AB = AB : AC$. IIdo: $Ad : AB = AB : Ac$. Hinc vero $AD \times AC = Ad \times Ac$ (§. 1. *ax. IV.*); proinde $AD : Ad = Ac : AC$; h. e. *Spatia deſcenſu obliquo decurſa ſunt inter ſe ut longitudines planorum.*

Probl. III. *Data eadem altitudine planorum diverſam longitudinem habentium determinare mutuam rationem virium reſpectivarum. Solutio*: In plano inclinato $ABC$ eſt vis reſpectiva ad abſolutam, ut $AB : AC$ (§. 147.). Rurſum in plano $ABc$ eſt ut $AB : Ac$ (*ibid.*). Seu: ſi gravitas abſoluta vocetur $= V$, reſpectiva $= R$, fiet Imo: $V : R = AC : AB$. IIdo: $r : v : AB : Ac$; ergo *ex æquo perturbato*: $r : R = AC : Ac$; h. e. *in diverſis planis eandem altitudinem habentibus vires reſpectivæ ſunt reciproce ut planorum longitudines*; quod erat determinandum.

*Schol.* Theorema Mathematicum eſt: Si ſint duæ proportiones ejuſmodi, ut primus conſequens proportionis primæ fiat in ſecunda proportione primus antecedens, & ſecundus antecedens proportionis primæ fiat ſecundus conſequens proportionis ſecundæ, naſci proportionem *ex æquo perturbate*, h. e. reliquos terminos eſſe *reciproce* proportionales.

Probl. IV. *Datis diverſis & altitudinibus, & longitudinibus planorum determinare eandem mutuam rationem virium reſpectivarum.* *Solutio*: Sint plana duo $ABC$, & $abc$ (*fig.* 60, & 61.) obtinebitur denuo $R : V = AB : AC$; proinde $R = \frac{V \times AB}{AC}$.

II. $r : v = ab : ac$; iterumque $r = \frac{v \times ab}{ac}$.

Porro cum æqualia ad æqualia &c., fieri debet $R : r = \frac{V \times AB}{AC} : \frac{v \times ab}{ac}$. Utrinque dividendo per $V = v$, obtinebis $R : r = \frac{AB}{AC} : \frac{ab}{ac} = AB \times ac : ab \times AC$. Sic reperies *dictas vires eſſe in ratione compoſita ex directa altitudinum, & reciproca longitudinum.*

§. 203. *Grave deſcendens per planum inclinatum in fine plani eam acquirit celeritatem, quam in fine altitudinis acquiſiviſſet lapſu perpendiculari ex eadem altitudine.* *Demonſtr.* Seu corpus oblique, ſeu directe deſcendat, deſcendit ſemper motu uniformiter accelerato; proinde ſemper $C = VT$ (§. 160. *Cor. XI.*). Eſt autem $V : R = AC : AB$ (147); item tempus deſcenſus per altitudinem plani, eſt ad tempus deſcenſus per longitudinem ut $AB : AC$ (quod infra dicam); ergo celeritas, quam grave acquirit in $B$ deſcendendo per $AB$ eſt $= AC \times AB$; iterumque

cele-

celeritas acquiſita in *C* deſcendendo per *AC* = eidem *AB* & *AC*, h. e. *VT* = *vt*, ſeu *C* = *c*.

*Coroll. I. Quare gravia omnia ex eadem altitudine deſcendentia in planis utcunque varie inclinatis in fine planorum eandem acquirunt celeritatem*; puta *C* in *C*, & *c* (*fig.* 60.).

*Schol. I. Dices*: Mobile deſcendens per *AC* diutius movetur, quam per *Ac*; ac proinde poſita temporum inæqualitate effectus gravitatis perpetuo agentis, ſeu celeritates æquales non erunt, ſed tempori majori reſpondebit major celeritas, minori minor; celeritates enim finales ortum ſuum debent impulſibus gravitatis omnibus ſimul ſumptis, totoque deſcenſus tempore habitis. ℞. in plano *AC* reſponderet equidem majori tempori major celeritas finalis, niſi major pars celeritatis impenſa fuiſſet in preſſionem plani *AC*, quam *Ac*.

*Coroll. II. Grave deſcendens per quotcunque plana in fine plani ultimi* (*ſeu in C fig.* 61.) *eandem obtinet celeritatem, quam acquireret deſcendendo per AC.* Nam deſcendendo per *AC* acquireret eandem, quam lapſu perpendiculari per *AB* (§. *præc.*); atqui hanc eandem obtinet deſcendendo per quotcunque plana, quod oſtendo: in deſcenſu per *DE* acquirit eandem celeritatem, quam cadendo per *dE*: in *EF* rurſus eandem, quam cadendo per *Ef*; denique per *FC* iterum eandem, quam deſcendendo per *Fc*. Eſt vero $dE + Ef + Fc = Ag + gb + bB = AB$; ergo.

*Schol. II.* Sed enim: nihilne celeritati mobilis officiant anguli *E*, *F*, *C*? ℞. nihil ad ſenſum;

 de-

demonſtratum enim dederunt laudati PP. *Jacquier*, & *le Seur*: vim, ſeu celeritatem in ſingulis curvæ punctis amiſſam majorem non eſſe quantitate infiniteſima ſecundi ordinis, quæ contemni poteſt.

*Coroll.* III. Quævis curva conſiderari poteſt ceu compoſita ex infinitis planis inclinatis; quare mobile per curvam continuam deſcendendo ex *A* in *C*, eam obtinebit velocitatem, quam obtinuiſſet deſcendendo per rectam *A C* (*fig.* 59.).

§. 204. *Tempus deſcenſus per A C longitudinem plani inclinati eſt ad tempus deſcenſus per A B altitudinem ejusdem plani, ut A C : A B; ſive T : t = S : s = A C : A B.* Dem. Deſcenſus corporis in plano inclinato eſt uniformiter acceleratus; hinc $TT : tt = AC : AB$ (§. 160). Tum *A D* (*fig.* 60.) eodem tempore decurritur, quo *A B* lapſu perpendiculari (§. 202. *Probl.* I.); inde $TT : tt = AC : AD$; ſunt vero *A C*, *A B*, *A D* tres continue proportionales (h. e. $AC : AB = AB : AD$ *ibid.*); proinde $AC^2 : AB^2 = AC : AD$. Vel ideo ratio altera alteri ſubſtitui poteſt; ſubſtitutione facta obtinebitur $TT : tt = AC^2 : AB^2$; & utrinque radicem extrahendo $T : t = AC : AB$.

*Schol.* Dixi: ſi fuerint tres continue proportionales, e. c. *a*, *b*, *c*, obtineri hanc proportionem: $aa : bb = a : c$. Si enim $a : b = b : c$, habetur $ac = bb$. Facta æqualia per eandem quantitatem *a* multiplicando obtinebitur $aac = abb$; denique ſolvendo in proportionem fiet $aa : bb = a : c$.

Coroll.

*Coroll. I.* Si plura ejuſdem altitudinis plana diſſimilia conferantur, tempora deſcenſus erunt directe ut planorum longitudines.

*Coroll. II.* Tempora deſcenſus per figurarum quarumvis ſimilium, & ad horizontem ſimiliter inclinatarum perimetros ſunt in ratione ſubduplicata quorumvis laterum homologorum. Cum enim in motu uniformiter accelerato $T : t = \sqrt{S} : \sqrt{s}$ (§. 160. *Coroll. VII.*), erit (*in fig.* 60. & 61.) $T : t = \sqrt{AC} : \sqrt{ac}$; cumque $AC : ac = AB : ab = BC : bc$, fiet denuo $T : t = \sqrt{AB} : \sqrt{ab} = \sqrt{BC} : \sqrt{bc}$.

*Coroll. III.* Similes circulorum arcus ſunt plana infinita ſimiliter inclinata, quare idem mobile decurreret arcus ſimiles temporibus, quæ ſint in ratione ſubduplicata horum arcuum, aut radiorum ipſis proportionalium.

§. 205. *Tempus deſcenſus per quasvis chordas circuli, cujus diameter ſit ad horizontem perpendicularis, æquatur tempori deſcenſus per ipſam diametrum.* Deſcendat enim mobile per $Ad$ (*fig.* 63.), determinabit perpendicularis $BC$ (nam angulus $ACB$ in ſemicirculo rectus eſt) ſpatium eodem tempore oblique decurrendum; eritque tempus per $AC$ = tempori per $AB$ (§. 202. *Probl. I.*). II. ob parallelas $AC$, & $BD$ itidem angulus $CBD$ rectus eſt; proindeque $DB$ perpendicularis ad $CB$ rurſum determinabit ſpatium eodem tempore decurrendum, quo $CD = AB$; ergo.

Coroll. Tempora deſcenſus per quævis circuli chordas inter ſe æquantur; æquantur enim tempori deſcenſus per diametrum. Cave tamen, exiſtimes æquari ſimiliter tempora deſcenſus per quosvis minimos circuli *arcus*, qui pro chordis haberi poſſint; nam arcus minimi chordis quidem ſuis fere longitudine pares ſunt, at non poſitione, ſeu punctorum ad horizontem inclinatione, a qua pendet gravitas reſpectiva.

§. 206. *Grave deſcendens per planum inclinatum mutata directione ad eandem altitudinem aſcendere poteſt*; nam celeritas, quam mobile in fine plani inclinati conſequitur, non continuo perit, ſed vi inertiæ conſervatur; ergo mobile concepto impetu ad eandem partis oppoſitæ altitudinem motu retardato aſcendere poteſt, ſi ita directio ferat; v. c. corpus ex *A* lapſum ſive in *C*, ſive in *c*, aſcendere poteſt ad altitudinem *Ca*, vel *C a*, ubi tempora aſcenſus reſpondebunt temporibus deſcenſus per plana *ſimiliter* inclinata.

*Schol.* Si mobile deſcendens vi gravitatis ſecundum eandem, aut parallelam directionem perpetuo urgeatur, acceleratur motus; manet enim celeritas acquiſita, & nova conſpiranti continuo additur; cumque gravitas in viciniis noſtris conſtans ſit, mobile æqualibus temporibus æqualia accipit celeritatis incrementa, adeoque motus uniformiter acceleratur. At ſi gravitas in corpus jam motum perpetuo agat contraria directione, æqualibus temporibus æqualia fient celeritatis decrementa, motusque uniformiter retardabitur, non ante exſtinguendus, niſi cum mobile pervenerit ad eam altitudinem, ex qua cepit

cun-

eundo moveri. Denique cum eadem vis in itu, & reditu corporis æqualibus temporibus æquales celeritatis gradus generet, & exſtinguat, debet in *D*, & *e*, *m*, & *n*, aliisque punctis ſimiliter poſitis idem celeritatis gradus inveniri. Jam *ad pendula* gradum facio, quorum theoria manifeſte derivatur ex dictis.

§. 207. *Si pendulum ex puncto quietis B levetur in C* (*fig.* 64.), *ſibi relictum deſcendet motu uniformiter accelerato, & in B acquiret eam celeritatem, qua motu retardato aſcendere poſſit in D.* Cum enim quivis cujusvis curvæ arcus conſiderari poſſit tanquam compoſitus ex infinitis planis inclinatis, infinite parvis, poterunt cuivis arcui accommodari, quæ de uno, aut pluribus planis inclinatis dicta ſunt; atqui; ergo.

§. 208. *Celeritas per quemvis circuli arcum CB* (fig. 65.) *in B acquiſita eſt ad celeritatem, qua lapſu perpendiculari per totam diametrum AB acquireretur, ut chorda CB ad diametrum AB.* Ducatur enim *Cm* perpendicularis ad *AB*; erit celeritas acquiſita per arcum *CB* = celeritati acquiſitæ per *mB* (§. 203. & 207.); cumque celeritas per *mB* ſit ad celeritatem per *AB* ut $\sqrt{mB}$ ad $\sqrt{AB}$ (h. e. in ratione ſubduplicata ſpatiorum §. 160. *Corell. VII.*) etiam celeritas per *CB* eſſe debet ad celeritatem per *AB* ut $\sqrt{mB}$ ad $\sqrt{AB}$. Eſt vero △lum *ACB* ∽ *CmB*, adeoque $AB : CB = CB : mB$; proinde $AB^2 : CB^2 = AB : mB$ (§. 204. *Schol.*), & $CB : AB = \sqrt{mB}$:

$mB : \sqrt{AB}$. Quoniam ergo celeritas per $CB$ eſt ad celeritatem per $AB$ ut $\sqrt{mB}$ ad $\sqrt{AB}$, itidem erit ut $CB$ ad $AB$ (§. 1. ax. V.). Q. E. D.

*Coroll.* Si celeritates per plures ejusdem circuli arcus in puncto infimo $B$ acquiſitæ invicem conferantur, nemo non videt fore easdem inter ſe ut ſunt horum arcuum chordæ $CB$, & $EB$.

§. 209. *Tempora deſcenſus per ſimiles duorum circulorum arcus* $CBD$, & $efg$ (*fig.* 64.) *ſunt in ratione ſubduplicata horum arcuum.* Similes enim arcus ſunt plana infinita ſimiliter inclinata; atqui hæc decurruntur temporibus, quæ ſunt in ratione ſubduplicata ſpatiorum, ſeu longitudinum (§. 204. *Cor. II.*); ergo etiam arcus.

*Coroll. Tempora deſcenſus per ſimiles circulorum arcus ſunt in ratione ſubduplicata radiorum*; ſunt enim arcus ſimiles ut radii, id eſt ut longitudines horum pendulorum; quare ſi radii dicantur $L$, & $l$, fiet $TT : tt = L : l$; & $T : t = \sqrt{L} : \sqrt{l}$. Hinc jam difficile non erit datis tribus horum terminorum invenire quartum.

§. 210. *Numeri oſcillationum a pendulis diverſæ longitudinis eodem aliquo tempore confectorum ſunt in ratione reciproca ſubduplicata longitudinum:* nam ſunt numeri oſcillationum reciproce ut tempora, quæ ſunt in ratione ſubduplicata longitudinum (§. *præc. Cor.*); ergo $N : n = \sqrt{L} : \sqrt{l}$.

Schol.

*Schol.* Numeros oſcillationum eſſe inverſe ut tempora ex eo conficitur, quod oſcillationum numerus eſſe debeat eo minor, quo majus tempus ſingulis oſcillationibus peragendis impendi debet. Iterum datis tribus terminis facile determinabitur utriuslibet penduli ſive longitudo, ſeu numerus oſcillationum.

§. 211. *In iſochronis diverſorum pendulorum oſcillationibus vires gravitatis acceleratrices ſunt ut pendulorum longitudines*; ſunt enim vires conſtantes (quales habentur in exiguis ab eadem ſuperficie terræ diſtantiis) proportionatæ ſpatiis eodem tempore deſcriptis (§. 202. *Coroll.*); ſpatia oſcillationibus iſochronis confecta ſunt arcus ſimiles, ſive arcubus ſimilibus proportionales radii; radii ſunt longitudines pendulorum; ergo.

*Coroll. I. Ergo poſita conſtante vi gravitatis idem pendulum, aut pendula ejusdem longitudinis, & æquales arcus decurrentia iſochrona eſſe debent*; in hac enim hypotheſi $S : s = T : t$.

*Coroll. II. Ergo ſi idem pendulum, aut ejusdem longitudinis pendula in variis terræ locis iſochrona non ſunt, vis gravitatis conſtans non eſt.* Ubi plures habentur ejusdem penduli oſcillationes, vis gravitatis major eſt: ubi pauciores, minor eſt. Hinc §. 161. *Aſſert. IV.* docui, majorem gravitatem eſſe *ſub polis* terræ, quam *ſub Æquatore*.

*Schol. I.* Monui, moneoque iterum: quæ hactenus ad pendulorum hiſtoriam ſcripſi, ſcripſi mentem abſtrahendo ab adjunctis, e. g. *frictione virgæ in puncto ſuſpenſionis, aëris reſiſtentia, calore, & frigore, virgæ*

*virga, pondere, dilatatione, fibrarum tenſione* &c., quæ ſi nulla haberentur, penduli motus foret perpetuus, & omnino exactiſſimus. Interea vero propter medii reſiſtentiam, frictionem &c., ſucceſſive minuuntur oſcillationes, donec ſenſim pendulum in *B* conquieſcat.

*Schol. II.* Ad oſcillationes pendulorum revoco *fibrarum elaſticarum agitationes*, de quibus pauca. Intelligo autem nomine fibræ elaſticæ chordam tenuiſſimam *A B* ( *fig.* 66. ), æquabilem, & forte *metallicam*, quæ tenſa inſignem prodat elaſticitatem, ſubinde vero nimis tenſa eandem perdat. Ejusmodi fibris, ſeu filamentis tenuiſſimis inter ſe conjugatis concipimus conſtare omnia corpora elaſtica.

II. Si fibræ alicujus extrema *A*, & *B* figantur, medioque ejus puncto *C* appendatur pondus, inflectetur chorda, & abibit in ſitum *A D B*. Tum ſi chordæ tenſæ quidem, ſed nondum inflexæ medium punctum *C* jungatur cum medio ejusdem chordæ poſtea flexæ puncto *D*, recta *C D* ea puncta connectens dicitur *Sagitta*. Si denique centro *B*, radio *B C* deſcribatur arcus *C e*, exhibet *D e* quantitatem, qua dimidia chorda *B C*, per ſui inflexionem producta fuit. Ordo jam poſcit examinare rationem, quam ad invicem dicunt: *vis chordam tendens* = *t*, *vis eandem inflectens* = *i*, *ſagitta D C* = *s*, *longitudo chordæ* nondum inflexæ = *l*.

III. *Poſitis ſagittis admodum exiguis habetur proportio*: $i : t = 2s \, \frac{1}{2} l$. Sive: *Eſt vis inflectens ad vim tenſionis* ( ante inflexionem ), *ut dupla ſagitta ad dimidiam chordam*. Vis enim *mere tendens* exhibetur per rectam *e b*; quare cum poſita ſagitta admodum exigua ſit *e b* = *n b* = *d b*, etiam vis tendens exhiberi poteſt

poteſt rectis $n b$, aut $d b$. Vis autem inflectens agit directionibus $a d$, & $b d$; quare completo parallelogrammo deſignari poteſt per diagonalem $= 2\, c\, d$ $= 2\, s$. Eſt igitur $i : s = 2\, s : \frac{1}{2}\, l$. *Inferes* I. Quia factum mediorum æquale facto extremorum, habetur $2\, s\, s = \frac{i \cdot l}{2}$; proinde $4\, s\, s = i\, l$. *II.* Utcunque mutentur vis tendens, & inflectens, *modo ſervent eandem rationem*, ſemper ſagitta *exigua* ejuſdem alicujus chordæ manebit eadem. Viribus enim ita immutatis, *ut tamen maneant in eadem ratione*; oportet manente eadem longitudine chordæ manere eaſdem ſagittas, ſecus non habebitur $i : s = 2\, s : \frac{1}{2}\, l$; *III.* Si conferantur duæ chordæ æque longæ, & æqualiter tenſæ, erunt ſagittæ minimæ in ratione virium inflectentium. Semper enim $4\, s\, s = i\, l$, ut ſupra. Quare collatis duabus fibris erit $I\, L : i\, l = 4\, S\, T : 4\, s\, s = S\, T : s\, s$. Cumque *ex hypoth.* $T = s$ & $L = l$, erit $I : i = S : s$. Theorema iſtud etiam pertinet ad chordas inæqualis diametri. *IV.* Si diverſæ longitudinis fibræ, tamen æqualiter tenſæ invicem conferantur, erunt ſagittæ in ratione compoſita virium inflectentium, & longitudinum. Nempe eſt $I\, L : i\, l = S\, T : s\, s$; ergo ſi $T = s$, habetur $I\, L : i\, l = S : s$. Si præterea $L = l$, eſſe debet $I : i = S : s$. Hæc, & alia manifeſta ſunt.

IV. *Chorda AB utcunque tenſa, & inflexa, ſubinde tamen ſibi relicta oſcillat.* Nam vi elaſticitatis ſuæ redit ad ſitum priorem; reditque motu ſemper accelerato (ſeu, quod vis elaſtica non ſecus atque gravitas agat perpetuo; ſeu quod nova celeritas identidem

ti committitur ab ea vi, (qua in ſingulis ſingillatim punctis retineri poſſet); obtinet igitur maximam celeritatem in *C*, unde facta ulteriori excurſione, in plagam oppoſitam ire, iterumque urgente elaſticitate redire eam oportebit.

Alia omitto; quæ pendent a theoria *Cycloidis*; cujus conſulto non memini, cum ejus applicatio ad laminas jam fere antiquata ſit (teſte P. *Makò*), & oſcillationes in exiguis arcubus circuli ſatis iſochronæ deprehendantur.

# Caput VIII.

## De motu, & preſſione fluidorum.

### De preſſione.

§. 212. *Fluida* dixi, quæ impreſſioni cuivis leviſſimæ facile cedunt. Proniſſimæ illius ceſſionis ratio ſufficiens eſt in particularum cohæſione tam exigua, ut facile ab invicem ſeparari poſſint.

*Coroll. I.* Si partes fluidum componentes faciliſſime ſeparantur, poteſt alia fluidi portio in iſtam, alia in illam plagam moveri, quin tota ſimul maſſa in eandem plagam abeat. Contrarium obtinet in ſolidis.

*Coroll. II.* Si geminæ ejuſdem fluidi portiones in diverſas plagas abire poſſint, poterit quælibet fluidi pars diſtinctam aliquam fundi portionem premere, quin tota ſimul maſſa eandem vaſis portionem premat. Quare quævis fluidi portio, independenter ab alia, exerere poterit vim premendi fundum vaſis, vel alvei, quo continetur. Rurſus oppoſitum habetur in

ſoli-

ſolidis, quorum partem unam qui movet, aut ſuſtentat, totum ſolidum (v. c. lapidem) movet, aut ſuſtentat.

*Coroll. III.* Si fluidorum partes leviſſime cohærent, cuique impreſſioni facile cedunt, & facile moventur, oportet eaſdem ſphæricas, lævigatas, & admodum ſubtiles eſſe; ſecus firmior cohærentia, frictio, aut magnitudo motum impedient. Subtilitas particularum manifeſte deducitur ex eo, quod fluida ſe ſe in anguſtiſſima corporum intervalla inſinuent; hinc ſæpe inflantur corpora, ac intumeſcunt.

§. 213. Fluida vel *homogenea* ſunt, vel *heterogenea*; homogenea voco, quæ ejuſdem; heterogenea, quæ diverſæ ſunt denſitatis.

§. 214. *Liquida, ſeu fluida omnia gravia ſunt.* Experimur ſane vas quocunq; fluido plenum gravius eſſe, quam vacuum. *Nec modo liquida omnia gravia ſunt ſpectata integrâ maſſâ, ſed & ſingulæ liquidorum moleculæ graves ſunt*; nam gravitas totius maſſæ oritur a gravitate ſingularum partium.

§. 215. *Liquida omnia premunt corpora ſibi ſubjecta, quibus incumbunt.* Nam gravia cum ſint, urgentur, ac tendunt deorſum; atque adeo vi gravitatis premunt corpora ſibi ſubjecta, ſeu *heterogenea* ſint, ſive *homogenea.* Quare & fundus vaſis premitur a fluido, & quævis inferior fluidi portio a ſuperiore ſibi incumbente.

*Schol.*

*Schol.* Diſſentimus hac parte a veteribus Philoſophis, qui cum adverterent ſitulam aqua repletam nulla propemodum vi e puteo attolli, quamdiu intra aquam verſatur; at, cum in aërem exiit, percipi ejusdem pondus pro quantitate fluidi ſitula contenti, exiſtimabant: *fluida in loco proprio conſtituta non gravitare*, h. e. non niti deorſum, neque pondere ſuo premere materiam ſibi ſubjectam (*Locus* autem *proprius* illis dicebatur, in quo liquida eſſe debent ſpectata gravitate ſpecifica). Iſtorum rationes refellam poſtea: prius ſententiæ meæ, quæ jam Recentiorum communis eſt, veritatem confirmatum eo: I. Quocunque loco conſiſtant liquida pondus ſuum habent, & gravitatem; proinde quocunque loco conſiſtant, urgentur deorſum; ergo premunt. II. Omne corpus nititur ad centrum ſuum, a quo abeſt; igitur & fluida. III. Fluida nituntur ad centrum ſuum, quamdiu ſunt *in loco non proprio*; quidni pariter nitantur, cum ſunt *in proprio*. Sane in loco non proprio conſtituta nituntur deorſum, quia ſingulæ fluidorum moleculæ graves ſunt; atqui ſemper graves ſunt, quocunque loco conſiſtant fluida; ergo. IV. Rem evincunt experimenta & obſervationes quotidianæ: Mercurius enim in tubo Torricelliano aſcendit, ac deſcendit; non autem aſcenderet, niſi aër premeret. 2do: Similiter in tubis communicantibus attollitur Mercurius ab aqua, oleo, fluidisque aliis ſpecifice levioribus; niſi vero aqua, oleum &c. gravitarent, neutiquam attolleretur. 3tio: Si ſphæra cava, ſed in tubum oblongum deſinens aëre evacuetur, & aquæ immergatur, aſcendit aqua. Rurſum cauſa aſcenſionis eſt preſſio aëris aquæ incumbentis. 4to: Majus eſt pondus veſicæ inflatæ, quam non inflatæ; ergo aër gravitat. 5to: Vas vacuum aquis immerſum ponderetur; tum idem aqua repletum. Deprehendetur pondus tanto majus, quantum appendit omnis, quæ vas adimplet aqua.

perpendicularis in hypothenuſam, naſcitur proportio: $AD : AB = AB : AC$; h. e. *ſpatium oblique decurſum eſt ad ſpatium eodem tempore directe conficiendum, ut plani altitudo ad longitudinem.*

Probl. II. *Data eadem altitudine planorum diverſam longitudinem habentium determinare rationem ſpatiorum in ſingulis planis eodem tempore conficiendorum* (*fig.* 60.). *Solutio*: Ductis ut ante perpendicularibus ad datas longitudines fiet Imo: $AD : AB = AB : AC$. IIdo: $Ad : AB = AB : Ac$. Hinc vero $AD \times AC = Ad \times Ac$ (*§.* 1. *ax. IV.*); proinde $AD : Ad = Ac : AC$; h. e. *Spatia deſcenſu obliquo decurſa ſunt inter ſe ut longitudines planorum.*

Probl. III. *Data eadem altitudine planorum diverſam longitudinem habentium determinare mutuam rationem virium reſpectivarum. Solutio*: In plano inclinato $ABC$ eſt vis reſpectiva ad abſolutam, ut $AB : AC$ (§. 147.). Rurſum in plano $ABc$ eſt ut $AB : Ac$ (*ibid.*). Seu: ſi gravitas abſoluta vocetur $= V$, reſpectiva $= R$, fiet Imo: $V : R = AC : AB$. IIdo: $r : v : AB : Ac$; ergo *ex æquo perturbato*: $r : R = AC : Ac$; h. e. *in diverſis planis eandem altitudinem habentibus vires reſpectivæ ſunt reciproce ut planorum longitudines*; quod erat determinandum.

*Schol.* Theorema Mathematicum eſt: Si ſint duæ proportiones ejusmodi, ut primus conſequens proportionis primæ fiat in ſecunda proportione primus antecedens, & ſecundus antecedens proportionis primæ fiat ſecundus conſequens proportionis ſecundæ, naſci proportionem *ex æquo perturbate*, h. e. reliquos terminos eſſe *reciproce* proportionales.

Probl. IV. *Datis diverſis & altitudinibus, & longitudinibus planorum determinare eandem mutatam rationem virium reſpectivarum.* *Solutio*: Sint plana duo $ABC$, & $abc$ (*fig.* 60, & 61.) obtinebitur denuo $R : V = AB : AC$; proinde $R = \frac{V \times AB}{AC}$.

II. $r : v = ab : ac$; iterumque $r = \frac{v \times ab}{ac}$.

Porro cum æqualia ad æqualia &c., fieri debet: $R : r = \frac{V \times AB}{AC} : \frac{v \times ab}{ac}$. Utrinque dividendo per $V = v$, obtinebis $R : r = \frac{AB}{AC} : \frac{ab}{ac} = AB \times ac : ab \times AC$. Sic reperies *dictas vires eſſe in ratione compoſita ex directa altitudinum, & reciproca longitudinum.*

§. 203. *Grave deſcendens per planum inclinatum in fine plani eam acquirit celeritatem, quam in fine altitudinis acquiſiviſſet lapſu perpendiculari ex eadem altitudine.* *Demonſtr.* Seu corpus oblique, ſeu directe deſcendat, deſcendit ſemper motu uniformiter accelerato; proinde ſemper $C = VT$ (§. 160. *Cor.* XI.). Eſt autem $V : R = AC : AB$ (147); item tempus deſcenſus per altitudinem plani, eſt ad tempus deſcenſus per longitudinem ut $AB : AC$ (quod infra dicam); ergo celeritas, quam grave acquirit in $B$ deſcendendo per $AB$ eſt $= AC \times AB$; iterumque cele-

celeritas acquiſita in C deſcendendo per AC = eidem AB × AC, h. e. VT = vt, ſeu C = c.

*Corol. I. Quare gravia omnia ex eadem altitudine deſcendentia in planis utcunque varie inclinatis in fine planorum eandem acquirunt celeritatem*; puta c in C, & c (*fig.* 60.).

*Schol. I. Dices*: Mobile deſcendens per AC diutius movetur, quam per *Ac*; ac proinde poſita temporum inæqualitate effectus gravitatis *perpetuo agentis*, ſeu celeritates æquales non erunt, ſed tempori majori reſpondebit major celeritas, minori minor; celeritates enim finales ortum ſuum debent impulſibus gravitatis omnibus ſimul ſumptis, totoque deſcenſus tempore habitis. R. in plano AC reſponderet equidem majori tempori major celeritas finalis, niſi major pars celeritatis impenſa fuiſſet in preſſionem plani AC, quam *Ac*.

*Corol. II. Grave deſcendens per quotcunque plana in fine plani ultimi* (ſeu in C *fig.* 64.) *eandem obtinet celeritatem, quam acquireret deſcendendo per AC.* Nam deſcendendo per AC acquireret eandem, quam lapſu perpendiculari per AB (§. *præc.*); atqui hanc eandem obtinet deſcendendo per quotcunque plana, quod oſtendo: in deſcenſu per DE acquirit eandem celeritatem, quam cadendo per *dE*: in EF rurſus eandem, quam cadendo per *Ef*; denique per FC iterum eandem, quam deſcendendo per *Fc*. Eſt vero $dE + Ef + Fc = Ag + gb + bB = AB$; ergo.

*Schol. II.* Sed enim: nihilne celeritati mobilis officiant anguli E, F, C? R. nihil ad ſenſum; de-

demonſtrationem enim dederunt laudati PP. *Jacquier*, & *le Seur*: vim, ſeu celeritatem in ſingulis curvæ punctis amiſſam majorem non eſſe quantitate infiniteſima ſecundi ordinis, quæ contemni poteſt.

*Coroll.* III. Quævis curva conſiderari poteſt ceu compoſita ex infinitis planis inclinatis; quare mobile per curvam continuam deſcendendo ex *A* in *C*, eam obtinebit velocitatem, quam obtinuiſſet deſcendendo per rectam *AC* (*fig.* 59.).

§. 204. *Tempus deſcenſus per AC longitudinem plani inclinati eſt ad tempus deſcenſus per AB altitudinem ejusdem plani, ut AC : AB; ſive T : t = S : s = AC : AB.* Dem. Deſcenſus corporis in plano inclinato eſt uniformiter acceleratus; hinc $TT : tt = AC : AB$ (§. 160). Tum *AD* (*fig.* 60.) eodem tempore decurritur, quo *AB* lapſu perpendiculari (§. 202. *Probl.* I.); inde $TT : tt = AC : AD$; ſunt vero *AC*, *AB*, *AD* tres continue proportionales (h. e. $AC : AB = AB : AD$ *ibid.*); proinde $AC^2 : AB^2 = AC : AD$. Vel ideo ratio altera alteri ſubſtitui poteſt; ſubſtitutione facta obtinebitur $TT : tt = AC^2 : AB^2$; & utrinque radicem extrahendo $T : t = AC : AB$.

*Schol.* Dixi: ſi fuerint tres continue proportionales, e. c. *a*, *b*, *c*, obtineri hanc proportionem: $aa : bb = a : c$. Si enim $a : b = b : c$, habetur $ac = bb$. Facta æqualis per eandem quantitatem *a* multiplicando obtinebitur $aac = abb$; denique ſolvendo in proportionem fiet $aa : bb = a : c$.

*Coroll.*

*Coroll. I.* Si plura ejuſdem altitudinis plana diſſimilia conferantur, tempora deſcenſus erunt directe ut planorum longitudines.

*Coroll. II.* Tempora deſcenſus per figurarum quarumvis ſimilium, & ad horizontem ſimiliter inclinatarum perimetros ſunt in ratione ſubduplicata quorumvis laterum homologorum. Cum enim in motu uniformiter accelerato $T : t = \sqrt{S} : \sqrt{s}$ (§. 160. *Coroll. VII.*), erit (*in fig.* 60. & 61.) $T : t = \sqrt{AC} : \sqrt{ac}$; cumque $AC : ac = AB : ab = BC : bc$, fiet denuo $T : t = \sqrt{AB} : \sqrt{ab} = \sqrt{BC} : \sqrt{bc}$.

*Coroll. III.* Similes circulorum arcus ſunt plana infinita ſimiliter inclinata, quare idem mobile decurret arcus ſimiles temporibus, quæ ſint in ratione ſubduplicata horum arcuum, aut radiorum ipſis proportionalium.

§. 205. *Tempus deſcenſus per quasvis chordas circuli, cujus diameter ſit ad horizontem perpendicularis, æquatur tempori deſcenſus per ipſam diametrum.* Deſcendat enim mobile per $Ad$ (*fig.* 63.), determinabit perpendicularis $BC$ (nam angulus $ACB$ in ſemicirculo rectus eſt) ſpatium eodem tempore oblique decurrendum; eritque tempus per $AC$ = tempori per $AB$ (§. 202. *Probl. I.*). II. ob parallelas $AC$, & $BD$ itidem angulus $CBD$ rectus eſt; proindeque $DB$ perpendicularis ad $CB$ rurſum determinabit ſpatium eodem tempore decurrendum, quo $CD = AB$; ergo.

1. *Coroll.* Tempora deſcenſus per quavis circuli chordas inter ſe æquantur; æquantur enim tempori deſcenſus per diametrum. Cave tamen, exiſtimes, æquari ſimiliter tempora deſcenſus per quosvis minimos circuli *arcus*, qui pro chordis haberi poſſint; nam arcus minimi chordis quidem ſuis fere longitudine pares ſunt, at non poſitione, ſeu punctorum ad horizontem inclinatione, a qua pendet gravitas reſpectiva.

§. 206. *Grave deſcendens per planum inclinatum mutata directione ad eandem altitudinem aſcendere poteſt*; nam celeritas, quam mobile in fine plani inclinati conſequitur, non continuo perit, ſed vi inertiæ conſervatur; ergo mobile concepto impetu ad eandem partis oppoſitæ altitudinem motu retardato aſcendere poteſt, ſi ita directio ferat; e. c. corpus ex *A* lapſum ſive in *C*, ſive in *c*, aſcendere poteſt ad altitudinem *Ca*, vel *Cα*, ubi tempora aſcenſus reſpondebunt temporibus deſcenſus per plana *ſimiliter* inclinata.

*Schol.* Si mobile deſcendens vi gravitatis ſecundum eandem, aut parallelam directionem perpetuo urgeatur, acceleratur motus; manet enim celeritas acquiſita, & nova conſpiranti continuo additur; cumque gravitas in vicinis noſtris conſtans ſit, mobile æqualibus temporibus æqualia accipit celeritatis incrementa, adeoque motus uniformiter acceleratur. At ſi gravitas in corpus jam motum perpetuo agat contraria directione, æqualibus temporibus æqualia fient celeritatis decrementa, motusque uniformiter retardabitur, non ante extinguendus, niſi cum mobile pervenerit ad eam altitudinem, ex qua cœpit

cum-

eundo moveri. Denique cum eadem vis in itu, & reditu corporis æqualibus temporibus æquales celeritatis gradus generet, & exſtinguat, debet in *D*, & *e*, *m*, & *n*, aliisque punctis ſimiliter poſitis idem celeritatis gradus inveniri. Jam *ad pendula* gradum facio, quorum theoria manifeſte derivatur ex dictis.

§. 207. *Si pendulum ex puncto quietis B levetur in C* (*fig.* 64.), *ſibi relictum deſcendet motu uniformiter accelerato, & in B acquiret eam celeritatem, qua motu retardato aſcendere poſſit in D.* Cum enim quivis cujusvis curvæ arcus conſiderari poſſit tanquam compoſitus ex infinitis planis inclinatis, infinite parvis, poterunt cuivis arcui accommodari, quæ de uno, aut pluribus planis inclinatis dicta ſunt; atqui; ergo.

§. 208. *Celeritas per quemvis circuli arcum CB* (*fig.* 65.) *in B acquiſita eſt ad celeritatem, qua lapſu perpendiculari per totam diametrum AB acquireretur, ut chorda CB ad diametrum AB.* Ducatur enim *Cm* perpendicularis ad *AB*; erit celeritas acquiſita per arcum *CB* = celeritati acquiſitæ per *mB* (§. 203. & 207.); cumque celeritas per *mB* ſit ad celeritatem per *AB* ut $\sqrt{mB}$ ad $\sqrt{AB}$ (h. e. in ratione ſubduplicata ſpatiorum §. 160. *Coroll. VII.*) etiam celeritas per *CB* eſſe debet ad celeritatem per *AB* ut $\sqrt{mB}$ ad $\sqrt{AB}$. Eſt vero △lum *ACB* ∽ *CmB*, adeoque $AB : CB = CB : mB$; proinde $AB^2 : CB^2 = AB : mB$ (§. 204. *Schol.*), & $CB : AB = \sqrt{}$

 *mB*:

$mB : \sqrt{AB}$. Quoniam ergo celeritas per *CB* eſt ad celeritatem per *AB* ut $\sqrt{mB}$ ad $\sqrt{AB}$, itidem erit ut *CB* ad *AB* (§. 1. *ax. V.*). Q. E. D.

*Corell.* Si celeritates per plures ejusdem circuli arcus in puncto infimo *B* acquiſitæ invicem conferantur, nemo non videt fore easdem inter ſe ut ſunt horum arcuum chordæ *CB*, & *EB*.

§. 209. *Tempora deſcenſus per ſimiles duorum circulorum arcus CBD, & efg (fig. 64.) ſunt in ratione ſubduplicata horum arcuum.* Similes enim arcus ſunt plana infinita ſimiliter inclinata; atqui hæc decurruntur temporibus, quæ ſunt in ratione ſubduplicata ſpatiorum, ſeu longitudinum (§. 204. *Cor. II.*); ergo etiam arcus.

*Coroll. Tempora deſcenſus per ſimiles circulorum arcus ſunt in ratione ſubduplicata radiorum*; ſunt enim arcus ſimiles ut radii, id eſt ut longitudines horum pendulorum; quare ſi radii dicantur *L*, & *l*, fiet $TT : tt = L : l$; & $T : t = \sqrt{L} : \sqrt{l}$. Hinc jam difficile non erit datis tribus horum terminorum invenire quartum.

§. 210. *Numeri oſcillationum a pendulis diverſæ longitudinis eodem aliquo tempore confectarum ſunt in ratione reciproca ſubduplicata longitudinum*; nam ſunt numeri oſcillationum reciproce ut tempora, quæ ſunt in ratione ſubduplicata longitudinum (§. *præc. Cor.*); ergo $N : n = \sqrt{l} : \sqrt{L}$.

Schol.

*Schol.* Numeros oſcillationum eſſe inverſe ut tempora ex eo conficitur, quod oſcillationum numerus eſſe debeat eo minor, quo majus tempus ſingulis oſcillationibus peragendis impendi debet. Iterum datis tribus terminis facile determinabitur utriuslibet penduli ſive longitudo, ſeu numerus oſcillationum.

§. 211. *In iſochronis diverſorum pendulorum oſcillationibus vires gravitatis acceleratrices ſunt ut pendulorum longitudines*; ſunt enim vires conſtantes (quales habentur in exiguis ab eadem ſuperficie terræ diſtantiis) proportionatæ ſpatiis eodem tempore deſcriptis (§. 202. *Coroll.*); ſpatia oſcillationibus iſochronis confecta ſunt arcus ſimiles, ſive arcubus ſimilibus proportionales radii; radii ſunt longitudines pendulorum; ergo.

*Coroll. I. Ergo poſita conſtante vi gravitatis idem pendulum, aut pendula ejusdem longitudinis, & æquales arcus decurrentia iſochrona eſſe debent*; in hac enim hypotheſi $S : s = T : t$.

*Coroll. II. Ergo ſi idem pendulum, aut ejusdem longitudinis pendula in variis terræ locis iſochrona non ſunt, vis gravitatis conſtans non eſt.* Ubi plures habentur ejusdem penduli oſcillationes, vis gravitatis major eſt: ubi pauciores, minor eſt. Hinc §. 161. *Aſſert. IV.* docui, majorem gravitatem eſſe *ſub polis* terræ, quam *ſub Æquatore.*

*Schol. I.* Monui, moneoque iterum: quæ hactenus ad pendulorum hiſtoriam ſcripſi, ſcripſi mentem abſtrahendo ab adjunctis, e. c. *frictione virgæ in puncto ſuſpenſionis, aëris reſiſtentia, calore, & frigore,*

virgæ torſere, *dilatatione*, *fibrarum tenſione* &c., quæ ſi nulla haberentur, penduli motus foret perpetuus, & omnino exactiſſimus. Interea vero propter medii reſiſtentiam, frictionem &c., ſucceſſive minuuntur oſcillationes, donec ſenſim pendulum in *B* conquieſcat.

*Schol.* II. Ad oſcillationes pendulorum revoco *fibrarum elaſticarum agitationes*, de quibus pauca. Intelligo autem nomine fibræ elaſticæ chordam tenuiſſimam *A B* ( *fig.* 66. ), æquabilem, & forte *metallicam*, quæ tenſa inſignem prodat elaſticitatem, ſubinde vero nimis tenſa eandem perdat. Ejusmodi fibris, ſeu filamentis tenuiſſimis inter ſe conjugatis concipimus conſtare omnia corpora elaſtica.

II. Si fibræ alicujus extrema *A*, & *B* figantur, medioque ejus puncto *C* appendatur pondus, inflectetur chorda, & abibit in ſitum *A D B*. Tum ſi chordæ tenſæ quidem, ſed nondum inflexæ medium punctum *C* jungatur cum medio ejusdem chordæ poſtea flexæ puncto *D*, recta *C D* ea puncta connectens dicitur *Sagitta*. Si denique centro *B*, radio *B C* deſcribatur arcus *C e*, exhibet *D e* quantitatem, qua dimidia chorda *B C*, per ſui inflexionem producta fuit. Ordo jam poſcit examinare rationem, quam ad invicem dicunt *vis chordam tendens* $= t$, *vis eandem inflectens* $= i$, *ſagitta D C* $= s$, *longitudo chordæ* nondum inflexæ $= l$.

III. *Poſitis ſagittis admodum exiguis habetur proportio* $i : t = s : \frac{1}{2} l$. Sive: *Eſt vis inflectens ad vim tenſionis* ( ante inflexionem ), *ut dupla ſagitta ad dimidiam chordam.* Vis enim *mere tendens* exhibetur per rectam *e b*; quare cum poſita ſagitta admodum exigua ſit *e b* $=$ *n b* $=$ *d b*, etiam vis tendens exhiberi

poteſt

poteſt rectis $ab$, aut $db$. Vis autem *inflectens* agit directionibus $ad$, & $bd$; quare completo parallelogrammo deſignari poteſt per diagonalem $= 2cd = 2s$. Eſt igitur $i : t = 2s : \frac{1}{2}l$. *Inferes I.* Quia factum mediorum æquale facto extremorum, habetur $2st = \frac{il}{2}$; proinde $4st = il$. *II.* Utcunque mutentur vis tendens, & inflectens, *modo ſervent eandem rationem*, ſemper ſagitta *exigua* ejuſdem alicujus chordæ manebit eadem. Viribus enim ita immutatis, *ut tamen maneant in eadem ratione*; oportet manente eadem longitudine chordæ manere eandem ſagittam, ſecus non habebitur $i : t = 2s : \frac{1}{2}l$. *III.* Si conferantur duæ chordæ æque longæ, & æqualiter tenſæ, erunt ſagittæ minimæ in ratione virium inflectentium. Semper enim $4st = il$, ut ſupra. Quare collatis duabus fibris erit $IL : il = 4ST : 4st = ST : st$. Cumque *ex hypoth.* $T = t$ & $L = l$, erit $I : i = S : s$. Theorema iſtud etiam pertinet ad chordas inæqualis diametri. *IV.* Si diverſæ longitudinis fibræ, tamen æqualiter tenſæ invicem conferantur, erunt ſagittæ in ratione compoſita virium inflectentium, & longitudinum. Nempe eſt $IL : il = ST : st$; ergo ſi $T = t$, habetur $IL : il = S : s$. Si præterea $L = l$, eſſe debet $I : i = S : s$. Hæc, & alia manifeſta ſunt.

IV. *Chorda AB utcunque tenſa, & inflexa, ſubinde tamen ſibi relicta oſcillat.* Nam vi elaſticitatis ſuæ redit ad ſitum priorem; reditque motu ſemper accelerato (ſeu, quod vis elaſtica non ſecus atque gravitas agat perpetuo; ſeu quod nova celeritas identidem

ei

ſi communicetur ab ea vi, quæ in ſingulis ſingillatim punctis retineri poſſet); obtinet igitur maximam celeritatem in C, unde facta ulteriori excurſione, in plagam oppoſitam ire, iterumque urgente elaſticitate redire eam oportebit.

Alia omitto; quæ pendent a theoria Cycloidis; cujus conſulto non memini, cum ejus applicatio ad laminas jam fere antiquata ſit (teſte P. Makò), & oſcillationes in exiguis arcubus circuli ſatis iſochronæ deprehendantur.

# Caput VIII.

## De motu, & preſſione fluidorum.

### De preſſione.

§. 212. *Fluida* dixi, quæ impreſſioni cuivis leviſſimæ facile cedunt. Proniſſimæ illius ceſſionis ratio ſufficiens eſt in particularum cohæſione tam exigua, ut facile ab invicem ſeparari poſſint.

*Coroll. I.* Si partes fluidum componentes facillime ſeparantur, poteſt alia fluidi portio in iſtam, alia in illam plagam moveri, quin tota ſimul maſſa in eandem plagam abeat. Contrarium obtinet in ſolidis.

*Coroll. II.* Si geminæ ejusdem fluidi portiones in diverſas plagas abire poſſint, poterit quælibet fluidi pars diſtinctam aliquam fundi portionem premere, quin tota ſimul maſſa eandem vaſis portionem premat. Quare quævis fluidi portio, independenter ab alia, exerere poterit vim premendi fundum vaſis, vel alvei, quo continetur. Rurſus oppoſitum habetur in

ſoli-

ſolidis, quorum partem unam qui movet, aut ſuſtentat, totum ſolidum (e. g. lapidem) movet, aut ſuſtentat.

*Coroll. III.* Si fluidorum partes leviſſime cohærent, cuique impreſſioni facile cedunt, & facile moventur, oportet easdem ſphæricas, lævigatas, & admodum ſubtiles eſſe; ſecus firmior cohærentia, frictio, aut magnitudo motum impedient. Subtilitas particularum manifeſte deducitur ex eo, quod fluida ſe ſe in anguſtiſſima corporum intervalla inſinuent; hinc ſæpe inflantur corpora, ac intumeſcunt.

§. 213. Fluida vel *homogenea* ſunt, vel *heterogenea*; homogenea voco, quæ ejusdem; heterogenea, quæ diverſæ ſunt denſitatis.

§. 214. *Liquida, ſeu fluida omnia gravia ſunt.* Experimur ſane vas quocunque fluido plenum gravius eſſe, quam vacuum. *Nec modo liquida omnia gravia ſunt ſpectata integra maſſa, ſed & ſingulæ liquidorum moleculæ graves ſunt*; nam gravitas totius maſſæ oritur a gravitate ſingularum partium.

§. 215. *Liquida omnia premunt corpora ſibi ſubjecta, quibus incumbunt.* Nam gravia cum ſint, urgentur, ac tendunt deorſum; atque adeo vi gravitatis premunt corpora ſibi ſubjecta, ſeu *heterogenea* ſint, ſive *homogenea*. Quare & fundus vaſis premitur a fluido, & quævis inferior fluidi portio a ſuperiore ſibi incumbente.

*Schol.*

*Schol.* Diſſentimus hac parte a veteribus Philoſophis, qui cum adverterent ſitulam aqua repletam nulla propemodum vi e puteo attolli, quamdiu intra aquam verſatur; at, cum in aërem exiit, percipi ejusdem pondus pro quantitate fluidi ſitula contenti, exiſtimabant: *fluida in loco proprio conſtituta non gravitare*, h. e. non niti deorſum, neque pondere ſuo premere materiam ſibi ſubjectam (*Locus* autem *proprius* illis dicebatur, in quo liquida eſſe debent ſpectata gravitate ſpecifica). Iſtorum rationes refellam poſtea: prius ſententiæ meæ, quæ jam Recentiorum communis eſt, veritatem confirmatum eo: I. Quocunque loco conſiſtant liquida pondus ſuum habent, & gravitatem; proinde quocunque loco conſiſtant, urgentur deorſum; ergo premunt. II. Omne corpus nititur ad centrum ſuum, a quo abeſt; igitur & fluida. III. Fluida nituntur ad centrum ſuum, quamdiu ſunt *in loco non proprio*; quidni pariter nitantur, cum ſunt *in proprio*. Sane in loco non proprio conſtituta nituntur deorſum, quia ſingulæ fluidorum moleculæ graves ſunt; atqui ſemper graves ſunt, quocunque loco conſiſtant fluida; ergo. IV. Rem evincunt experimenta & obſervationes quotidianæ: Mercurius enim in tubo Torricelliano aſcendit, ac deſcendit; non autem aſcenderet, niſi aër premeret. 2do: Similiter in tubis communicantibus attollitur Mercurius ab aqua, oleo, fluidisque aliis ſpecifice levioribus; niſi vero aqua, oleum &c. gravitarent, neutiquam attolleretur. 3tio: Si ſphæra cava, ſed in tubum oblongum deſinens aëre evacuetur, & aquæ immergatur, aſcendit aqua: Rurſum cauſa aſcenſionis eſt preſſio aëris aquæ incumbentis. 4to: Majus eſt pondus veſicæ inflatæ, quam non inflatæ; ergo aër gravitat. 5to: Vas vacuum in aquis immerſum ponderetur; tum idem aqua repletum. Deprehendetur pondus tanto majus, quantum appendit omnis, quæ vas adimplet aqua.

aqua. Hinc etiam profundius mergitur lagena aquis repleta, quam vacua; ergo & aqua gravitat. Idem eſto de fluidis aliis.

*Rationes adverſariorum.* I. Si liquida gravitant in loco proprio, debet pondus liquidi gravitantis ſentiri; non autem ſentitur; ergo. Pr. m. qui ſitulam e puteo trahit, non ſentit pondus aquæ ſitula contentæ, ſed neque pondus aquarum ſitulæ imminentium; aut certe qui ſitulam profundius aquis immerſam trahit, non majus ſentit pondus; quam qui minus profunde aquis immerſam, cum tamen pro diſpari ratione columnarum aquearum ſitulæ incumbentium pondus diſpar ſentiri deberet. Rp. D. M. debet liquidi gravitantis pondus ſentiri, niſi quid obeſt C. M. ſi obeſt N. M. Sic D. M. & N. C. Quo minus autem gravitantis liquidi pondus ſentiatur, obeſſe ſolet *æquilibrium*, quod *inter liquidum gravitans*, & *columnas laterales* intercedit; nam, ut infra docebo, quantum gravitans portio liquidi urgetur deorſum, tantum a columnis lateralibus urgetur ſurſum; qua æquilibritate conſtituta liquidi gravitantis pondus, ac preſſio omnino ſentiri nequit. Nempe ita res ſe habet, ut *in lancibus*, quarum una graviſſimis quidem ponderibus onuſta ſit, ſed *alteri æquilibrata*; Fac enim, onuſtæ huic lanci manum ſuppone, pondus non ſenties. Ad Pr. D. 1. p. A. non ſentit pondus aquæ ſitula contentæ, nec aquarum ſitulæ incumbentium *ob dictam æquilibritatem* C. h. p. alia de cauſſa N. h. p. Sic D. 2. p. & N. C. quantumcunque ſitula immergatur aquis, ſemper columna aquea ſitulæ incumbens in æquilibritate erit cum columnis lateralibus, & pro diſpari ratione columnarum aquearum ſitulæ incumbentium itidem diſpar ratio habebitur columnarum lateralium, quæ eadem proportione creſcunt, aut decreſcunt, qua columnæ ſitulæ incumbentes.

II.

II. Si fluida gravitent, nec infra aquas herbæ aſſurgere, nec piſces natare, nec urinatores in imo ſtagnorum, aut marium conſiſtere poterunt; comprimi enim oportebit herbas, piſces, & urinatores ab ingenti mole aquarum ſibi incumbentium. Quin etiam extra aquas nec homines progredi, nec aves volatu ſuo aërem findere poſſent; utriſque enim preſſio aëris, quæ multorum centenariorum pondus adæquat, ſuperanda eſt. R. D. ſequ. M. Si fluida *non æquilibrata* gravitarent, aut vero gravitarent *inæquabiliter* C. ſequ. M. Si *æquilibrata* gravitant *æquabiliter* N. ſequ. M. Sic D. m. & N. C. Primum ab ingenti pondere aquarum ſibi incumbentium non comprimuntur herbæ, quia pondus incumbentis columnæ aqueæ ſuſtentatur, atque in ordine ad motum eliditur a columnis lateralibus, cum quibus æquilibrat. Eliſo autem pondere iſto jam difficile non erit plantas in aquis aſſurgere. Huc adnotandum eſt, quod paluſtrium herbarum plurimæ radices ſuas non in fundo agunt, ſed in ſuperficie, naſcuntur enim ex ſeminibus aquæ innatantibus. *Deinde* non comprimuntur piſces, & urinatores, cum iis undique incumbant aquæ *æquilibratæ*, quarum actiones mutuo ſe ſe elidunt; fit igitur, ut preſſio aquæ incumbentis ob æqualem repreſſionem aquæ inferioris, & columnarum lateralium non ſentiatur. Interea vero urinatoribus ſanguis per oculos, nares, aureſque elici ſolet, non quidem ab aquarum incumbentium pondere, ſed ab aëris nimium compreſſi denſitate, præcipue ſi campana, in qua urinator conſiſtit, nimis propere infra aquas demittatur. Quo minus autem *campana ipſa* ab immani aquarum pondere comprimatur, obeſt denuo aquarum *æquilibritas*, & campanæ in modum fornicis excavatæ *figura*; hinc etiam recipientia vitra campanæ formam induere debent. *Poſtremo* nec hominum progreſſui, nec avium volatui obeſt aëris gravitatio; cum enim gravitationem aëris anterioris elidat gravitas aëris poſterioris,

ubi, facile magnus homo, aut media avis vincere poſſit preſſionem aëris undique æquilibrati.

Dices I. Ex calculo *Bernoullii* pondus atmoſphæræ ſuperficiem terræ ambientis eſt librarum [illegible], 687, 360, [illegible], 160, 000, 000, [illegible], 000; quare homo intra atmoſphæram degens pondere bis mille librarum, & quod ſuperat, perpetuo urgeretur. Quomodo jam progredi poſſit, cujus membra tanto onere diſſolvi, comprimi immo, atque deſtrui oporteret? Credo equidem, diſſolverentur membra, & comprimerentur niſi iisdem bis mille, & amplius, pondo *æquilibrata* incumberent. *Dices II.* Sit licet columna aërea homini incumbens *æquilibrata*, ſentiri tamen deberet ejusdem pondus, non ſecus, quam ſentiatur *in Barometro*. ℞, Solutionem dabo ad cauſſam Mercurii ſive aſcendentis, ſive deſcendentis in Barometro.

II. Si fluida *in æquilibrio conſtituta* adhuc *gravitant*, moveri deberent (motus enim effectus eſt gravitationis; aut vero ſi effectus non eſt, habetur gravitatio, ſeu actio ſine effectu): Non autem moventur; ergo nec gravitant. ℞. D. M. Si fluida æquilibrata gravitant *gravitatione viva*, ſeu *efficaciter* C. Si *gravitatione mortua*, & *inefficaciter* N. M. C. m. & N. C. Gravitationem vivam, ſeu efficacem dico, quæ cum actuali motu conjuncta eſt.

*Dices I.* Omnis gravitatio eſt propter motum; ergo ſi fluida æquilibrata gravitant, moveri debent. ℞. D. A. eſt propter motum tanquam finem non unicum C. A. eſt unice propter motum N. A. & C. Gravitatio eſt propter firmitatem, harmoniam, & conglobationem univerſi; qui finis ſufficienter obtinetur per niſum; & preſſionem fluidorum, quamvis actu [illegible]

infra aquas profundius demergitur, quam quæ minus profunde; fallit conſequens; igitur & antecedens. Pr. m. Non experimur majorem difficultatem in educenda ſitula, quæ profunde aquis immergitur, quam quæ minus alte. Atqui vere experiri deberemus, ſi non ſecus, atque dum ſitulam profundius merſam e fluido glacie conſtricto educimus, quam dum minus profunde merſam; ergo. R. Situla profundioribus aquis immerſa *re ipſa* premitur magis; quod tamen eam educentes non majus pondus ſentiant, tribui debet actioni columnarum lateralium, & aquarum inferiorum, quarum *vis unita* æquilibritatem inducit cum columna verticaliter premente. Quod de glacie ingeſtum eſt, ſic expedio: experimur majorem difficultatem; quia penes glaciem, corpus utique ſolidum, vincendi ſunt validiores limites cohæſionis, quam penes fluida, quorum partes facillime ſeparantur.

§. 220. *Fluida homogenea non prius quieſcunt, quam ſe componant ad libellam*, h. e. *ſuperficiem horizonti parallelam induant.* *Pr.* Fluidorum moleculæ cuivis impreſſioni proniſſime cedentes *urgente gravitate* eo usque deſcendunt, dum locus deſcendendi ultra non ſit. Eſt vero ſemper locus deſcendendi, quousq; in ſuperficie horizonti parallela non ſunt; ergo eousque deſcendent, dum ſint in ſuperficie horizonti parallela, ſive *ad libellam.* II. Finge columnam aliquam verticalem *a x* altiorem eſſe columna ſibi vicina: comprimetur ſphærula *c* ejusdem columnæ *a x*; cumque omnes ejusdem Lamellæ partes æqualiter premant in omnem ſenſum, æqualiter itidem premetur ſphærula *d*, quæ eſt in eadem columna hori-

zon-

quovis impleatur, & ſuperficies fluidi comprimatur embolo, qui exacte repleat aperturam vaſis, ne ulla liquoris portio egredi poſſit, *undique* per poros vaſis erumpit liquidum, ſicque non minus agit contra ſuperficiem vaſis ſuperiorem, quam contra latera, & fundum.

*Schol.* Preſſio in omnem partem eſt peculiaris affectio fluidorum, a qua pleraque Hydrodynamices phænomena pendere videntur. Doleo, preſſionis hujus *cauſſam* minus exploratam eſſe, quam *exiſtentiam*. Scilicet : cauſſam non omnino aſſequimur, quia combinationem particularum elementarium fluida componentium non ſatis *diſtincte* cognoſcimus. Sed tamen ſuper materia iſta Philoſopho digniſſima aliquid diſſerendum.

Pars maxima Phyſicorum volunt partes fluidorum elementares eſſe *ſolidas*, *glabras*, & *proximo ſaltem ſphæricas*. *Solidas* ajunt, ne procedatur in infinitum ; *glabras*, ne frictio impediat admodum facilem motum, ac ſeparationem ab aliis ; *ſphæricas*, aut *ſphæricis ſimiles* dicunt, quod hæc figura maxime idonea ſit ad explicandam fluidorum ſummam mobilitatem, & minimam cohæſionem.

An moleculæ ſolidæ, & ſphæricæ, e quibus fluida coaleſcunt, *duræ* ſint, & *incompreſſiles*, non ſatis convenit inter Phyſicos. De fluidis quibusdam certum habemus : elaſtica eſſe, & compreſſilia ; tale fluidum aer eſt. Sed quid de fluidis denſioribus, e. c. oleo, aqua, vino, Mercurio &c. conſtituendum ? Sunt, qui putent, eorum partes elementares *duras* eſſe, & *incompreſſiles*. Sic arguunt : Si ſphæra aurea denſiore fluido impleta, & hermetice

*æſtimari debet ex baſi, & altitudine liquidorum.* Preſſio enim, quam fluidum exercet in fundum, pendet a *numero, & altitudine columnarum prementium*; numero columnarum prementium ſubſtitui poteſt *baſis*, quæ evidenter huic numero eſt proportionata; ergo preſſio in fundum pendet a baſi, & altitudine liquidorum. II. In vaſis inclinatis liquida premunt fundum *directe, & tota gravitate ſua*; eſt autem gravitas abſoluta fluidi homogenei ut volumen, ſive ſoliditas; volumen priſmatis aut cylindri ut baſis ducta in altitudinem; ergo & preſſio eſt ut baſis ducta in altitudinem.

1.) *Coroll.* Quia $P : p = BA : ba$ (deſignant autem $P$ & $p$ preſſiones, $A$ & $a$ altitudines; $B$ & $b$ baſes), ſi fuerit $B = b$, obtinetur: $P : p = A : a$; h. e. manente eadem baſi vaſorum æquabilium ad perpendiculum conſtitutorum, fluida premunt baſim in ratione altitudinum; ergo decreſcente altitudine ſimiliter decreſcit preſſio fluidi in eodem vaſe.

§. 222. *In vaſe æquabili ad horizontem inclinato fluida æque premunt fundum, atque in vaſe perpendiculari ejuſdem baſis, & altitudinis.* Sit enim cylinder rectus $LM$, inclinatus $MN$, utriusque baſis dicatur $B$ (*fig.* 73.). Fundus cylindri perpendicularis premitur *tota gravitate abſoluta*, inclinati *reſpectiva*. Eſt vero gravitas reſpectiva ad abſolutam, ut plani inclinati altitudo ad longitudinem; ergo ſi gravitas abſoluta fluidi cylindro $MN$ contenti

dica-

Alii exiſtimant moleculas elementares fluidorum utcunque denſorum comprimi poſſe; atque iſti facilius explicant *æqualem* fluidorum preſſionem in omnes partes; cum enim corpus preſſum vi ſua elaſtica reagat *in omnem ſenſum æqualiter*, conſequi debet æqualis preſſio in omnem partem. Ponunt veſicam aere turgidam, & vaſe aliquo exacte concluſam, vi magna comprimi; nitetur undique aer perrumpere clauſtra vaſis, & æquali virium quantitate reaget ſive in fundum, ſive in latera vaſis, ſeu denique ſurſum. Ex illo autem, quod de ſphæra aurea prius memoravi, unum illud inferri volunt: compreſſionem partium liquidi denſioris relate ad nos inſenſibilem eſſe, re vera tamen haberi.

Denique alii ſic conſtituunt: Partes *propriæ*, & elementares fluidorum denſiorum *duræ* ſunt, & *incompreſſiles*; in earum tamen interſtitiis reſidet fluidum aliquod ſubtilius comprimi potens, quod preſſum vi ſua elaſtica reagit in omnem ſenſum, ſicque moleculas elementares fluidi denſioris propellit in omnem partem. Non male.

Fluidum quoddam ſubtilius poſſe latitare in interſtitiis liquidi denſioris evincit *machina pneumatica*: conſtituatur in ea vas aqua plenum, & ſuctibus repetitis exhauriatur aer; continuo bullæ aeris antea in aquis compreſſi, jam pondere aeris ſuperioris liberati aquis egrediuntur, ac ſupernatant. Ergo craſſior ille aer, qualem reſpiramus, penetrat, ac replet interſtitia, quæ inter moleculas aquæ intercedunt. Quid ni intercedere poſſit fluidum aliquod aere noſtro ſubtilius, quod intime aquam pervadat, & ope machinæ pneumaticæ expelli non poſſit? nam aerem hunc uſualem cauſſam non eſſe æqualis in omnem partem preſſionis lubenter admittunt, cum eadem preſſio habeatur *in vacuo Boyleano*. Quid tamen ſi in cauſſa ſit

ſubtiliſſimus aer, qualis ſemper manet in vacuo *Boylæano* poſt repetitas utcunque ſuctiones? Quid ſi forte fluidum aliquod ſubtilius, idem prorſus cum eo, quod e liquoribus plerisque egreditur, ſuaque abſcentia efficit, ut liquida coaleſcant in ſolida, e. o. in glaciem, quodque iterum ignis, & caloris auxilio immiſſum conglaciatis liquorum moleculis fluiditatem reſtituit? Certe ab ejusmodi fluido ſubtiliori, & *elaſtico* penetrari fluida denſiora ſuadet evaporatio liquorum, e. c. aquæ, ſi enim aqua conſtare ponatur particulis *ſolum duris*, & *minime elaſticis*, vix putant rite concipi poſſe, quomodo moleculæ iſtæ a reliqua maſſa avellantur, & in vapores abeant.

Sed enim: nunquid *Carteſianus* habebitur, quisquis *materiam* hanc *ſubtilem* adſtruet? Habeatur licet; habebitur ab iis, qui ſinceram materiæ ſubtilis Carteſianæ notionem non habent, a quibus Carteſianum haberi in tanta luce Philoſophiæ *Newtono-Boskovichianæ* turpe non eſt. Materia ſubtilis Carteſii denſiſſima eſt; iſta admodum ſubtilis, & aere uſuali rarior. Materia Carteſii ubique diffunditur, per ipſa adeo ſpatia cœleſtia; iſta latet in interſtitiis fluidorum, & forte ſupra aeris atmoſphæram (quæ modica eſt altitudo relate ad ſpatia cœleſtia) elevatur &c.

§. 218. *In fluidis homogeneis quieſcentibus ſingula horizontalis alicujus lamellæ partes æqualiter premunt in omnem ſenſum*; fac enim: globulus alter fortius premat altero ſibi contiguo, premet eundem pro exceſſu virium ſuarum; preſſus autem reprimet æqualiter (§. 4.); & æqualiter reprimet elaſticitate ſeu propria, ſeu alterius materiæ inter fluidorum interſtitia comprehenſæ, quæ elaſticitas

agit

agit in omnem partem; ergo. II. Niſi ſingulæ ſtrati alicujus partes undique premant æqualiter, non habetur virium æquilibritas, qua ſublata motum conſequi neceſſe eſt verſus eam partem, ubi minor habetur reſiſtentia; ergo niſi moleculæ omnes premant æqualiter, fluida non quieſcunt, quod eſt contra hypotheſim.

*Coroll.* Inde fluunt ſequentia: I. Liquidi homogenei partes omnes æquilibrium ſervant inter ſe. II. In liquidis vi ſolius preſſionis nullus unquam motus ſequitur; cum enim moleculæ omnes ſint in æquilibrio, preſſiones oppoſitæ, omni ex parte æquales, ſe ſe prorſus elident, quantumque aliæ motum urgebunt, tantum impedient aliæ. III. Ad motum in liquido ciendum requiritur vis aliunde proveniens: ſufficit autem vis minima, quæ æquilibrium tollat.

§. 219. *Singulæ ejusdem ſtrati partes non modo premunt æqualiter in omnem partem, ſed ipſæ premuntur æqualiter.* *Prob.* Obſervamus fluida (niſi admodum ampla fuerint; *e. c.* ingentes lacus; aut vaſta maria) induere ſuperficiem horizonti parallelam; ergo ſingulis partibus ejusdem alicujus ſtrati, ſeu lamellæ incumbunt columnæ æquales, habeturque æqualis partium prementium numerus; ergo ſingulæ ejusdem ſtrati partes æqualiter premuntur, cum earundem virium iidem eſſe debeant effectus. *Confirm.* Si plures tubi vitrei utrinque aperti æque profunde liquido immergantur, aſſurgit liquidum ad eandem in ſingulis tubis altitudinem;

nem; quo poſito neceſſe eſt, ſingulas liquidorum partes in eadem profunditate exiſtentes æqualiter premi.

*Schol.* Opponi ſolent ſequentia: Liquida non moventur in omnem partem; ergo nec premunt in omnem partem. ℞. nituntur tamen ſe movere in omnem ſenſum, ſive ex cauſſa *elaſticitatis propriæ*, ſive alterius materiæ intra poros fluidorum latentis; quod ſufficit ad preſſionem exercendam in omnem ſenſum. Aliam reſponſionem deduces ex *Coroll.* §. *præced.*

II. Liquida premunt ex cauſſa gravitatis, quæ non agit, niſi nitendo deorſum ad, vel prope centrum Telluris; ergo liquida non premunt, niſi deorſum. ℞. Liquores premunt ex cauſſa gravitatis *primario*, & *directe* C. h. p. *ſecundario*, & *indirecte* N. h. p. Eadem diſtinctione abſolvuntur reliqua. Nempe: gravitas eſt ratio primaria, & directa, cur liquores premant Lamellas inferiores ſibi ſubjectas; quoniam vero inferiores premi nequeunt, niſi reagant in omnem ſenſum, ipſa hæc ſuperiorum Lamellarum gravitas cauſſa eſt, ſi dicere licet, *ſecundaria*, *mediata*, & *indirecta*, cur liquorum Lamellæ inferiores premant in omnem ſenſum. *Colliges*: quemadmodum fluida ſecundario, & indirecte premant alia ex cauſſa, quam ex cauſſa gravitatis; premunt enim ex ratione ſui compreſſionis. *Dices I.* Repugnat, ut fluida vi gravitatis ſuæ premant ſurſum. ℞. Ut premant ſurſum directe, ac primario C. A. ſecundario, indirecte, ac mediante compreſſione N. A. & C. *Dices II.* Si fluida premant in omnem partem, alterutrum fit, oportet: vel enim liquidorum prementium gravitas nititur ſurſum, vel certo preſſorum nulla prorſus erit gravitas. ℞. Prementium gravitas nititur ſurſum *indirecte*. Preſſorum tem

tum gravitas erit quidem, ſed *victa*, ſed *inefficax*. Quis amabo dicat; ponderis *A* gravitatem niſi ſurſum ex eo, quod lanci uni impoſitum attollat pondus minus *B* alteri adjectum? quis credat pondus *B* gravitate ſua deſtitui propterea, quod attollatur?

III. Solida ſibi incumbentia, e. g. plures ſeries lapidum cubicorum preſſione ſua non attollunt lapides inferiores; nec igitur ſuperiores fluidorum ſphærulæ attollunt inferiores. ℞. N. C. In his ſolidis obeſt major reſiſtentia, & minor mobilitas, quæ tribui debet validiori partium cohæſioni, & figuræ non ſatis lævigatæ, nec ſphæricæ, ſed anguloſæ, quæ ineptior eſt ad motum; proinde non æque facile extrudi, vel attolli poſſunt, ut ſphærulæ. At moleculæ fluidorum ſunt mobiles ut maxime, & cuivis impreſſioni facillime cedunt. II. Solida cubica, quorum unum alteri incumbit, non agunt niſi directione verticali, more aliarum gravium quieſcentium; ſphærulæ agunt ſecundum directionem punctorum, in quibus habetur mutuus contactus. Denique: ſi corpora ſolida quidem, ſed ſphærica, & lævigata certo ordine ſibi imponentur, fieri poterit, ut ſeries una alteram attollat.

IV. Partes liquidi fundo contiguæ magis premuntur, quam partes a fundo magis diſtantes; ergo partes liquidorum non premuntur æqualiter. *Confirm.* Fluidorum partes *in eadem columna verticali* ſitæ non premuntur æqualiter; nec igitur ſitæ *in eadem Lamella horizontali*, ſeu ſtrato. ℞. D. C. Non premuntur æqualiter liquidorum partes in diverſis Lamellis horizontalibus C. C. in eadem Lamella, ſive ſtrato N. C. Vide rationem poſitionis, a qua repetenda eſt reſponſio *ad Confirm.*; nam diverſis liquidorum partibus in eadem columna ſitis incumbunt diverſæ liquidorum altitudines, atque adeo pro majori altitudine, ſeu numero particularum incumbentium habetur ma-

jor preſſio. In eodem ſtrato idem numerus eſt particulum incumbentium; ergo.

V. Fluida ejusdem altitudinis æqualiter non premunt partes ſibi ſubjectas; cum poſita eadem altitudine validius premat Mercurius, quam aqua: validius iſta, quam oleum. ℞. D. A. fluida *heterogenea*, ſeu quæ ſunt diverſæ gravitatis ſpecificæ, non æqualiter premunt C. A. *homogenea* N. A. & C. Major gravitas ſpecifica pendet a majori numero molecularum corpus quodvis *ſub eodem aliquo volumine* conſtituentium, quæ eum ſingulæ premunt; ac proinde indubitatum eſt: magis premere corpora ſpecifice graviora, quam leviora, ſeu: fluida *heterogenea* non æqualiter premere partes ſibi ſubjectas.

VI. Neque fluida *homogenea* æque alta æqualiter premunt, aut certe non in omnem partem æqualiter premunt; ergo. Pr. A. major eſt celeritas fluidorum erumpentium e vaſis in fundo perforatis, quam in latere, ſeu foramen excavetur in eadem, ſive in diverſa cum fundo altitudine; h. e. citius liquores defluunt caſu primo, quam altero; majori autem celeritati reſpondere debet major preſſio, cum effectus cauſſis ſuis proportionati eſſe debeant; ergo. ℞. Citius liquores defluunt caſu primo, *forte* propter minorem frictionem C. A. propter majorem preſſionem N. A. & C.

Jam diſſimulare nequeo Phyſicorum quorundam opinionem, & in his præcipue *Gallorum*. Sic fere illi: Lamella horizontalis *a b* (*fig* 67.) non premit lateraliter, neque ſurſum, ſed gravitate ſua tantum premit deorſum. Lamella *c d* premitur a ſuperiore *a b*, atque *ob iſtam ſui preſſionem* premit non ſurſum modo, ſed & lateraliter, & deorſum; deorſum tamen premit etiam alia de cauſſa, ſcilicet *gravitatis ſuæ*. Similiter Lamella *e f* deorſum premit duplici ex cauſſa:

*gravi-*

gravitatis ſuæ, & preſſionis receptæ, ſurſum vero, & lateraliter ſolum ex cauſſa preſſionis ſuperiorum Lamellarum. Inde gemina conficiunt: I. *liquidorum preſſionem perpendicularem creſcere in ſerie numerorum naturalium* 1, 2, 3, 4, 5, &c. quare illis auctoribus premitur deorſum Lamella $ab$ ut 1, $cd$ ut 2, $ef$ ut 3, &c. II. *Preſſionem in latera, vel ſurſum tendentem eſſe quidem in eadem ſerie numerorum naturalium, ſed initium computationis ſumendum a Zero;* hinc preſſio lateralis aut ſurſum vergens Lamellæ $ab = 0$, Lamellæ $cd = 1$, $ef = 2$, $gh = 3$ &c. Proinde, inquiunt, preſſio *perpendicularis* cujuſcunque Lamellæ ſuperat preſſionem *lateralem* pondere ejuſdem Lamellæ, quod tamen cum perexiguum ſit, ac inſenſibile *ob tenuitatem Lamellarum liquidorum*, ſine errore adſtrui poteſt, *liquida premere æqualiter in omnem partem*, ſi preſſio illa tribuatur quibuſvis *Lamellis* horizontalibus *ſpeciatim ſumptis*.

Aliud contendum eſſe de tota quadam fluidorum maſſa diſertis verbis affirmant. Sic arguunt: perpendicularis preſſio cujuslibet horizontalis Lamellæ ſuperat preſſionem in alium ſenſum pondere iſtius Lamellæ; ergo componendo preſſiones omnium univerſæ Lamellarum, ſive totius maſſæ, preſſio perpendicularis totius liquidi ſuperabit preſſionem in alium ſenſum pondere totius maſſæ. *Inferunt:* ergo, cum Phyſici docent liquida premere in omnem ſenſum æqualiter, intelligendi ſunt de una aliqua Lamella ſpeciatim ſumpta, non de maſſa integra; nam certum habent perpendicularem totius maſſæ preſſionem prævalere ei, quæ fit in alium ſenſum.

Iſti quidem objectione hic recitata nihil urgentur; ad alias tamen, viderint, quid reſpondeant.

VII. Si in fluidis homogeneis majori altitudini reſpondet major preſſio, fortius premitur fiſtula, quæ

infra

infra aquas profundius demergitur, quam quæ minus profunde.; ſallit conſequens ; igitur & antecedens. Pr. m. Non experimur majorem difficultatem in educenda ſitula, quæ profunde aquis immergitur, quam quæ minus alte. Atqui vero experiri deberemus, ſi non ſecus, atque dum ſitulam profundius merſam e fluido glacie conſtricto educimus, quam dum minus profunde merſam; ergo. R. Situla profundioribus aquis immerſa *re ipſa* premitur magis; quod tamen eam educentes non majus pondus ſentiant, tribui debet actioni columnarum lateralium, & aquarum inferiorum, quarum *vis unita* æquilibritatem inducit cum columna verticaliter premente. Quod de glacie ingeſtum eſt, ſic expedio: experimur majorem difficultatem; quia penes glaciem, corpus utique ſolidum, vincendi ſunt validiores limites cohæſionis, quam penes fluida, quorum partes facillime ſeparantur.

§. 220. *Fluida homogenea non prius quieſcunt, quam ſe componant ad libellam*, h. e. *ſuperficiem horizonti parallelam induant.* Pr. Fluidorum moleculæ cuivis impreſſioni proniſſime cedentes *urgente gravitate* eo usque deſcendunt, dum locus deſcendendi ultra non ſit. Eſt vero ſemper locus deſcendendi, quousq; in ſuperficie horizonti parallela non ſunt; ergo eousque deſcendent, dum ſint in ſuperficie horizonti parallela, ſive *ad libellam.* II. Finge columnam aliquam verticalem *a x* altiorem eſſe columna ſibi vicina: comprimetur ſphærula *e* ejusdem columnæ *a x*; cumque omnes ejusdem Lamellæ partes æqualiter premant in omnem ſenſum, æqualiter itidem premetur ſphærula *d*, quæ eſt in eadem columna hori-

zon-

zontali; nitetur itaque globulus *d* ſe movere in omnem ſenſum; cumque nihil impediat ejus aſcenſum (ponitur enim nullam fluidi portionem ei incumbere) fertur ſurſum, ferenturque omnes globuli ſeſe in eadem columna verticali excipientes, ac proinde columna tota. Deſcendet igitur altior columna *a x*, replebitque locum relictum ab ea, quam paulo mox aſcendiſſe dixi. *Breviter*: columna quævis altior attollit vicinas, ipſaque deſcendit eousque, dum totum liquidum conquieſcat; quieſcere autem non poteſt, niſi ſingulæ columnæ ſint in æquilibritate, i.e. niſi earum momenta ſint æqualia, quæ momentorum æqualitas obtinere non poteſt (poſita moleculorum homogeneitate) niſi columnæ ſint in eadem altitudine.

*Schol.* Singulæ verticales columnæ liquidi homogenei nituntur attollere vicinas. Irritus autem evadit niſus ille, ubi columnæ vicinæ ejusdem ſunt gravitatis ſpecificæ, habeturque earundem æquilibritas. At ſi una, vel plures columnæ *quavis de cauſſa* fiant graviores, magisque fundum premant vicinis, tollitur æquilibritas, & leviores columnæ aſſurgunt, graviores deſcendunt. Hinc eſt quod vaſta maria non induunt ſuperficiem horizonti parallelam, ſed convexam; talem enim ſibi depoſcit actio gravitatis, quæ diverſa eſt in diverſis terræ locis.

§. 221. *In vaſis æquabilibus* (ut ſunt priſmata, & cylindri) *ad perpendiculum conſtitutis liquida homogenea premunt fundum in ratione compoſita baſis, & altitudinis vaſorum; ſive preſſio*

æſti-

*æſtimari debet ex baſi, & altitudine liquidorum.* Preſſio enim, quam fluidum exercet in fundum, pendet *a numero, & altitudine columnarum prementium*; numero columnarum prementium ſubſtitui poteſt *baſis*, quæ evidenter huic numero eſt proportionata; ergo preſſio in fundum pendet a baſi, & altitudine liquidorum. II. In vaſis inclinatis liquida premunt fundum *directe, & tota gravitate ſua*; eſt autem gravitas abſoluta fluidi homogenei ut volumen, ſive ſoliditas; volumen priſmatis aut cylindri ut baſis ducta in altitudinem; ergo & preſſio eſt ut baſis ducta in altitudinem.

1. Coroll. Quia $P:p = BA:ba$ (deſignent autem $P$ & $p$ preſſiones, $A$ & $a$ altitudines; $B$ & $b$ baſes), ſi fuerit $B = b$, obtinetur: $P:p = A:a$; h. e. manente eadem baſi vaſorum æquabilium ad perpendiculum conſtitutorum, fluida premunt baſim in ratione altitudinum; ergo decreſcente altitudine ſimiliter decreſcit preſſio fluidi in eodem vaſe.

§. 222. *In vaſe æquabili ad horizontem inclinato fluida æque premunt fundum, atque in vaſe perpendiculari ejuſdem baſis, & altitudinis.* Sit enim cylinder rectus $LM$, inclinatus $MN$, utriusque baſis dicatur $B$ (*fig.* 73.). Fundus cylindri perpendicularis premitur *tota gravitate abſoluta*, inclinati *reſpectiva*. Eſt vero gravitas reſpectiva ad abſolutam, ut plani inclinati altitudo ad longitudinem; ergo ſi gravitas abſoluta fluidi cylindro $MN$ contenti dica-

plicatur = $B \times MN$ (*§. prec.*) & reſpectiva = $x$, fiet: $x : B \times MN = LM : MN$; proindeque $x = \frac{B \times MN \times LM}{MN} = B \times LM$.

Atqui etiam preſſio cylindri perpendicularis = $B \times LM$ (*ibid.*); ergo.

§. 223. *In vaſis inæquabilibus, ut ſunt coni, & pyramides, fluida ſic premunt fundum, tanquam ſi baſis ſuperior inferiori æqualis foret.* Nam I. ſit vas conicum, cujus baſis ſuperior major ſit inferiore (*fig.* 69.) urgebitur in eo fundus directe a ſolo cylindro $AaBb$; reliqua maſſa $AaC$, & $BbD$ urgebunt latera; ergo preſſio in fundum exercetur eo modo, quo ſi baſis ſuperior adæquaret inferiorem, ſive ſi $CD$ foret = $AB = ab$.

II. Sit vas conicum, cujus baſis inferior ſit major ſuperiore (*fig.* 70.); demonſtro preſſionem fundi in vaſe $ABCD$ æquari ei, quæ haberetur in vaſe $ABcd$. Concipiatur enim fundus $AB$ amolli in $ab$; eodem tempore, quo fluidum in vaſe ampliori decurret ſpatium $Aa$, conficiet in anguſtiori ſpatium $EF$. quæ ſpatia eodem tempore confecta exhibebunt celeritates. Porro eſt capacitas cylindri $Ab$ æqualis capacitati alterius $EF$ (omne enim fluidum prius cylindro $Ab$ contentum, jam ex hypotheſi continetur intervallo $EF$); æqualium autem cylindrorum baſes ſunt reciproce ut altitudines (*per Stereom.*) ergo $AB$:

CD

CD = DE : AB, poteritque ratio inverſa illarum ſubſtitui. Eſt autem vis premendi æqualis maſſæ ductæ in celeritatem; ac proinde vis in vaſe CDE (quam nomino, v) = CD × DG × DE; & vis in vaſe ABed (quam dico V) = AB × DG × Ae. Facta ſubſtitutione erit V = AB × DG × CD; & v = CD × DG × AB; ergo V = v (§. I. ax. IV.) Q. E. D.

*Schol.* Theorema iſtud paradoxum videri poteſt, ſed demonſtratum eſt, multisque experimentis confirmatum. Unum conſigno: ſi per cylindrum EF (*fig.* 71.) ingeratur aqua delapſura in vas ABCD, urgebit ea fundum vi, quæ reſpondeat fundo AB ducto in altitudinem FG. Quam ob rem ſi tubo CD induceretur membrana, aut pellis animalium, aut veſica, poſſit illa diſtendi quam maxime, attollereturque graviſſima quævis pondera. Hinc præſens machina Cel. *Wolffio* dicebatur *Sypho anatomicus*.

*Coroll.* In aperto itaque eſt; omnem preſſionem fundi in vaſis quibuscumque æſtimandam eſſe ex baſi ducta in altitudinem liquidi, ſic æſtimari debet in vaſis æquabilibus rectis (§. 221.), ſic in vaſis inæqualibus (§. 223.) ſic in vaſis ad horizontem inclinatis (§. 224.); ergo.

*Schol.* Ut pulcherrimæ veritates iſtæ profundius animo figantur, recitabo objectiones aliquas. I. In vaſis cylindrico, & conico, cujus baſis ſuperior major ſit inferiore, nequit eſſe eadem preſſio fundi, quantumvis baſis, & altitudo eadem ſint; ergo. Pr. A. in vaſe illo conico habetur major portio liquidi, quam in cylindrico, ac proinde validius premi debet fundus; ergo. R. D. A. Habetur major portio liquidi, ſed non omnis liquidi maſſa fundum premit. C. A.

premit

premit omnis N. A. & C. Pars liquidi continens ſpatius *ACa*, & *BDb* fundum non premit, ſed latera, quibus perpendiculariter imminet.

II. Etiam columnæ laterales vaſis conici fundum premunt; ergo. Pr. A. Si non premunt, ea forte de cauſſa premere non videntur, quod earum preſſio ſuſtineatur a lateribus coni; ab his vero ſuſtineri nequit; ergo. Pr. m. Latera coni illius ſunt plana inclinata; atqui iſta non ſuſtinent totum pondus corporis incumbentis; ergo. ℞. N. A. ad Pr. D. M. earum preſſio ſuſtineretur a lateribus coni, ſimulque a columnis cylindri medii C. M. tantum a lateribus coni N. M. ſic D. m. & N. C. partim a lateribus coni, partim a columnis mediis ſuſtinetur preſſio liquidi extra cylindrum *AaBb* conſtituti. Probatio ult. eodem modo expedienda.

III. Similiter ergo columnæ laterales premunt medias; atque ſi iſtud: mediantibus ſaltem iſtis premunt fundum vaſis conici; ergo. ℞. N. m. Si columnæ laterales abeſſent, aut niſi preſſione ſua agerent in medias, columnæ mediæ ſe ſe ad latera diffunderent; hunc vero niſum mediarum preſſione ſua coercent laterales, ſicque vices obeunt laterum ſolidorum, quibus cohiberetur diffuſio mediarum. Sed latera ſolida non augent preſſionem in fundum; nec igitur columnæ laterales.

IV. In vaſe conico ſuperius convergente (*fig.* 72.) nequit eſſe eadem preſſio, quæ in cylindrico ejuſdem baſis, & altitudinis; ergo. Pr. A. Columnæ laterales vaſis conici breviores ſunt columnis cylindrici; minus itaque fundum premunt; ergo. ℞. Breviores ſunt, communicatur tamen illis eadem preſſio, quæ habetur in quacunque columna utcunque longa C. A. non communicatur N. A. & C. Singula ejuſdem la-

mellæ horizontalis puncta æqualiter premunt, nam æqualis preſſio iiſdem communicatur a vicinis anterioribus cujuſvis columnæ punctis. *Dices*: Columnæ liquidi eatenus premunt fundum, quatenus graves ſunt; ſed columnæ breviores ſunt minus graves; ergo. R. D. A. Premunt, quatenus graves ſunt, vel quatenus ſunt in eadem Lamella horizontali cum gravioribus C. M. ſolum quatenus *in ſe* graves ſunt N. M. ſic D. m. & N. C. Si columnæ ſingulæ ſeorſim ſpectentur, minus utique premunt breviores, quam longiores, quia premunt gravitate duntaxat propria. At ſi quidem ſpectentur, quatenus communicant cum altioribus, æque premunt breviores, ac longiores columnæ, quia omnes moleculæ in eodem ſtrato eandem compreſſionem recipere debent.

V. Qui manu ſuſtinet modo fundum vaſis Conici ſuperne divergentis, modo vaſis Cylindrici eandem baſim, & altitudinem habentis, non ſentit idem pondus, eandemque preſſionem; atqui ſentire deberet, ſi preſſio æſtimanda ſit ex baſi ducta in altitudinem; ergo. R. D. M. Non ſentit idem pondus ob fundi immobilitatem C. M. ob validiorem alterutrius fundi preſſionem N. M. ſic D. m. & N. C. Qui ſuſtinet vas conicum, cujus fundus ſit immobilis, ſuſtinere debet *totum vas*, ob arctiſſimam adhæſionem fundi ad latera; quare ſentire debet preſſionem utramque: perpendicularem, & lateralem, igitur & maſſam prementem directe fundum, & aliam directe prementem latera. Fac vero, quod feciſſe lego *Graveſandium*, *Nollethum*, aliosque, vas aliunde ex lateribus ſuſpendatur, habeatque fundum mobilem, qui niſi manu ſuſtineatur, cedat preſſioni liquidi: experiere profecto vim non majorem adhibendam eſſe ſuſtinendo, vel attollendo fundo vaſis conici, quam cylindrici, aut quæcunque fuerit alia vaſis forma, modo ſemper eadem habeatur altitudo.

VI.

VI. An ſaltem, qui ſuſtinet vas conicum ſuperne convergens (*fig. 74.*) tum poſtea vas cylindricum ejuſdem baſeos & altitudinis, idem pondus ſentire deberet; non autem ſentit idem; ergo. II. Qui fere idem aliquod vas conicum, jam vertice imaginario humum reſpiciente, jam ſitu obverſo, eandem preſſionem experiri non poſſet; atqui vero experitur eandem; ergo. R. N. Seq. M. Qui ſuſtinet vas illud conicum, minus pondus ſuſtinet; quamvis enim liquidum aget contra fundum eadem vi, ac in vaſe cylindrico ejuſdem baſeos, & altitudinis; tamen in vaſe conico ſuperne convergente, premit etiam ſurſum contra latera vaſis conici, quæ preſſio ſurſum vergens minuit aliqua parte preſſionem perpendicularem, quæ ſit contra fundum vaſis ob cohærentiam laterum cum fundo immobili. Cæterum vis, & efficacitas prementium liquidorum in vaſe conico convergente ſatis exploratur ſuſtinendo, aut levando fundum mobilem, quin ſuſtineatur, aut levetur vas totum. Ad II. eadem eſt reſponſio.

VII. Si æque premitur fundus in vaſe cylindrico, & conico, quorum baſis, & altitudo æquantur, eadem celeritate profluere debet liquidum e foramine facto in vaſe cylindrico, æque conico; falſum C. ergo & A. R. Liquidum *primis* inſtantibus eadem celeritate profluens debet C. M. aliis inſtantibus N. M. Nam poſt aliquot inſtantibus ab effluxu inchoato celerius aqua erumpit e vaſe conico, quandoquidem poſt aliquot inſtantia major altitudo haberi debet in vaſe conico, quam cylindrico, ut conſideranti patet; proinde & major preſſio, ad quam indubitate conſequitur major celeritas fluidi erumpentis.

VIII. In hypotheſi preſſionis æſtimatæ ex baſi ducta in altitudinem liquidorum, debet e vaſe quadruplo altiore quadrupla aquæ maſſa eodem tempore

effluere. Atqui tamen experientia certum eſt; non quadruplam effluere, ſed [illegible] duplam; ergo [illegible] N. ſeq. M. Hoc enim ipſo, quod dupla ſolum aquæ maſſa eodem tempore effundatur, habetur effectus quadruplus propterea, quod motus quantitas inde quadrupla ſit; proinde effectus eſt proportionatus preſſioni quadruplæ. Enimvero ſi dupla aquæ maſſa eodem tempore effundatur, dupla celeritate effunditur. Sed vero dupla maſſa ducta in duplam celeritatem [illegible], ſeu quadruplæ quantitati motus, quadruplo effectui; ergo. Nempe in æſtimanda quantitate motus non minus conſideranda eſt maſſa, quam celeritas, quorum alterum altero compenſari poteſt.

[illegible] In cylindro inclinato aqua repleto non æque premitur fundum, ac in eodem erecto; [illegible] in cylindro inclinato [illegible] minor ſit portio liquidi quam in recto; [illegible] minor eſt actio in fundum, quia obliqua eſt; ergo. R. Preſſio obliqua minor eſt, ſi columnæ, aut Lamellæ prementes fundum ſpectentur ſingulatim C. A. ſi quatenus cum aliis communicant. N. [illegible] Hoc illis dixi.

# De Tubis communicantibus.

Tubi, vaſa, aut ſyphones communicantes dicuntur [illegible] recurva, in quo crura [illegible] & ſi [illegible], ut liquidum ex uno crure in aliud libere tranſire poſſit. Horum [illegible] typum vide fig. 73. & 74. Nihil autem refert, ſintne crura tuborum communicantium [illegible] M, quam inclinata [illegible] fig. 74. [illegible] diverſæ diametri, ſeu luminis, [illegible]

telligimus. Poteſt etiam crus alterum altero longius eſſe. Denique habent tubi communicantes baſim communem, quod per ſe patet.

*Schol.* Ad Theoriam tuborum communicantium, immo totius Hydrodynamices, rite animo informandam perneceſſaria eſt exacta cognitio eorum omnium, quæ circa denſitatem, & gravitatem ſpecificam docui §. 57. & ſeqq.

§. 225. *In tubis communicantibus* ſeu rectis, ſeu utcunque inclinatis, *ejuſdem vel diverſi luminis, liquida homogenea ad eandem altitudinem ſuſpenſa æquilibrantur.* Poſita enim eadem altitudine habetur æqualis preſſio in fundum communem (§. 221. *Cor.*); ergo æqualitas virium, & momentorum; proinde liquida ſunt in æquilibrio. Pr. II. *Si tubi ſint perpendiculares, & ejuſdem luminis*, ſique fluida ad eandem altitudinem aſſurgunt, habetur $MC = mc$. Tunc enim habetur primo æqualitas maſſarum, cum tubi ponantur æque ampli, & æque alti; tum habetur iiſdem æqualitas celeritatum; ſi enim liquidum in alterutro tubo deſcendat, quantum deſcendit in uno, tantum aſſurgit in altero; ſunt autem ſpatia eodem tempore confecta, ut celeritates; ergo III. *Si tubi fuerint diverſi luminis*, habetur denuo $MC = mc$; nam ſic iterum moto fluido, tanto major eſt celeritas in tubo anguſtiore, quanto major eſt maſſa in ampliore (ſeu erit $M : m = c : C$), ſicque defectus maſ-

ſic compenſatur exceſſu celeritatis; rurſum ergo $MC = mc$. III. *Si tuborum alter fuerit rectus, alter inclinatus*, fluidum in tubo inclinato ſic premet fundum, ſicut quantitas contenta in tubo perpendiculari (eſt enim gravitas reſpectiva ad abſolutam ut plani inclinati altitudo ad longitudinem); iterum ergo $MC = mc$.

*Coroll.* Ubi æquilibritas virium, ibi quies; ergo fluida homogenea ad eandem altitudinem aſſurgentia quieſcunt.

§. 226. *In quibuſcunque tubis communicantibus ſemper liquida homogenea ad eandem altitudinem aſſurgere debent, ſecus non quieſcunt.* Aſſurgunt enim eousque, dum ſint in æquilibrio, ſive dum æqualiter premant fundum commune. Atqui fundum hunc æqualiter premere nequeunt, niſi aſſurgant ad eandem altitudinem; ergo. Pr. m. Poſita baſium æqualitate preſſiones ſunt in ratione directa altitudinum (§. 221. *Cor.*); ergo ſi preſſio preſſioni, etiam altitudo altitudini adæquari debet.

*Schol. I.* Dixi: liquida homogenea æquilibrata ad eandem altitudinem aſſurgere debent. Excipe: niſi quis unum fuerit *capillare*, ſive admodum exiguæ, capillum forte adæquantis diametri; in iſto enim attollitur fluidum *ſupra libellam*.

*Schol. II.* Si unum crus tubi communicantis fuerit altero brevius: illud vero, quod longius eſt, flui-

do repleatur; debet fluidum e crure breviore ad eam fere altitudinem exſilire, quam obtinet in ſummitate cruris longioris. Nam ſi crus illud brevius æque altum foret, ac eſt longius, deberet liquidum ad eandem in utroque altitudinem aſſurgere; ergo cum brevitas cruris nihil officiat, quo minus liquidum ad eandem altitudinem aſſurgat ſaliendo, ſalire debet. Hinc facillime erit explicatus mechaniſmi aquarum in hortis ſalientium; ſcilicet: derivantur aquæ e loco aliquo excelſiore per canalem ſubterraneum, qui ſubinde illic, ubi deſiderantur aquæ ſalientes, recurvus erigitur. Non tamen aquæ ad eandem omnino altitudinem proſiliunt, a qua profectæ ſunt, multa enim jactus altitudinem impediunt, ac imminuunt; minuit imo *reſiſtentia aëris*, quem aqua proſiliens medium findere debet; 2do. *attritus*, ſeu frictio facta in canalibus. 3tio *aquæ recidentes* in puteum delabuntur ad latera aquarum proſilientium, & ſic motum aquæ retardant, minuuntque altitudinem. Sed ultimo huic malo remedium facile paratur; non alia re iſthuc opus eſt, quam modica tubi inflexione ad horizontem, ne aqua proſiliens perpendiculariter, ſed oblique.

*Schol.* III. Nullo etiam negotio hinc intelligitur, quomodo in altiſſimis montium jugis habeantur fontes perennes; nam aqua pondere ſuo in terram ſe inſinuans, atque ex alio monte per ſubterraneos meatus, inſtar tuborum communicantium connexos, derivata ad eandem altitudinem aſſurgere poterit, ubi in faſtigium collecta fontem perennem præbere poteſt.

§. [illegible] *Liquida heterogenea tum ſunt in æquilibrio, cum altitudines ſunt reciproce ut gravitates ſpecificæ.* Finge enim liquido *homogeneo* repleri tubos ejusdem luminis, in quibus momentorum æqualitas haberi non poteſt, niſi

 alti-

altitudines fuerint æquales (§. 224. & 225.); ergo liquida *heterogenea* manente eadem altitudine æqualia momenta habere nequeunt, cum major maſſa ſit in liquido denſiore, quam rariore; proinde ad obtinendam momentorum æqualitatem haberi debet major altitudo fluidi rarioris, quam denſioris; & hæc quidem major, quo major eſt gravitas ſpecifica liquidi denſioris; ergo ſi altitudines fuerint reciproce ut gravitates ſpecificæ, liquida heterogenea erunt in æquilibrio.

*Schol. I.* Rigidius ſic demonſtrabis: ſint altitudines tuborum *A* & *a*, baſes *B* & *b*, gravitates ſpecificæ *G* & *g*; erit volumen fluidi unius = *AB*, alterius = *ab*. Tum quia maſſæ ſunt in ratione compoſita denſitatum ac voluminum (§. 37. *Schol. II. Theor.* [illegible]), denſitates autem ſunt ut gravitates ſpecificæ [illegible] obtinetur: *M* = *ABG*, & *m* = *abg*. [illegible] quia tubi communicantes habent eandem baſin, eſt *M* = *AG*, & *m* = *ag*; proinde *M* : *m* = *AG* : *ag*; cumque ex *hypotheſi* ſit *G* : *g* = *a* : *A*, facta ſubſtitutione erit *M* : *m* = *Aa* : *aA*. Porro æquatur preſſio maſſæ ductæ in celeritatem; celeritates autem ſunt ut ſpatia eodem tempore confecta, ſive ut altitudines [illegible] preſſiones *P* & *p* [illegible] *P* : *p* = *Aa* [illegible] *aA* [illegible] & dividendo per *b* = *B* obtinebitur *P* : *p* = *Aa* : *aA*: id eſt, preſſiones, conſequenter momenta liquidorum heterogeneorum æquabuntur, nam *Aa* = *aA*.

*Coroll.* Ut igitur liquida heterogenea in tubis communicantibus conquieſcant, debent eorum altitudines eſſe in ratione reciproca gravitatum ſpecificarum, ac proinde denſitatum (§. 83. *Coroll.* [illegible]).

*Schol. II.* Poſſe liquida heterogenea non commiſceri docemur parabili experimento: in idem vas effundatur Mercurius, oleum tartari per deliquium, ſpiritus vini, oleum terebinthinum, inter quæ datur notabile diſcrimen gravitatum ſpecificarum; [illegible] his [illegible]

# De fluidis ad ſolida relatis.

§. 228. *Solidum ſpecifice levius liquido graviori impoſitum deſcendit primo, & poſtea ſupernatat, cum ſcilicet expulit quantitatem liquidi æqualem ponderi ſuo.* Pinge enim pedem cubicum ſuberis aquæ imponi; ut primum contingit aquam, continuo columna aquea pedi huic ſuppoſita, adjecto novo pondere, magis gravitat, quam vicinæ laterales, quibuscum hactenus æquilibrata fuit; deſcendit ergo, attollitque columnas vicinas, & ſuber cum ipſa deſcendit. Interea vero ipſo hoc deſcenſu minuitur columna pedi cubico ſuppoſita; quocirca ſubinde non amplius gravior eſt vicinis lateralibus (quantum enim ponderis acquiſiverat a ſubere impoſito, tantundem amittere debuit ob expulſam quantitatem aquæ) & proinde non ultra deſcendit, ſolidum autem ſupernatat. Nempe expulſa quadam portione aquæ naſcitur æquilibrium inter columnam conſtantem ex aqua, & ſubere, & inter columnas laterales.

*Coroll.* Quo rarius eſt liquidum, hoc profundius immergi debet ſolidum *ſpecifice levius*; immergi-

 tur

[illegible], dum expulerit quantitatem liquidi æqualem ſuo ponderi; atqui plus expelli debet de liquido rariore, quam denſiore, ſi utrinque pondus æquale expellendum ſit; ergo & plus immergi debet ſolidum liquido rariori, quam denſiori. Enimvero in liquido quieſcente ſingulæ columnæ eſſe debent æquilibratæ; proinde etiam columna ſolidum ſuſtinens, cum conſiſtere, æquilibrata eſſe debet viciniis [illegible] atque adeo quantum ponderis columnæ alicui acceſſit per adjectum ſuper, tantundem decedere debet per expulſionem liquidi; major itaque portio decedere debet de liquido rariore, quam denſiore; hinc vero profundius immergitur ſolidum ſpecifice levius fluido rariori, quam denſiori.

§. 229. *Solidum ejusdem gravitatis ſpecificæ cum liquido impoſitum deſcendit, dum ſuperficies ſuprema ſe componat ad libellam. Subinde vero totum liquido immerſum perſiſtit eo loco, quo immergitur, aut conſtituitur.* Poſitionis pars Ima intelligitur *ex §. præced.* Prob. pars IIda fieri quacunque parte liquidi conſtituatur id genus ſolidum, neque augetur, neque minuitur pondus columnæ ſolido ſubjectæ (ponitur enim ſolidum ejusdem gravitatis ſpecificæ cum liquido); proinde ſemper columnæ erunt in æquilibrio; ubi æquilibrium, ibi quies; ergo. II. Idem iſtud fieri debet de ſolido ejusdem gravitatis ſpecificæ, quod de liquido; ſed quævis liquidi portio, *tam ſuprema, quam media, aut inferior* ſuſtentatur a columna ſibi ſubjecta; ſimiliter ergo ſuſtentabitur ſolidum, æque grave, quod proinde totum immerſum perſiſtet eo loco, quo conſtituetur.

§.

§. 230. *Solidum ſpecifice gravius liquido impoſitum deſcendit ad fundum uſque.* Nam adjecto ſolido ſpecifice graviori exaugetur pondus, ac propterea prævalet gravitas columnæ ſolido ſubjectæ; hinc vero columnas laterales attolli, ipſa vero deſcendere debet cumque ea ſolidum impoſitum. Ubi totum immerſum eſt aquis, adhuc prævalet pondus columnæ ex liquido, & ſolido conſtantis (quantumvis enim ea columna amiſerit par liquidi extruſi volumen, atque inde facta ſit levior, nihilominus habet adjectum ſolidi pondus, quod prævalet ponderi *liquidi paris voluminis*) adhuc ergo columna ſuppoſita deſcendere, & ſolidum uſque ad fundum dehiſcere debet.

*Schol.* Quæ hic congeſſi, faciunt ad explicationem variorum phænomenorum. I. *Naves in medium mare* [illegible] *ſæpe demerguntur in oſtiis fluminum*: aquæ enim marinæ, quia ſalſæ ſunt, ſpecifice graviores ſunt, quam aquæ dulces, & fluviatiles; quare naves relatæ ad aquas marinas ſunt ſpecifice leviores, iiſque innatant; relatæ ad aquas dulces evadunt ſpecifice graviores, & mergi debent. Eadem ex cauſſa majoris gravitatis ſpecificæ merguntur naves mercibus nimium onuſtæ, aut importuniſſimis aquarum fluctibus obrutæ. Sed quale merſis remedium? Solent urinatores infelicibus iſtis navibus alligare prægrandes ciſtas ligneas, vacuas. Congeries illa ciſtarum, & navis conſiderata inſtar unius maſſæ evadit ſpecifice levior, ac proinde aquarum vi ad ſuperficiem maris extruditur. II. *Natare incipientes veſicas, aut utres inflatos corpori ſuo agglutinant*; his enim adjectis

volu

volumen corporis ſumpti cum veſicis efficitur ſpecifice levius; hinc abſque merſionis periculo ſe aquis committunt, qui illi veſtes induunt ex ſubere compactas. III. Si in vitreum aliquem cylindrum ſpiritu vini plenum immittatur ſimulacrum quodvis labore encauſtico conflatum (Dæmunculum Carteſianum vocant) innatabit primum; nam ſpecifice levius eſt pari volumine aquæ; ubi vero ſpiritus vini paululum incaluerit, ſubſidet idolum; liquor enim calore dilatatus ſpecifice levior evadit idolo. IV. Si idolum tale cavum, forte in pede digito tenuiter admodum perforetur, & lagena cylindrica aquis expleti veſica obducatur, jam Dæmunculus deſcendit, jam aſcendit, jam denique gyratur medius inter aquas; deſcendit, ſi veſica comprimitur; aqua enim, comprimi impatiens, aerem in Dæmunculo latentem comprimit, & Dæmunculum ſubit; aſcendit, ſi remittitur compreſſio: nam aer compreſſus elaſticitate ſua ſe expandit, & aquam repellit; gyra circum agitur temperata, & crebro repetita compreſſione. Deduces: in cauſſa eſſe diverſam ejusdem Dæmunculi gravitatem ſpecificam. V. Piſces modo aquis innatant, modo fundum petunt, jam denique attolluntur. Reperitur enim in piſcibus veſica aere plena (in pleriſque duplex) quam ubi dilataverint, volumen corporis ſui augebunt, eaque ratione leviores effecti pari volumine aquæ ſurſum extruduntur, & ab aqua ſive inferna, ſive laterali attolluntur: inde piſcium aſcenſus. Contracta veſica minuitur volumen piſcis, ſicque graviores facti aqua deſcendunt. Quieſcunt in mediis quibusque aquis, ſi ope veſicæ ſuæ acquirunt volumen æque grave, ac eſt par aquæ volumen. Tandem: aerem veſica concluſum in cauſſa eſſe tam variorum motuum conjicere datur, ex eo quod veſica rupta nunquam piſcis de fundo attollitur, & in vacuo Boyleano nimium dilatata nunquam dehiſcit. VI. Cadaver humanum recens a

morte

*morte aquis injectum debiſcit uſque ad fundum, [illegible] dies aliquot ſupernatat. Subinde rurſus mergitur, fundumque petit.* Mergitur primum, quia ſtatim a morte hominis gravius eſt pari volumine aquæ. Subinde attollitur, cum ſcilicet aëris interni elaterio, & humorum fermentatione laxati fuerunt nervi, intumuerunt fibræ, & muſculi, corporis denique totius volumine aucto, miſereque diſtento minuta fuit gravitas ſpecifica. Poſtremo rurſus fundum petit, nam deficiente humorum fermentatione omnia reſtituuntur ſtatui priſtino, & ſenſim aqua ſe in varias corporis partes inſinuante obtinetur major gravitas ſpecifica, quam ſit illa aquarum. VII. *Sphæra vitrea, ſed cava, ac probe obturata, primum aquis frigidis innatat, tum mergitur in tepidis, innatat rurſum in bullientibus.* Ratio 1mi eſt, quod *frigore conſtricta aqua* ſpecifice gravior ſit, quam ſphæra vitrea cava. Ratio 2di, quod *aucto volumine aquæ tepentis* major habetur gravitas vitri, quam aquæ, non enim continuo aucto volumine aquæ augetur volumen vitri, ſed prius aquæ, tum poſtea (increſcente calore) vitri. Ratio 3tii, quod aquæ *bullientis* volumine multum aucto ſimul augetur volumen vitri, ſimulque minorem gravitatem ſpecificam obtineat, quam aqua. Concludo ex *ad alternos ejuſdem corporis eidem fluido commiſſi aſcenſus, & deſcenſus ſufficere quamvis mutationem gravitatis ſpecificæ ſive in ſolido, ſeu in fluido.* Hæc aliaque plurima phænomena ſcire etiam, ac rectiſſime explicari poſſunt ope Theorematum, quæ mox diligenter adſcribam propterea, quod ampliſſimum habeant in Phyſicis uſum.

§. 231. *Solidum quodvis fluido cuivis immerſum aliquid ponderis ſui amittere videtur.* Solidum enim fluido immerſum vel totum, vel ex parte aliqua occupat locum fluidi expulſi;

pulſi; atqui fluidum iſtud antea ſuſtentabatur; ſimiliter ergo ſolidum vel totum, vel ex parte ſuſtentari debet. Sed pondus, quatenus ſuſtinetur, gravitatem non exerit, eoque ipſo pondus amiſiſſe videtur; ergo.

§. 232. *Solidum fluido immerſum tantundem ponderis amittere videtur, quantum eſt pondus fluidi expulſi*; ſive fluidi ſub eodem volumine, quod eſt ſolidi immerſi. Tantundem enim ponderis ſuſtentari debet, ac ſuſtentabatur alias ante ſolidi immerſionem (ſecus deficiet columnarum æquilibritas). Atqui ſuſtentatum fuit pondus totius liquidi expulſi; par itaque pondus ſolidi ſuſtentari debet.

*Schol.* Theorematis iſtius veritas ſequentibus experimentis firmari ſolet. I. Capiantur parvi duo cylindri cuprei, cavus unus, alter prioris cavitatem perfecte explens. Ambo ex eodem bilancis brachio ſuſpendantur ita, ut ſolidus infra cavum dependeat ex crine equino, adducanturque ad æquilibrium cum ponderibus alteri bilancis brachio adjiciendis. Admota deinde aqua, immergatur totus cylinder ſolidus; videbis turbari æquilibrium, & præponderare lancem ponderibus onuſtam. Cylindrum cavum repleto aqua; advertes reſtitui æquilibrium; manifeſto indicio, pondus aquæ cavitatem illam explentis, ac proinde volumini cylindri ſolidi reſpondentis æquari ponderi ab eodem ſolido intra aquam amiſſo. II. Cylindro vitreo ad ſummitatem uſque aquis repleto immittatur globulus cereus, qui ſpecifice levior cum ſit, aquæ innatabit, partem tamen illius extrudet, quam ſi lancium uni impones, & alteri globulum

probe

[illegible] compertus utriusque [illegible] æquale eſſe.

*Coroll. Solidum itaque hoc majus pondus amittere videtur, quo denſius eſt fluidum, cui immergitur.* Idem enim ſolidum idem fluidi volumen ſemper expellit; cumque ſub eodem volumine majus ſit pondus fluidi denſioris, quam rarioris, plus in iſto amittere videbitur, quam in altero. *Hinc Solidum ejusdem fere gravitatis ſpecificæ cum fluido, maxime facile ab ulteriore deſcenſu prohibetur, aut penitus merſum e liquido attollitur;* cum enim totum fere pondus amiſiſſe videatur, vix reliquum eſt aliquid, cui ſuſtentando, aut levando vires impendi debeant. Hinc intelligitur, quare corpus humanum faciliime educatur ex aquis, cujus pondus vix ſentiatur, quamdiu totum immergitur aquis. [illegible] *Si æquilibrata duo corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ invicem conferantur, minus ponderis amiſiſſe videbitur, quod ſub eodem volumine plus ponderat,* ſive quod ſpecifice gravius eſt, quam quod levius. Nam ſpecifice gravius, alteri tamen ſolido æquilibratum, denſius eſt, ac proinde cohibet minus volumen, cui pariter reſpondere debet minus volumen expulſæ aquæ. Ergo ſi pendeat ex uno bilancis brachio *libra* auri, ex altero argenti; quia aurum ſub æquali volumine plus appendit, quam argentum, oportet minus eſſe volumen libræ auri, quam argenti; quare minus itidem voluminis fluidi de loco ſuo depellit aquis immerſa libra auri, quam argenti; & quod conſequens eſt, minus ponderis amiſiſſe videbitur aurum. Hinc ſi geminæ auri & argenti maſſæ extra aquam æquilibrentur, deinde in aquam immiſſis tollitur æquilibrium, & pondere prævalet aurum. Hujus theoriæ auxilio determinari poteſt, quantum metalli cujusvis admixtum ſit alteri cuivis in data aliqua maſſa. Tyronum curioſitati, & exercitio ſpectans, ſic Problema ſequens adſcribo.

Probl.

Probl. *Data maſſa ex auro, & argento conflata determinare quantum argenti auro commixtum ſit.* Sit pondus maſſæ in aere ponderatæ = 100. libr. = $m$. Sit pondus ejuſdem maſſæ in aqua libratæ = 99. libr. = $n$. Quantitas incognita auri in maſſa latentis dicatur = $x$. Argenti = $y$. Quia partes ſimul ſumptæ exæquant totum, fiet $x + y = m$; proindeque : $y = m - x$. Jam quæratur quantum ponderis in aqua amittere videatur aurum, poſtea argentum in mixto latens. Sic reperies: cape maſſam auri puri in aere ponderati = 19. libr., deprehendes eandem in aqua appendere 18. libr. Iterum cape maſſam argenti puri, cujus pondus extra aquas = 10. libr.; in aquis mulctabitur decima ſui parte, & appendet 9. libr. Ineatur tandem hæc proportio: 19. libræ auri puri extra aquas ponderati appendunt 18. libras; incognita maſſa auri in mixto latentis quantum in aquis appendet? Sive : $19 : 18 = x : \frac{18x}{19}$ (hic enim eſt 4tus terminus G. proportionalis). Eadem methodo operaberis circa argentum, ſicque : $10 : 9 = m - x : \frac{9m - 9x}{10}$. Quare (*per ax. II.* §. 2.)

$$\frac{18x}{19} + \frac{9m - 9x}{10} = n.$$ Fiat reductio:

$$\text{I. } \frac{18x}{19} - \frac{9x}{10} = n - \frac{9m}{10}$$

$$\text{II. } 180x - 171x = 9x = \left(n - \frac{9m}{10}\right)190$$

$$190 = 190n - 171m$$

$$\text{III. } x = (190n - 171m) : 9 = 76.$$

Co-

[illegible] facile [illegible] argentum [illegible] 196 [illegible] = u. Quantitas incognita auri in massa [illegible] = x. Argenti = y. [illegible] aequant totum pondus = m; praeterea [illegible] = m. [illegible] Item quaeratur quantum pondus [illegible] mixto [illegible]. Sic reperies [illegible] auri pars in aere ponderati = [illegible] methodi [illegible] proble [illegible] Sed nostra hac [illegible] Regi Hieroni indicare [illegible] argenti [illegible] fraudulento [illegible] incognita [illegible]

[illegible] Solidum specifice gravius fluido ad fun-dum usque [illegible] debet, quantumvis enim corpus [illegible] ponderis [illegible] dus omne; vi ergo ponderis residui fundum petit.

II. Solidum [illegible] specificae gravitatis cum fluido [illegible] gitur totum, dum suprema ejus superficies sit in linea eadem horizontali cum fluido; at cum in profundiores aquas vi [illegible], immotum haerebit in loco quo constituetur. Nempe solidum ejusdem gravitatis specificae cum fluido eodem plane modo se habere debet, quo fluidi quaevis portio sub pari volumine; atqui ista se componit ad libellam, estque ejus superficies in eadem linea horizontali cum aliis fluidi portionibus, & quemcunque locum occupaverit, immota persistit; [illegible] ergo solidum [illegible] superficiem induere, atque ideo totum mergi debet; subinde autem profundius mersum quovis loco [illegible]

*Corpus spe[illegible]* [illegible] *flui-*

*fluidi expulſi adæquet pondus totius ſolidi*; ſi enim extruſa fluidi portio adæquabit pondus totius ſolidi, jam columna illa conſtans e fluido, & ſolido impoſito erit in æquilibrio; ſolidum ergo ſuſtineri, & ab ulteriori deſcenſu arceri debet.

*Coroll. III. Pondus a ſolido amiſſum accreſcit gravitati fluidi*; pars enim ponderis, quam ſolidum in fluido amiſit, ſuſtentatur, obitque vices fluidi expulſi; proinde inſtar fluidi expulſi premere, ac gravitare debet cum reliquo fluido.

*Schol. II.* Rei illuſtrandæ perquam accommodum experimentum recitat *P. Mako*; ſic ille: *Vas vitreum aqua pene expletum e bilance ſuſpenditur, eique immergitur cylinder æneus de crine equino, cujus extremum clavo fixum ſit, dependens, neque fundum, aut latera vaſis contingens: impoſito deinde in lancem oppoſitam pondere ad æquilibritatem omnia reducuntur. Extracto cylindro illico deſtruitur æquilibritas. Reparatur autem, ſi aqua ejusdem cum cylindro voluminis in vas affundatur. Unde perſpicue intelligitur educto cylindro tantum ponderis ademptum fuiſſe aquæ, quantum is in eadem perdiderat. Hinc porro facile eruitur mirabilis cujuspiam phænomeni ratio: ſi lanci libræ inſiſtat cylinder longus aqua repletus, cujus ſummæ ſuperficiei immerſus ſit globus plumbeus tenui filo brachio libræ affixus, ac ponderibus in lancem alterutram impoſitis plena procuretur æquilibritas; ambuſto filo, & globo per aquam delabente lanx illa attollitur. At poſtquam globus ad fundum deveniens conquieverit, redit priſtina æquilibritas. Sit enim pondus aquæ, ac cylindri ſimul* = *P, pondus globi* = *G, pondus aquæ ejusdem voluminis* = *g, perdet globus de ſuo pondere partem g accreſcentem ponderi aquæ; cum ergo globus brachio libræ affixus eſt, gravabitur illud momento* $P + G - g + g$

*+ g = P + G; at globo cadente non gravabitur niſi momento P + g, quod priore minus eſt.*

§. 233. *Solidum ſpecifice gravius fluido immerſum deſcendit vi æquali differentiæ ponderum ſub eodem volumine, h. e. differentiæ gravitatum ſpecificarum*; nam ſolidum tale in fluido amittere videtur tantundem ponderis, quantum eſt pondus fluidi ſub eodem volumine expulſi; deſcendit ergo non toto, ſed reſiduo duntaxat pondere, quod eſt ipſa differentia gravitatum ſpecificarum.

*Coroll. I.* Eadem vis adhibenda eſt ſolido intra fluidum ſpecifice levius ſuſtinendo, vel attollendo.

*Coroll. II.* Solidum ſpecifice levius in fluido graviore penitus demerſum aſcendere nititur vi æquali differentiæ ponderum ſub eodem volumine, h. e. differentiæ gravitatum ſpecificarum.

§. 234. *Gravitates ſpecificæ ſolidorum pondere æqualium ſunt reciproce ut pondera in eodem fluido amiſſa.* Sunt enim gravitates ſpecificæ ſolidorum pondere æqualium reciproce ut volumina (§. 63. *Cor. I.*); volumina autem fluidi expulſi (quæ eadem ſunt cum voluminibus ſolidorum) ſunt directe ut pondera a ſolidis amiſſa; ergo gravitates ſpecificæ ſolidorum idem pondus habentium ſunt reciproce ut pondera in eodem fluido amiſſa.

*Schol.* Theorema præſens deſervit explorandis gravitatibus ſpecificis eorum fere ſolidorum, quæ cum

pondere mutuo æqualia ſint, at ſpecifice graviora ſunt eodem illo fluido, cui immerguntur. Si quæ tamen corpora ſpecifice leviora ſint fluido, e. c. *lignum*, iſtorum gravitates ſpecificas etiam inveſtigabis explorando partes in eodem fluido demerſas, *in quarum ratione directa eſſe debent gravitates ſpecificæ ſolidorum*; nam æqualium ſolidorum partes in eodem fluido demerſæ ſunt ut expulſi fluidi gravitates, quæ æquantur gravitatibus abſolutis, ac proinde etiam ſpecificis ipſorum ſolidorum; ergo.

§. 235. *Gravitates ſpecificæ fluidorum ſunt directe ut pondera ab eodem ſolido amiſſa.* Nam idem ſolidum ſucceſſive diverſis liquoribus immerſum expellit idem fluidi volumen; quare cum gravitates ſpecificæ corporum idem volumen habentium ſint directe ut pondera (§. 63. *Cor. II.*), pondera autem fluidorum expulſorum ſint proportionata amiſſis ponderibus ſolidorum: itidem gravitates ſpecificæ fluidorum proportionatæ erunt ponderibus ab eodem ſolido amiſſis.

*Schol. I.* Rurſum alii in determinandis fluidorum gravitatibus ſpecificis confugiunt ad varias ejusdem ſolidi partes ſucceſſive in diverſis fluidis demerſas, *ſunt enim gravitates ſpecificæ fluidorum reciproce ut partes ſolidi in iis demerſæ.* Enimvero cum ſolida fluidis impoſita mergantur eousque, dum pondus fluidi ſolidi expulſi adæquet pondus totius ſolidi, quod pro fluido ſuſtentatur (§. 232. *Cor. II.*), idem eſſe debet pondus fluidi cujusvis expulſi, ſi idem ſolidum immergatur. Sunt autem fluidorum idem pondus habentium ſpecificæ gravitates reciproce ut volumina (§. 63. *Cor. I.*); volumina fluidorum ſunt directe ut partes demer-

mer-

merſæ; ergo gravitates ſpecificæ fluidorum ſunt reciproce ut partes immerſæ.

*Schol. II.* Quam viam plerumque ingrediamur exploraturi gravitates ſpecificas corporum ſive ſolidorum, ſive fluidorum, adhuc paucis docebo. I. *Gravitas ſpecifica cujusvis fluidi ſic determinatur:* ſolidum ſpecifice gravius immerge fluido, cujus gravitas ſpecifica deſideratur; minuetur pondus ſolidi. Eſt vero pondus a ſolido amiſſum ut pondus fluidi idem volumen habentis (§. 232.); quare pondus a ſolido amiſſum exhibebit pondus fluidi ſub eodem volumine, quod habet ſolidum (§. 63. *Cor II.*). Sit exemplum: fruſtum argenti, quod in aere appendat 10. libras, immerſum aquis appendit 9. libras (ſi enim bilancis brachium argento onuſtum immerges aquæ, comperies prævalere alterum brachium extra aquas ſitum, cum antehac æquilibrata eſſent; & ad æquilibritatem denuo inducendam requiri adjectionem unius libræ ad argentum); quare pondus aquæ ſub eodem volumine eſt unius libræ. II. *Gravitatem ſpecificam diverſorum fluidorum explorabis*, ſi eandem maſſam e. c. argenti prius in aere decem libras appendentem diverſis illis fluidis ſucceſſive immerges; ſic enim explorabis (ut ſupra dixi) gravitatem ſpecificam ſingulorum fluidorum, qua cognita innoteſcere debet comparativa gravitas ſpecifica. III. *Gravitatem ſpecificam diverſorum ſolidorum comperies*, ſi quævis duo ſolida diverſum volumen habentia, & prius in aere æquilibrata eidem alicui fluido ſimul immerges; experieris prævalere pondus illius ſolidi, cujus minus fuerit volumen, nam cum minus liquidi de loco ſuo depulerit, minus pondus amiſiſſe videtur. Hinc ut ſolidis æquilibrium intra aquas reſtituatur, alteri voluminis majoris ſolido adjiciendum eſt pondus, quod deſignat differentiam, quæ ſpecificas inter gravitates horum corporum intercedit. IV. *Gravitas ſpecifica ſolidi*

*jum gravitate ſpecifica liquidi ſic comparatur*: explorato primum pondere ſolidi in aere, exploratur pondus ejusdem fluido immerſi; quo facto eruitur differentia gravitatum ſpecificarum ſolidi & fluidi ejusdem voluminis.

Sed jam quærere lubet: nihilne explorandæ corporum ſinceræ gravitati officiat, ſi corporum ſolidorum pondera in aere prius inveſtigentur, poſtea in fluidis? aer enim non minus fluidum eſt, quam aqua; proinde ſicut aqua, aut fluidum quodvis aliud, ſic aer de vero ſolidi pondere aliquid decerpat, eſt neceſſe. ℞. Decerpit omnino, quod manifeſto experimento docemur. Si globus plumbeus, & chartaceus in aere libero æquiponderantes ſub vitrum recipiens conſtituantur, & ſubinde ope machinæ pneumaticæ exhauriatur aer, ſublato æquilibrio præpollet globus chartaceus. Hic vero neſcio, ſi aliud quid cauſſæ ſubeſſe poſſit, quam: quod in aere libero majorem ponderis ſui partem amiſiſſe videatur, quæ in vacuo ſeſe exerere poteſt. Sed tamen ſi corpora volumine non multum differunt, ejus ratio haberi non ſolet, eo etiam ex capite, quod rarus admodum ſit, eſt enim maſſa aeris ad maſſam aquæ ſub eodem volumine ut 1 : 800.

*Schol.* Tabulam, quæ exhibeat diverſam diverſorum corporum gravitatem ſpecificam, adſcripſit *Muſchenbrœkius*, ſolertiſſimus ille rerum naturalium ſcrutator, qui induſtria ſua magnum inter Phyſicos nomen ſibi merito ſuo conſcivit. En Catalogum.

*Metalla.*

| | |
|---|---|
| Æs Iaponicum . . | 9, 000 |
| Æs Sueciæ fulvum . . | 8, 784 |
| Æs nativum ex aquis cæmenti Hungariæ | 5, 771 |

Au-

| | |
|---|---|
| Aurichalcum fuſum | 8, 349 |
| Antimonium crudum | 4, 000 |
| Antimonium Hungaricum | 4, 700 |
| Argentum purum | 11, 091 |
| Aurum puriſſimum | 19, 640 |
| Bismuthum | 9, 700 |
| Chalybs maxime elaſticus | 7, 803 |
| Ferrum | 7, 645 |
| Marcaſita | 4, 589 |
| Mercurius Germanicus | 14, 000 |
| Mercurius Britannicus | 13, 593 |
| Cinnabaris nativa Tyrolenſis | 7, 300 |
| Cinnabaris factitia | 8, 200 |
| Plumbum Britannicum | 11, 325 |
| Plumbum Germanicum | 11, 310 |
| Plumbi calx | 8, 940 |
| Plumbi ceruſſa | 3, 156 |
| Lytharg yrium auri | 6, 000 |
| Lytl argyrium argenti | 6, 044 |
| Stannum purum | 7, 320 |
| Stannum puriſſimum Anglicum | 7, 295 |
| Zincum | 7, 350 |

*Lapides.*

| | |
|---|---|
| Achatés pallide rubens | 2, 631 |
| Adamas | 3, 517 |
| Alabaſtrum | 1, 872 |
| Alumen plumoſum | 2, 275 |
| Amianthus | 2, 913 |
| Attramentarius lapis violaceus | 3, 104 |
| Arſenicum rubrum | 3, 223 |
| Arſenicum flavum, ſive auripigmentum | 3, 313 |
| Beryllus | 3, 056 |
| Carneolus | 2, 290 |
| Calcedonius Orientalis | 2, 569 |
| Cos | 1, 666 |

| | |
|---|---|
| Creta alba | 2, 2[illegible]8 |
| Cryſtallus Yslandica | 2, [illegible]20 |
| Cryſtallus rupium vulgaris | 2, 650 |
| Granatus Bohemicus | 4, 360 |
| Granatus Suecicus | 3, 978 |
| Hæmatites | 4, 360 |
| Hyacinthus | 2, 631 |
| Jaſpis | 2, 666 |
| Judaicus | 2, 500 |
| Lazuli | 3, 054 |
| Lydius, ſeu marmor nigrum | 2, 698 |
| Magnes | 4, 585 |
| Malachites | 3, 507 |
| Marmor Italicum nigrum | 2, 704 |
| Marmor Italicum album | 2, 707 |
| Marmor Italicum aliud | 2, 718 |
| Nephriticus | 2, 894 |
| Onyx | 2, 510 |
| Opalus | 1, 958 |
| Ophites | 2, 888 |
| Oſteocólla | 2, 840 |
| Pſeudotopazius | 2, 672 |
| Pyrites aeroſus | 4, 027 |
| Pyrites ferri | 4, 912 |
| Quartzum | 2, 763 |
| Sardachates | 3, 508 |
| Sardonyx | 2, 625 |
| Ardeſia alba | 2, 338 |
| Ardeſia nigra | 2, 838 |
| Selenites | 2, 322 |
| Silex vulgaris | 2, 542 |
| Smaragdus | 3, 095 |
| Talcum Venetum | 2, 730 |
| Tophus, ſive Tiras | 1, 410 |
| Turcois | 2, 508 |
| Turmalinum cryſtallus nigra ſaturo flammæ colore ex India Orientali | 2, 952 |

Vi-

| | |
|---|---|
| Vitrum album Britannicum . | 3, 150 |
| Vitrum viride . . . | 3, 620 |
| Arena vulgaris . . | 2, 631 |
| Lateres duri . . . | 2, 006 |

## *Bitumina, & Salia.*

| | |
|---|---|
| Bitumen purum, vel gagas . | 1, 203 |
| Bitumen nigrum . . | 1, 744 |
| Succinum pellucidum . . | 1, 065 |
| Succinum aliud pingue . . | 1, 087 |
| Sulphur nativum rubrum . . | 2, 871 |
| Sulphur vivum . . . | 2, 000 |
| Sulphur vulgare fuſum . . | 1, 800 |
| Alumen . . . | 1, 714 |
| Borax . . . | 1, 720 |
| Nitrum . . . | 1, 900 |
| Sal Ammoniacum purum . . | 1, 453 |
| Sal gemmæ . . . | 2, 143 |
| Sal mirabile Glauberi . . | 2, 246 |
| Tartarus crudus . . . | 1, 849 |
| Tartari cremor . . . | 1, 900 |
| Tartarus vitriolatus . . | 2, 298 |
| Vitriolum Britannicum . . | 1, 880 |
| Vitriolum album . . | 1, 900 |

## *Ligna.*

| | |
|---|---|
| Abies . . . | 0, 550 |
| Acer . . . | 0, 755 |
| Aloe, five Aſphaltum . . | 1, 177 |
| Lignum Braſilum rubrum . . | 1, 031 |
| Buxus . . . | 1, 031 |
| Lignum Campechiæ . . | 0, 913 |
| Cedrus . . . | 0, 613 |
| Coccos putamen . . | 1, 340 |
| Ebenum . . . | 1, 177 |
| Fagus . . . | 0, 738 |

| | |
|---|---|
| Guaiacum | 1, 333 |
| Juniperus | 0, 556 |
| Maſtichinum | 0, 849 |
| Nephriticum | 1, 209 |
| Prunus | 0, 663 |
| Saſſafras | 0, 482 |
| Suber | 0, 240 |
| Taxus | 0, 760 |
| Ulmus | 0, 600 |
| Lignum variegatum Virginiæ | 1, 313 |
| Lignum vitæ | 1, 327 |
| Radix Chinæ | 1, 071 |
| Cortex Peruvianus | 0, 784 |
| Galla | 1, 034 |
| Camphora | 0, 996 |
| Cera flava | 0, 955 |
| Gummi Arabicum | 1, 375 |
| Myrrha | 1, 250 |
| Opium | 1, 363 |
| Pix | 1, 150 |
| Reſina Guaiaci | 1, 224 |
| Reſina Scammonii | 1, 200 |
| Thus | 1, 071 |

Exponuntur hic gravitates ſpecificæ in fractionibus decimalibus, quas a numeris integris ſeparat interpoſita lineola. Sumitur item ſpecifica aquæ gravitas = 1, 000; hinc ei collatum ſulphur vivum eſt ut 2, 000 : 1, 000 = 2 : 1.

Qui ſpecificam corporum gravitatem experiri ipſe volet, advertat velim, temperato aere experimenta capienda eſſe: non nimis frigido, non nimis calente, ne forte liquidorum ſeu frigore conſtrictorum, ſeu calore dilatatorum denſitas aut raritas in cauſſa ſit, quod hodie repertæ gravitates ſpecificæ non conſentiant illis a Muſchenbrœkio notatis.

§. 236.

§. 236. *Figura nequit dici cauſſa merſionis ſolidorum in fluidis*, nam poſita eadem figura globi ferrei, & lignei mergitur in eodem aliquo fluido ferreus, innatat ligneus; ergo. II. Idem globus ferreus diverſis fluidis commiſſus celerius deſcendit in uno, quam alio, e. c. celerius in ſpiritu vini, quam in aqua. Quinam vero iſtud fieri poſſit, ſiquidem figura ſit cauſſa merſionis? ſane manente eadem cauſſa manere debet idem effectus; ergo.

§. 237. *Cauſſa merſionis ſolidorum in fluidis eſt gravitas reſpectiva*, quam hic loci vocabo exceſſum gravitatis ſpecificæ ſolidi ſupra ſpecificam fluidi; e. c. globi ferrei ſupra gravitatem aquæ ejusdem voluminis. *Pr.* Mergi eſt deſcendere in fluidis; ſed cauſſa deſcenſus in fluidis eſt differentia gravitatum ſpecificarum (§. 233.), h. e. gravitas reſpectiva; ergo. *Confirm.* I. Poſita majori ſpecifica gravitate ſolidi habetur merſio, eaque non poſita non habetur; ergo major illa gravitas ſolidi, quam ſit fluidi, eſt cauſſa merſionis. *Confirm.* II. Poſita eadem gravitate ſpecifica habetur celerior deſcenſus in uno aliquo fluido, quam in alio; ac propterea celerioris deſcenſus cauſſa eſt gravitas reſpectiva; quidni igitur & merſionis?

*Schol. Refelluntur objecta.* I. Solidum fluido immerſum amittit gravitatem ſuam (§. 238.); nequit igitur cauſſa merſionis, & deſcenſus in fluidis

eſſe

eſſe gravitas reſpectiva. ℞. D: A. Solidum ſpecifice levius fluido, aut ejusdem gravitatis ſpecificæ amittit gravitatem C, A. ſpecifice gravius fluido *Subd.* amittit gravitatem ſuam non omnem C. A. omnem N. A. & C. partem duntaxat ponderis amittere videtur ſolidum merſum, eamque non majorem, quam quæ exæquet volumen fluidi expulſi; reliquo pondere, ſive differentia, & exceſſu gravitatis deſcendit ſolidum.

II. Si gravitas dicenda ſit cauſſa deſcenſus, & merſionis non poterit idem ſolidum in eodem fluido jam dehiſcere, jam enatare, jam denique rurſum mergi. Iſtud vero fieri videmus in piſcibus, cadavere humano, globo vitreo, aut quovis alio, ſed cavo; ergo. ℞. D. M. non poſſet iſtud fieri manente eodem volumine tum liquidi, tum ſolidi C. M. alterutro mutato N. M. atqui fit iſtud alterutro mutato C. m. utroque permanente N. m. & C. Huic, hujusque ſimilibus aliis objectionibus ut rite ſatisfiat, noſſe oportet omnia, quæ ſuperius dixi.

III. Etiam manente eodem volumine cum ſolidi, tum fluidi non merguntur corpora graviora; ergo. Pr. A. Scobs ferrea, aut quævis minutiſſima metallorum fruſta fluidis innatant, tametſi graviora ſint pari volumine fluidi, nihilque immutetur volumen ſive fluidi, ſeu ſolidi; ergo. ℞. D. A. non merguntur graviora, ſi eorum gravitas non ſit expedita C. A. ſecus N. A. & C. majorem gravitatem, ſeu niſum deſcendendi cohibere poteſt major fluidorum viſcoſitas, aut quævis alia id genus affectio, cui ſuperandæ non ſufficit illa gravitas reſpectiva, quæ reperitur in minimis hiſce metallorum fruſtulis. *Dices*: Gravitas reſpectiva ſcobis ferreæ prorſus eadem eſt cum illa totius maſſæ ferrreæ nondum in minutas partes diviſæ; ſed gravitas reſpectiva totius maſſæ ferreæ vincit fluidorum viſcoſitatem, aut quamvis aliam affectionem; igitur & ſcobs ferrea vincere deberet. Non autem vin-

vincit; ergo. ℞. N. M. Licet ſcobem ferream conſtituant eædem moleculæ, quæ prius maſſam totam, creſcit tamen moles in ſcobe ferrea ex facta diviſione molecularum, ortisque adeo plurimis interſtitiolis inter ſingula molecularum paria reperiundis. Majori huic moli proportionata eſt major reſiſtentia fluidi ex partium viſcoſitate, ac tenacitate proveniens. Alia reſponſio facile eruetur ex infra dicendis.

IV. Globus, quem *tormentarium* dicere ſolent, aquis marinis injectus dehiſcit ad certam aliquam profunditatem, e. c. ad medium uſque maris; deinceps immotus hæret, ad fundum non delabitur. Atqui globus iſte gravior eſt pari volumine aquæ; ergo non omnia corpora ſpecifice graviora merguntur. ℞. D. M. dehiſcit ad certam uſque profunditatem, ſi funi illigetur C. M. huic ſi non illigetur N. M. atqui globus iſte ſeorſim ſumptus gravior eſt pari volumine aquæ C. m. ſumptus cum fune, ex quo pendet, ſive cui illigatur N. m. & C. globus ſeorſim ſumptus ſpecifice gravior eſt quibusvis aquis; ſed & ad fundum uſque deſcendit. Si tamen funi illigatus cum fune defluo deſcendit, non globi ſolum ratio habenda eſt, ſed vero etiam funis bene longi, quorum utriuſque voluminibus ſi reſpondeant paria aquæ volumina, majorem eſſe oportet gravitatem aquarum, quam globi, & funis conjunctim ſumpti. Scribunt alii, in cauſſa eſſe majorem aquarum marinarum gravitatem prope fundum, quam ſuperficiem. Sic ajunt: prope fundum habetur major aquarum, aut verius fluidi alterius, neſcio cujus, compreſſio, propter majorem altitudinem columnarum verticaliter prementium. 2do: prope fundum aqua majore copia ſalis oneratur (hodie enim ſalſedinem maris plerique omnes repetunt a rupibus, vel fodinis ſalium in fundo maris deliteſcentibus, quarum partes aqua marina corrodit, ſe-

que

que iisdem onerat ); quocirca gemino iſto ex capite gravior efficitur dicto globo; hinc non ſubſidit.

V. Si gravitas ſit cauſſa merſionis, non poterunt naves magnis ponderibus onuſtæ aquis innatare. Innatant autem; ergo. Pr. M. Gravitas ligni, ferramentorum, & vel maxime ponderum navi adjectorum major eſſe videtur, quam ſit illa aquarum, e. g. ſi in navim conjicias vaſa auro, Mercurio, argento, aliisque metallis referta; ergo ſi gravitas ſit cauſſa merſionis, dehiſcet navis. *Confirm.* minor eſt gravitas ponderum, quæ navi vehuntur ſingulatim ſumptorum, quam ponderi navis adjectorum; atqui ſingulatim ſumpta merguntur, ſimiliter ergo adjecta ponderi navis mergi debent; quod fallit. ℞. N. M. ad Pr. D. A. gravitas ponderum ſingillatim ſumptorum major eſt C. A. ſumptorum cum volumine navis N. A. & C. Si penes navim conſiderantur ſola volumina ligni, ferramentorum, & ponderum, quibus oneratur navis: eſt, fateor, illis reſpondens volumen aquæ ſpecifice levius. Sed autem ſimul attendenda eſt cavitas navis, volumenque iſtius cavitatis addendum reliquo volumini navis; prius enim, quam tota navis mergeretur, de loco ſuo exturbandum eſſet volumen aquæ reſpondens non modo dictis ponderibus, ſed etiam cavitati. Tale autem volumen aquæ gravius eſt navi ſumpta cum oneribus adjectis; navis itaque mergi non debet. Quomodo confirmationi ſatisfaciendum, abunde patet.

VI. Acus tenuis horizontaliter impoſita aquis ſupernatat; atqui vero acus illa gravior eſt pari volumine liquidi; ergo. ℞. C. M. N. m. circa acum aquis innatantem undique efformatur cavitas, cujus quidem cauſſam afferre non ita pronum eſt, ut exiſtentiam facto experimento comprobare. Porro voluminis aquæ, & voluminis cavitatis efformatæ ſimul

ſum-

ſumptis deprehenditur par volumen aquæ eſſe æqualiter grave; quare actu mergi non debet.

VII. Fabæ Arabicæ, ſucci herbarum, ſal, & ſaccharum graviora ſunt pari volumine aquæ, nec tamen merguntur, ſed ſingulis aquæ moleculis innatant; gravitas ergo non eſt cauſſa merſionis. Reſpondent aliqui: intercedere hoc caſu particularem cauſſam, a qua præſcindendum eſſe putant. Rogati: quænam ſit cauſſa illa particularis efficiens, ut diſſolutæ fabarum, ſacchari &c. moleculæ poros aquæ ſubeant, & in iis ſuſtineantur, reponunt: nondum convenire inter Phyſicos, & adhuc ſub judice litem eſſe. Alii cauſſam conjiciunt in exilitatem, ac tenuitatem moleculasrum diviſarum, quarum gravitas minime ſufficiens ſit ad vincendam partium fluidorum cohæſionem, aut tenacitatem. Alii denique in motum inteſtinum partium minimarum, quo ſubinde imminuto, aut prope evaneſcente, etiam minimæ moleculæ ſalium, ſacchari &c. ad fundum dehiſcant, uti nempe evenire ſolet aquis colore quopiam tinctis.

VIII. Aves ſpecifice graviores ſunt aere; volant tamen, ſuſtentantur ab aere, neque urgente gravitate reſpectiva deſcendunt; ergo. R. C. I. p. A. D. 2. volant tamen, propter motum, quem ſibi imprimunt, ſuſtinenturque ex cauſſa fortiter verberati aeris C. A. volarent, ſi hæc abeſſent N. A. & C. avis volare cupiens primo ſibi motum quempiam imprimit, tum expanſis alis fortiſſime aerem verberat. Sic verberatus aer evadit tanquam punctum fixum, quo avis ſuſtentatur. Etiamque ad volatum avium confert alarum, & caudæ expanſio, ac dilatatio, ſic enim majus volumen aeris reſpondet leviſſimis omnino pennis. Eodem fere mechaniſmo explicandum eſt, quod homines ſpecifice graviores aquis innatent.

IX.

IX. Corpora ſpecifice leviora ſæpe merguntur ad fundum; ergo gravitas reſpectiva non eſt cauſſa merſionis. Pr. A. Spongia, fructus hortenſes, panis, lignorum ſegmenta, trabes immo &c. leviora ſunt pari volumine aquæ, ſæpe tamen merguntur; ergo. *Confirm.* Experientia certum habemus non mergi lagenam vacuam e vitro conflatam, quæ eadem ſi fluido aqueo repleatur, continuo fundum petit. Eſt vero lagena aquis repleta adhuc levior pari volumine aquæ; ergo. Pr. m. Volumen aquæ reſpondens volumini ſolius vitri eſt gravius vitro (aut certe ſi levius eſt, debet lagena vacua ad imum dehiſcere). Volumen aquæ reſpondens volumini alterius aquæ lagena conſtrictæ æque grave eſt; ergo lagena aquis repleta levior eſt pari volumine aquæ. Mergitur tamen; proinde. R. N. A. ad Pr. D. A. Scobs lignea, fructus hortenſes, ſpongia &c. merguntur, poſtquam aqua per poros ſubeunte in locum aeris evaſerunt graviora C. A. quamdiu intra corporum iſtorum poros adhuc latet aer N. A. & C. *Ad Confirm.* C. M. N. m. ad Pr. N. 1. p. A. Volumen ſolius vitri gravius eſt pari volumine aquæ. Quod tamen lagena vacua non mergatur, tribuendum eſt non modo vitro, ſed & aeri lagenæ cavitatem explenti, quorum duorum *ſimul ſumptorum* volumen levius eſt pari volumine aquæ. Sic quidem facile expeditur objectio præſens. At ſi vaſi *vitreo* ſubſtituatur vas *ligneum*, exſurgere *videbitur* non modica difficultas.

X. Nihil immutata gravitate, duntaxat mutata figura jam mergitur, jam fluido innatat corpus ſolidum; ergo non gravitas, ſed figura eſt cauſſa merſionis. P. A. Eadem maſſa plumbi ſphæram conficiens mergitur, eademque in lamellam cuſa, & diducta ſupernatat, ergo. R. D. A. Nihil immutata gravitate *abſoluta* corpus jam mergitur, jam ſupernatat C. A. *ſpecifica* N. A. & C. Ad Pr. D. A. Globus

bulus in lamellam diductus ſupernatat *propter immi-nutam gravitatem ſpecificam* C. A. *cauſſa novæ figuræ* N. A. & C. Si quid figuræ tribuendum ſit, dicatur, per me, licet, *occaſio* noviter acquiſitæ gravitatis ſpecificæ. Sed in hoc ipſo dilucide explicando eſt difficultas. Pars una ſic putant: *inter ejusmodi laminam utcunque politam, & fluidum* ſe inſinuat aer; unde totum aggregatum ex aere, & lamina ſpectandum eſt ceu corpus unum; quod aucta ſic mole evaſit ſpecifice levius volumine aquæ expellendo. Pars altera ſic exiſtimant: Maſſa globi plumbei in lamellam diducti ſolitarie conſideranda non eſt, ſed cum cavitate, quæ circa ipſam undique efformatur prius, quam tota immergatur aquis. Dicunt: obſervationibus ſæpe adhibitis exploratum eſſe, quod circa laminam fluido lente impoſitam aquæ attollantur undique in ſpeciem colliculorum eam cingentium (forte ob cohæſionem), neque tamen ad laminam defluant (ut fieri videmus penes vitra fluido abundanter expleta); hinc, iſtis quidem auctoribus, prominentia illa aquæ idem præſtat, tanquam ſi lamina cingeretur lateribus ſolidis verticaliter erectis ad modicam altitudinem aſſurgengentibus in modum naviculæ. Sic vero facile ex alias dictis conjicitur ratio, ob quam lamina plumbea aquis innatare debeat. *Dices*: illud eſt cauſſa merſionis, quo poſito merguntur, & non poſito non merguntur corpora; ſed poſita figura e. c. ſphærica merguntur corpora, non poſita non merguntur; ergo. ℞. illud eſt cauſſa, quo poſito ceu ratione formali, & directa, ac immediata, merguntur corpora C. M. ceu conditione prævia ad obtinendam majorem gravitatem ſpecificam, aut ad facilius ſuperandam reſiſtentiam medii N. M. Sic D. m. & N. C.

XI. Figura eſt cauſſa celerioris deſcenſus in fluido; ergo & merſionis; nam eadem, puto, utriuſque cauſſa conſtitui debet. Pr. A, maſſa ferri in ſphæram

coacta celerius deſcendit, quam eadem maſſa in cubum formata; ergo. ℞. N. A. ad Pr. D. A. maſſa ferri in ſphæram coacta celerius deſcendit, quia major eſt gravitas *ſpecifica* ſphæræ, quam cubi C. A. propter figuram ſphæricam *Subdiſt.* per accidens, quatenus mutata cubi figura in ſphæram mutatur gravitas ſpecifica C. A. directe, ac per-ſe N. A. & C. quo minus volumen ejusdem alicujus maſſæ, hoc major eſt gravitas ſpecifica; eſt vero minus volumen ſphæræ, quam cubi: proinde major gravitas ſpecifica ejusdem maſſæ ſphæricæ, quam cubicæ; hinc itidem celerior deſcenſus. 2do: Cubo ferreo reſpondet major ſuperficies fluidi de loco ſuo dimovendi, atque adeo major reſiſtentia, majorque frictio, a qua denuo repeti poteſt tardior deſcenſus.

# De fluidis e vaſe profluentibus.

§. 238. *Si preſſio fluidi aliqua ex parte tollitur, vel minuitur, movetur fluidum in eam partem, ubi preſſio ſublata, vel minuta fuit.* Semper enim *deficiente virium æquilibritate* habetur motus *ſecundum determinationem vis prævalentis*; ergo ſi preſſioni preſſio æqualis non reſpondet, aut omnino ſublata fuit, feretur liquidum in eam partem, ubi preſſio ſublata fuit, vel minuta.

*Schol.* Hinc eſt, quod foramine in fundo, aut latere vaſis facto liquida erumpunt; hinc iterum, quod aqua aſcendit, ſi e tubo ſuperficiei aquæ impoſito aerem exſugis, atque ita ſubjectam aquæ portionem aeris preſſione liberas.

§. 239.

§. 239. *Celeritas fluidi ex eodem vaſe profluentis eadem eſt in iisdem a ſuperficie liquidi diſtantiis, diverſa in diverſis*; nam celeritas reſpondere debet preſſioni, ceu effectus vi, & cauſſæ ſuæ; ſed preſſiones in fundum ejusdem vaſis ſunt in ratione altitudinum (§. 221. *Coroll.*); ſimiliter ergo celeritates fluidorum ex eodem vaſe profluentium erunt in ratione altitudinum. Altitudines fluidorum ſunt diſtantiæ a ſuperficie; ergo.

*Coroll. I.* Si vas, e quo fluidum erumpit, fuerit conſtanter plenum, ſemper eadem erit altitudo fluidi; quocirca ſemper eadem celeritate fluidum erumpet.

*Coroll. II.* Etiam celeritas fluidi profluentis e duobus vaſis eandem baſim habentibus eadem eſt in æqualibus a ſuperficie liquidi diſtantiis, diverſa in diverſis; poſita enim æqualitate baſium preſſiones, ac proinde celeritates ſunt in ratione directa altitudinum (*ibid.*).

§. 240. *Celeritates fluidorum per æqualia foramina, aut lumina erumpentium ſunt ut fluidorum quantitates eodem tempore effuſæ.* Hæ enim quantitates ſpectari poſſunt inſtar cylindrorum *eandem baſim habentium*, quorum ſoliditates ſunt ut altitudines (*per Stereom.*). Porro motus intra foramina haberi poteſt pro æquabili; cumque in motu æquabili celeritates ſint ut ſpatia eodem tempore confecta, erunt noſtro caſu ut cylindrorum altitudines, h. e. ut quantitates fluidorum eodem tempore erumpentes.

*Schol.* Motus intra foramina conſiderari poteſt ut æquabilis, quia motus intra foramina habetur pro inſtantaneo; quacunque autem lege acceleretur, aut retardetur motus, ſemper inſtantaneus pro æquabili haberi poteſt (§. 173).

§. 241. *Celeritates fluidorum per æqualia foramina effluentium ſunt ut radices quadratæ altitudinum, quas fluida obtinent ſupra foramina*; ſive: $C = \sqrt{A}$; & $C : c = \sqrt{A} : \sqrt{a}$. Nam celeritates fluidorum pendent a preſſione; poſita autem æqualitate baſium preſſiones ſunt ut altitudines (§. 221. *Coroll.*); quare ſi preſſionem dicas $P$, & altitudinem $A$, erit $P = A$. Preſſionis effectus eſt quantitas motus, ſive $P = MC$; ſiq; maſſam fluidi profluentis voces $Q$, habetur $P = QC$; proinde etiam $A = QC$ (§. 1. *ax. IV.*). $Q$ vero $= C$ (§. *præced.*); ergo $QC = CC$, ideoque $A = CC$. Utrinque radicem extrahendo obtinebis $C = \sqrt{A}$; ſive $C : c = \sqrt{A} : \sqrt{a}$.

*Coroll. I.* Celeritates fluidorum per æqualia foramina erumpentium ſunt ut fluidorum quantitates eodem tempore effuſæ (§. *præc.*); ergo ſicut celeritates ſunt in ratione ſubduplicata altitudinum (§. *præſente*), ſic quantitates fluidorum per æqualia lumina erumpentium; h. e. $Q = \sqrt{A}$; & $Q : q = \sqrt{A} : \sqrt{a}$.

*Coroll. II.* Etiam in motu uniformiter accelerato eſt $C : c = \sqrt{S} : \sqrt{s}$ (§. 160. *Coroll.* VIII.), ſive celeritates finales ſunt in rat. ſubdupl. altitudinum, ex quibus mobile motu uniformiter accelerato deſcendit;

dit; ergo celeritas fluidi ex vaſe erumpentis tanta eſt, quantam fluidum acquireret, ſi lapſu perpendiculari deſcenderet ex eadem altitudine. Quare fluidum motu retardato aſſurgere poterit ad eandem altitudinem, motu autem æquabili ad duplam (§. 160. *Coroll. IV.*). *Neque dicas*: iſtud locum habere poſſe, ſi vaſa perforentur in fundo; non autem ſi in latere: aut ſi vaſa fuerint inclinata. ℞. enim: etiam obtinere debere penes vaſa a latere aperta, cum fluida premant æqualiter in omnem partem; etiamque penes vaſa inclinata (§. 203. & 206.).

§. 242. *Si vaſa fuerint conſtanter plena, ſique altitudines fluidi conſtanter æquales, eadem celeritate erumpet fluidum per foramina quævis utcunque diverſa.* Cogitetur enim foramen majus dividi in plura foramina, quæ ſingula æqualia ſint foramini minori vaſis alterius. Poſita eadem altitudine, & foraminum æqualitate haberi debet eadem celeritas *in ſingulis partibus majoris foraminis*, quæ eſt in minori, cum ubique prorſus eadem habeatur preſſio (§. 221.); proinde etiam *in toto majori foramine* eadem erit celeritas, quæ in minori.

§. 243. *In eadem hypotheſi quantitates fluidorum eodem tempore erumpentium ſunt directe ut foramina.* Si enim fluida in vaſis conſtanter plenis obtinent altitudines conſtanter æquales, fieri ſane debet, ut eodem tempore per æqualia foramina æqualis fluidorum quantitas effundatur; quare e foramine duplo effundetur quantitas dupla, e triplo tripla &c.

 Sic

que iisdem onerat ); quocirca gemino iſto ex capite gravior efficitur dicto globo; hinc non ſubſidit.

V. Si gravitas ſit cauſſa merſionis, non poterunt naves magnis ponderibus onuſtæ aquis innatare. Innatant autem; ergo. Pr. M. Gravitas ligni, ferramentorum, & vel maxime ponderum navi adjectorum major eſſe videtur, quam ſit illa aquarum, e. g. ſi in navim conjicias vaſa auro, Mercurio, argento, aliisque metallis referta; ergo ſi gravitas ſit cauſſa merſionis, dehiſcet navis. *Confirm.* minor eſt gravitas ponderum, quæ navi vehuntur ſingulatim ſumptorum, quam ponderi navis adjectorum; atqui ſingulatim ſumpta merguntur, ſimiliter ergo adjecta ponderi navis mergi debent; quod fallit. ℞. N. M. ad Pr. D. A. gravitas ponderum ſingillatim ſumptorum major eſt C. A. ſumptorum cum volumine navis N. A. & C. Si penes navim conſiderantur ſola volumina ligni, ferramentorum, & ponderum, quibus oneratur navis: eſt, fateor, illis reſpondens volumen aquæ ſpecifice levius. Sed autem ſimul attendenda eſt cavitas navis, volumenque iſtius cavitatis addendum reliquo volumini navis; prius enim, quam tota navis mergeretur, de loco ſuo exturbandum eſſet volumen aquæ reſpondens non modo dictis ponderibus, ſed etiam cavitati. Tale autem volumen aquæ gravius eſt navi ſumpta cum oneribus adjectis; navis itaque mergi non debet. Quomodo confirmationi ſatisfaciendum, abunde patet.

VI. Acus tenuis horizontaliter impoſita aquis ſupernatat; atqui vero acus illa gravior eſt pari volumine liquidi; ergo. ℞. C. M. N. m. circa acum aquis innatantem undique efformatur cavitas, cujus quidem cauſſam afferre non ita pronum eſt, ut exiſtentiam facto experimento comprobare. Porro volumine aquæ, & volumine cavitatis efformatæ ſimul ſum-

ſumptis deprehenditur par volumen aquæ eſſe æqualiter grave; quare actu mergi non debet.

VII. Fabæ Arabicæ, ſucci herbarum, ſal, & ſaccharum graviora ſunt pari volumine aquæ, nec tamen merguntur, ſed ſingulis aquæ moleculis innatant; gravitas ergo non eſt cauſſa merſionis. Reſpondent aliqui: intercedere hoc caſu particularem cauſſam, a qua præſcindendum eſſe putant. Rogati: quænam ſit cauſſa illa particularis efficiens, ut diſſolutæ fabarum, ſacchari &c. moleculæ poros aquæ ſubeant, & in iis ſuſtineantur, reponunt: nondum convenire inter Phyſicos, & adhuc ſub judice litem eſſe. Alii cauſſam conjiciunt in exilitatem, ac tenuitatem moleculatum diviſarum, quarum gravitas minime ſufficiens ſit ad vincendam partium fluidorum cohæſionem, aut tenacitatem. Alii denique in motum inteſtinum partium minimarum,, quo ſubinde imminuto, aut prope evaneſcente, etiam minimæ moleculæ ſalium, ſacchari &c. ad fundum dehiſcant, uti nempe evenire ſolet aquis colore quopiam tinctis.

VIII. Aves ſpecifice graviores ſunt aere; volant tamen, ſuſtentantur ab aere, neque urgente gravitate reſpectiva deſcendunt; ergo. ℞. C. I. p. A. D. 2. volant tamen, propter motum, quem ſibi imprimunt, ſuſtinenturque ex cauſſa fortiter verberati aeris C. A. volarent, ſi hæc abeſſent N. A. & C. avis volare cupiens primo ſibi motum quempiam imprimit, tum expanſis alis fortiſſime aerem verberat. Sic verberatus aer evadit tanquam punctum fixum, quo avis ſuſtentatur. Etiamque ad volatum avium confert alarum, & caudæ expanſio, ac dilatatio, ſic enim majus volumen aeris reſpondet leviſſimis omnino pennis. Eodem fere mechaniſmo explicandum eſt, quod homines ſpecifice graviores aquis innatent.

IX.

IX. Corpora ſpecifice leviora ſæpe merguntur ad fundum; ergo gravitas reſpectiva non eſt cauſſa merſionis. Pr. A. Spongia, fructus hortenſes, panis, lignorum ſegmenta, trabes immo &c. leviora ſunt pari volumine aquæ, ſæpe tamen merguntur; ergo. *Confirm.* Experientia certum habemus non mergi lagenam vacuam e vitro conflatam, quæ eadem ſi fluido aqueo repleatur, continuo fundum petit. Eſt vero lagena aquis repleta adhuc levior pari volumine aquæ; ergo. Pr. m. Volumen aquæ reſpondens volumini ſolius vitri eſt gravius vitro (aut certe ſi levius eſt, debet lagena vacua ad imum dehiſcere). Volumen aquæ reſpondens volumini alterius aquæ lagena conſtrictæ æque grave eſt; ergo lagena aquis repleta levior eſt pari volumine aquæ. Mergitur tamen; proinde. R. N. A. ad Pr. D. A. Scobs lignea, fructus hortenſes, ſpongia &c. merguntur, poſtquam aqua per poros ſubeunte in locum aeris evaſerunt graviora C. A. quamdiu intra corporum iſtorum poros adhuc latet aer N. A. & C. *Ad Confirm.* C. M. N. m. ad Pr. N. 1. p. A. Volumen ſolius vitri gravius eſt pari volumine aquæ. Quod tamen lagena vacua non mergatur, tribuendum eſt non modo vitro, ſed & aeri lagenæ cavitatem explenti, quorum duorum *ſimul ſumptorum* volumen levius eſt pari volumine aquæ. Sic quidem facile expeditur objectio præſens. At ſi vaſi *vitreo* ſubſtituatur vas *ligneum*, exſurgere *videbitur* non modica difficultas.

X. Nihil immutata gravitate, duntaxat mutata figura jam mergitur, jam fluido innatat corpus ſolidum; ergo non gravitas, ſed figura eſt cauſſa merſionis. P. A. Eadem maſſa plumbi ſphæram conficiens mergitur, eademque in lamellam cuſa, & diducta ſupernatat, ergo. R. D. A. Nihil immutata gravitate *abſoluta* corpus jam mergitur, jam ſupernatat C. A. *ſpecifica* N. A. & C. Ad Pr. D. A. Globus

bulus in lamellam diductus ſupernatat *propter immimutam gravitatem ſpecificam* C. A. *cauſſa novæ figuræ* N. A. & C. Si quid figuræ tribuendum ſit, dicatur, per me licet, *occaſio* noviter acquiſitæ gravitatis ſpecificæ. Sed in hoc ipſo dilucide explicando eſt difficultas. Pars una ſic putant: *inter ejusmodi laminam* utcunque politam, & *fluidum* ſe inſinuat aer; unde totum aggregatum ex aere, & lamina ſpectandum eſt ceu corpus unum; quod aucta ſic mole evaſit ſpecifice levius volumine aquæ expellendo. Pars altera ſic exiſtimant: Maſſa globi plumbei in lamellam diducti ſolitarie conſideranda non eſt, ſed cum cavitate, quæ circa ipſam undique efformatur prius, quam tota immergatur aquis. Dicunt: obſervationibus ſæpe adhibitis exploratum eſſe, quod circa laminam fluido lente impoſitam aquæ attollantur undique in ſpeciem colliculorum eam cingentium (forte ob cohæſionem), neque tamen ad laminam defluant (ut fieri videmus penes vitra fluido abundanter expleta); hinc, iſtis quidem auctoribus, prominentia illa aquæ idem præſtat, tanquam ſi lamina cingeretur lateribus ſolidis verticaliter erectis ad modicam altitudinem aſſurgengentibus in modum naviculæ. Sic vero facile ex alias dictis conjicitur ratio, ob quam lamina plumbea aquis innatare debeat. *Dices*: illud eſt cauſſa merſionis, quo poſito merguntur, & non poſito non merguntur corpora; ſed poſita figura e. c. ſphærica merguntur corpora, non poſita non merguntur; ergo. R. illud eſt cauſſa, quo poſito ceu ratione formali, & directa, ac immediata, merguntur corpora C. M. ceu conditione prævia ad obtinendam majorem gravitatem ſpecificam, aut ad facilius ſuperandam reſiſtentiam medii N. M. Sic D. m. & N. C.

XI. Figura eſt cauſſa celerioris deſcenſus in fluido; ergo & merſionis; nam eadem, puto, utriuſque cauſſa conſtitui debet. Pr. A, maſſa ferri in ſphæram

coacta celerius deſcendit, quam eadem maſſa in cubum formata; ergo. ℞. N. A. ad Pr. D. A. maſſa ferri in ſphæram coacta celerius deſcendit, quia major eſt gravitas *ſpecifica* ſphæræ, quam cubi C. A. propter figuram ſphæricam *Subdiſt.* per accidens, quatenus mutata cubi figura in ſphæram mutatur gravitas ſpecifica C. A. directe, ac per-ſe N. A. & C. quo minus volumen ejusdem alicujus maſſæ, hoc major eſt gravitas ſpecifica; eſt vero minus volumen ſphæræ, quam cubi: proinde major gravitas ſpecifica ejusdem maſſæ ſphæricæ, quam cubicæ; hinc itidem celerior deſcenſus. 2do: Cubo ferreo reſpondet major ſuperficies fluidi de loco ſuo dimovendi, atque adeo major reſiſtentia, majorque frictio, a qua denuo repeti poteſt tardior deſcenſus.

# De fluidis e vaſe profluentibus.

§. 238. *Si preſſio fluidi aliqua ex parte tollitur, vel minuitur, movetur fluidum in eam partem, ubi preſſio ſublata, vel minuta fuit.* Semper enim *deficiente virium æquilibritate* habetur motus *ſecundum determinationem vis prævalentis*; ergo ſi preſſioni preſſio æqualis non reſpondet, aut omnino ſublata fuit, feretur liquidum in eam partem, ubi preſſio ſublata fuit, vel minuta.

*Schol.* Hinc eſt, quod foramine in fundo, aut latere vaſis facto liquida erumpunt; hinc iterum, quod aqua aſcendit, ſi e tubo ſuperficiei aquæ impoſito aerem exſugis, atque ita ſubjectam aquæ portionem aeris preſſione liberas.

§. 239.

§. 239. *Celeritas fluidi ex eodem vaſe profluentis eadem eſt in iisdem a ſuperficie liquidi diſtantiis, diverſa in diverſis*; nam celeritas reſpondere debet preſſioni, ceu effectus vi, & cauſſæ ſuæ; ſed preſſiones in fundum ejusdem vaſis ſunt in ratione altitudinum (§. 221. *Coroll.*); ſimiliter ergo celeritates fluidorum ex eodem vaſe profluentium erunt in ratione altitudinum. Altitudines fluidorum ſunt diſtantiæ a ſuperficie; ergo.

*Coroll. I.* Si vas, e quo fluidum erumpit, fuerit conſtanter plenum, ſemper eadem erit altitudo fluidi; quocirca ſemper eadem celeritate fluidum erumpet.

*Coroll. II.* Etiam celeritas fluidi profluentis e duobus vaſis eandem baſim habentibus eadem eſt in æqualibus a ſuperficie liquidi diſtantiis, diverſa in diverſis; poſita enim æqualitate baſium preſſiones, ac proinde celeritates ſunt in ratione directa altitudinum (*ibid.*).

§. 240. *Celeritates fluidorum per æqualia foramina, aut lumina erumpentium ſunt ut fluidorum quantitates eodem tempore effuſæ.* Hæ enim quantitates ſpectari poſſunt inſtar cylindrorum *eandem baſim habentium*, quorum ſoliditates ſunt ut altitudines (*per Stereom.*). Porro motus intra foramina haberi poteſt pro æquabili; cumque in motu æquabili celeritates ſint ut ſpatia eodem tempore confecta, erunt noſtro caſu ut cylindrorum altitudines, h. e. ut quantitates fluidorum eodem tempore erumpentes.

III. *Etiam fluidorum moleculæ ſe mutuo trahunt*; atque iſtud dixi alias *Sectione Ima.* *Poteſt tamen eſſe validior actio vitri in fluida, quam ſit mutua molecularum fluida componentium attractio inter ſe.* Veritati huic commonſtrandæ revocabo phænomenon ſupra adſcriptum: ſi aqua per latus externum vitri defluat, ſubinde extremo margini adhæret, guttamque efformat, quæ ſenſim ſuccedente aqua augetur, majusque pondus obtinet. Sic aucta non continuo decidit, ſed abit primum in formam oblongæ ſphæroidis, tum magis, magisque diducta diſtribuitur in duas veluti guttas, attenuato quodam veluti collo ſibi cohærentes; quo rupto guttula inferior decidit, ſuperior autem extremo margini vitri tenaciter adhæret. Putem vere delapſuram eſſe & alteram, quam adhærere dixi, guttam, niſi validior eſſet attractio vitri, quam mutua fluidorum inter ſe.

IV. *Fortior, ac validior eſt mutua particularum Mercurii attractio inter ſe, quam ſit attractio vitri in Mercurium.* Iterum obſervationes iſthuc accerſo: ſi majorem aliquam Mercurii guttam leniter admoveas minori, quæ vitro adhæret, ſtatim relicto vitro cum majore coaleſcit in unam; quare fortius trahitur Mercurius ab homogeneis particulis, quam a vitro. 2do Si in tubulum duos fere pedes longum, qui tamen deſinat in tubulum capillarem, immittatur Mercurius, non effluit; effluit autem, ut primum cuſpis tubuli capillaris contingit Mercurium vaſe alio contentum; quod rurſum argumento eſſe debet: validius trahi Mercurium tubo illo contentum a reliquo extraneo Mercurio, quam a vitro. 3tio: Mercurius vitro mundo contentus magis urgetur verſus medium, quam ad vitri parietes; hinc formam convexam induit; quod profecto futurum non eſſet, niſi magis traheretur a ſimilaribus particulis, quam a vitro. Certe aqua, cum ex oppoſito magis trahatur a vitro, con-

cavam

cavam habet ſuperficiem. *Dices* : Si minor eſt attractio vitri, quam ſit mutua particularum Mercurii : quid eſt, quod gutta Mercurii vitro impoſita, paullulum complanetur ? In reſponſionem ſunto verba *P. Makò* : *Ejus rei cauſſa non a ſola vitri attractione accerſenda eſt, ſed etiam a vi mutua partium Mercurii. In gutta enim ſingula puncta vi aequali trahuntur verſus centrum, unde & rotunditas ejus exiſtit. At cum puncta quaedam vitro applicantur, ab eo nonnihil attrahuntur, ac proinde non urgentur ad centrum tanta efficacia, quanta ex adverſo poſita; hinc ſublata aequilibritate guttam complanari neceſſe eſt, punctis ſupremis validius in centrum contendentibus.*

V. *Mutua particularum aquae attractio major non eſt, quam quae pondus unius guttae ſuſtentare poſſit.* Si enim gutta aquae ſolido cuivis adhaerens ſuccedente alia portione aquae, ſenſim augeatur, majusque pondus obtineat, decidit, attractionem mutuam vincente gravitate.

VI. *Sed neque attractio vitri major eſt, quam quae pondus unius guttae aqueae ſuſtinere poſſit.* Scilicet: etiam gutta aquae vitro adhaerens, ſi paululum increvit, & juſtam quandam magnitudinem adepta eſt, induit primum oblongam figuram, poſtea deſerto vitro delabitur. Sic plane vapores aquei ſenſim in guttam majorem concreſcentes defluunt per tabulas feneſtrae. *At inquies* : Si attractio vitri major non ſit, quam quae ſufficiat guttae uni ſuſtentandae : eadem erit actio vitri in aquam, quae eſt aquae in particulas homogeneas; ac proinde validior non erit actio vitri in aquam, quam ſit mutua particularum aquae attractio inter ſe; quod quemadmodum pugnet cum *aſſertione IIItia*, nemo non intelligit. ℞. validitatem attractionis non modo aeſtimandam eſſe a quantitate corporis attracti, ſed etiam a tenacitate, qua tractum adhae-

reſcit

reſcit trahenti; tenacius autem adhæret gutta aquea vitro, quam guttæ alteri, ut ſupra oſtenſum eſt *cit. aſſert.*; validius ergo gutta aquea trahitur a vitro, quam a gutta alia.

VII. *Quo major eſt ſuperficies vitri aquam ſuſtentantis, hoc major portio aquæ a vitro ſuſtineri poteſt.* Obvium experimentum veritatem evincit: Defluat majuſcula aquæ gutta per externos parietes cylindri vitrei; delata ad extremos margines non continuo delabetur, ſed per baſim cylindri vitrei diffuſa ſerpet, ac ſuſtinebitur. Fallor vehementer, ſi alia ſubeſt cauſſa, quam, quod major ſit ſuperficies baſeos, quam parietis extranei, per quem gravior aquæ gutta defluxiſſe ponitur. *Inferes*: majorem aquæ guttam pendere poſſe ex angulo vitri, quam e recto latere; majoremque portionem aquæ ſuſtineri poſſe a tubulo anguſtiore, quam a plana aliqua vitri ſuperficie, utrobique enim concurrunt duæ veluti ſuperficies ad unum idemque pondus ſuſtinendum; conſpirantibus autem viribus major habetur effectus.

VIII. *Attractione vitri non modo gutta aquæ, aut fluidi alterius ſuſtineri poteſt, ſed etiam ad altitudinem quampiam elevari.* Cape denuo cylindrum vitreum, ſed cavum, & anguſtum, per cujus parietes extraneos defluat grandior gutta aquæ; diffundetur primum per extremos margines; tum vero tracta a ſingulis vitri punctis ſibi ut maxime vicinis, & ad ſenſum contiguis, per internos tubuli parietes aſſurget eo uſque, dum vires particularum vitrearum aquam elevantium ſint in æquilibrio cum pondere aquæ elevatæ. Methodus perquam idonea phænomeno explicando ſequens eſt: Cogitetur cylinder vitreus ſectione horizontali diſtribui in plurimos annulos ſibi admodum vicinos, & ſenſibiliter contiguos. Aqua delata ad baſim cylindri trahitur a vicino annulo primo,

cujus

cujus ope, & actione ad altitudinem eandem aſſurgit, quam obtinet annulus primus; eſt vero major vis cujusvis annuli (cujus diameter ſit exigua), quam pondus aquæ eidem reſpondens; proinde aqua actione annuli 2di impulſa tranſibit a 1mo ad 2dum, a 2do ad 3tium, a 3tio ad 4tum &c., dum pondus aquæ elevatæ adæquet vim attractivam annuli ſupremi, a quo fluidum elevatum ſuſtinetur.

Video eſſe hoc loco, quod Tyronibus dubitationem ingerere poſſit. Eximam ſcrupulum. *Q.* qua tandem ratione eveniat, ut fluidum elevatum ab annulo primo tranſeat ad 2dum; non enim major eſſe videtur actio annuli 2di, quam primi; quantumque annulus ſecundus ſolicitat fluidum ad aſcenſum, tantundem primus urget ad deſcenſum, aut certe viribus æqualibus fluidum conſervare nititur, ac ſuſtinere; nullus itaque haberi poterit tranſitus a 1mo ad 2dum. ℞. Major equidem non eſt vis *abſoluta* annuli ſecundi, quam primi; eſt tamen major vis *reſpectiva*, quod ſic intellectum volo: trahit annulus primus fluidum ſibi ſubjectum: ſed trahit aliqua virium parte mulctatus, pars enim impendenda eſt ad ſuperandam reſiſtentiam fluidi, eam cumprimis, quæ a mutua particularum cohærentia, & gravitate proficiſcitur; quare *non tota*, & *abſoluta vi* ſua trahit, ſed *mere reſpectiva.* Primum annulum excipiens ſecundus iterum partem virium exerere debet ad vincendam attractionem primi; qua eliſa viribus reſiduis urget fluidum ad aſcenſum, effectumque ſuum ſortitur. Sic deinceps urgent alii poſt alios, donec annulus aliquis ſuperior, & fluido elevato proximus ſuſtineat non modo tenuiſſimam illam fluidi laminam, quam contingit, ſed totum cylindrum aqueum tubo anguſtiore contentum. Nonnulli ſic explicant: tametſi fluidum ad ſecundum tubi annulum jam ſublatum a primo retrahatur, aſcendit tamen. Cum enim ambo

hi annuli ſua ſibi fluida eripere æquis conatibus nitantur, annulorum tamen æqualium, & oppoſita directione agentium vires ſe ſe mutuo elidunt, atque adeo tertius plenum effectum conſequitur, fluidumque attollit.

IX. *Actio immediata vitri non pertingit, niſi ad minima intervalla. Longius exporrigitur mutua attractio aquæ.* Pars utraque nititur experientia: ſi ligno vernice illito affundes guttam aquæ, eique vitrum planum quam proxime admovebis, verſus illud quodammodo aſſurget aqua, & adhærebit. Quod ſi vitrum non prope continget aquam, attractio in ſenſum non cadet. II. Si plano cuipiam affabre expolito impones duas guttas aquæ majore intervallo disjunctas, coaleſcent in unam, attractione ſcilicet mutua phænomenon operante; longius itaque pertinet mutua aquarum attractio, quam vitri. *Dices*: ſi ita eſt: nequit integra aquæ gutta a modica portione vitri ſuſtentari, non enim ſingulæ fluidi moleculæ vitrum contingunt. ℞. N. Sequ. quantumvis ſingula guttæ puncta intra ſpatium attractionis vitri ſita non ſint, ſuſtineri nihilominus, aut elevari poſſunt vi mutuæ cohærentiæ, quia partes ultra intervallum attrahentis vitri poſitæ cohærent aliis intra illud conſtitutis. Inferes: *vitri efficacitate non attolli, niſi tenuiſſimam quandam lamellam vitro contiguam, ac proinde intra ſpatium ipſius virium poſitam; reliquam fluidi maſſam dictæ lamellæ cohærentem re vera attolli, aut ſuſtineri vi mutuæ cohæſionis.*

X. *Ad fluidum ſuſtinendum, aut elevandum in tubo anguſtiore ſucceſſive concurrit tota interior tubulorum ſuperficies. Subinde tamen ſola vis annuli ſupra ſupremam fluidi ſuperficiem conſtituti totum cylindrum aquæ ſuſtentat.* Veritas prima intelligitur ex *Aſſert. VIII.*; altera conſectarium eſt *Aſſertionis IX.* Evin-

citur

citur etiam inde, quod ea tubi portio, quæ fluido elevato jam repleta eſt, nequit ultra quidquam attrahere, vel elevare.

XI. *Si tubi anguſtioris labrum ſupremum obturetur, aut digito obſtruatur, fluidum non aſſurgit, & cavitatem cylindri vitrei non explet.* Ratio eſt in aere intra tubuli cavitatem latente, qui cum de tubulo egredi non poſſit, obnititur fluido tracto, ejusque aſcenſum impedit; hinc ſi tubus hermetice clauſus aere prius evacuetur, aſcendit fluidum; quin pleraque omnia phænomena perinde eveniunt *in vacuo Boyleano*, atque aere pleno. Ipſum iſtud argumento eſſe debet: fluidi aſcenſionem in tubis capillaribus repeti non poſſe ab actione aeris.

XII. *Vitrum fluida non trahit vi ſua tota, & abſoluta, ſed ea tantum differentia, qua mutuam fluidi attractionem ſuperat, & gravitatem.* Nam mutua illa attractio, & gravitas fluidum impedit, quo minus a reliqua maſſa avelli, & contra directionem attractionis terreſtris aſſurgere queat; proindeque vitrum mutuam iſtam cohærentiam, & gravitatem prius ſuperare, & per fluidi reactionem aliqua parte virium ſuarum mulctari debet; tum exceſſu reliquo fluidum elevabit. *At enim*: tantane ſit attrahentis vitri efficacitas, ut gravitatem, & vim attractivam terræ elidat? Enimvero ſi attractiones proportionatæ ſunt maſſis (§. 163.), tantum non infinities validiorem eſſe oportet attractionem terræ, quam vitri. R℞. Efficacitas vitri in minimis diſtantiis applicati validior eſt, quam terræ, cujus attractio omnis cum in centro reſidere concipiatur, trahitur fluidum in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a centro; nihil autem prohibet, validiorem eſſe attractionem vitri in minimis diſtantiis; nempe attractiones ad minima intervalla pertingentes non ſequuntur legem de ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

Si ad theorema præſens *Analyſis* accedet, pulcherrimis veritatibus eruendis locus erit. Sit vis abſoluta vitri = $V$; vis abſoluta reſiſtentis fluidi = $v$; erit exceſſus virium, quo *quævis particula vitri* in annulo primo trahit ſubjectum ſibi liquidum = $V - v$; vis autem reſpectiva *totius annuli trahentis* = $(V - v) \times d = Vd - vd$; nam cum ſingulæ ejusdem annuli moleculæ trahant fluidum, toties ſumenda eſt vis attractiva vitri, quot ſunt moleculæ vitrum componentes; proinde vis reſpectiva ſingularum particularum ducenda eſt in totam peripheriam, aut huic proportionatam diametrum (*per Geom.*), quam littera $d$ ſupra deſignavi.

Sit præterea altitudo tubi, ad quam fluidum aſſurgit = $A$; pondus fluidi elevati = $P$. Dixi alias: fluidum eo uſque aſſurgere, dum vis elevans, & pondus fluidi elevati ſint in æquilibrio (*per Ætiol.*), h. e. dum $P = Vd - vd$. Eſt vero pondus fluidi elevati ipſe cylinder fluidus tubo contentus, cujus ſoliditas invenitur baſim genitricem ducendo in altitudinem (*per Stereom.*). Baſis illa circulus eſt, cujus area æquatur quadrato diametri (*per Geom.*); ergo $P = Ad^2$. Fluidum igitur aſcendet eouſque, dum $Ad^2 = Vd - vd$.

*Coroll.* I. Inde crues I. *Fluida eadem in diverſis tubis anguſtioribus, & cylindricis aſſurgunt eo uſque, dum altitudines ſint in ratione reciproca diametrorum.* Aſcendunt nempe, dum $P$, ſeu $Ad^2 = Vd - vd$, h. e. dum $A = \frac{Vd - vd}{dd} = \frac{V - v}{d}$. Eſt autem $V - v$ quantitas conſtans (cum enim in tubo *cylindrico* vires annulorum æqualium æquales ſint, vis fluida attollens conſtans eſſe debet); ac proinde $V - v = g$ §. 163. *Schol. V. Quæſ. II.*); facta ſubſtitutione comperies,

periës, fluida aſſurgere eouſque, dum $A = \frac{[illegible]}{d}$, h. e. *dum altitudines ſint in ratione reciproca diametrorum.* Nihil autem intereſt, ſitne tubulorum *longitudo* eadem, an diverſa; annuli enim ſuperiores ſenſibiliter a fluido diſtantes vim nullam exerunt (*Aſſert. IX.*). Sic neque *craſſities* iſthuc confert quidquam, cum præter moleculas vitri in ſuperficie parietum poſitas nihil ad fluidi elevationem faciat (*ibid.*).

*Coroll. II. Fluida diverſi generis pro varietate ſua ad varias tubulorum altitudines aſſurgunt;* cum enim diverſa fluida variis modis reſiſtant, itidem variam eſſe oportet vim attollentem $V - v$; proindeque variam fluidi aſcendentis altitudinem.

*Coroll. III. Mercurius, plumbum liquatum &c. non modo in tubis utcunque anguſtis non attolluntur, ſed etiam infra libellam dehiſcunt;* nam quia languidior eſt actio vitri in Mercurium, quam ſit mutua particularum Mercurii attractio inter ſe (*Aſſert. IV.*), evadit vis reſpectiva vitri quantitas negativa, ſeu *minor nihilo* (plane ſicut $2 - 4 = -2$, atque adeo $<$ nihilo); hinc Mercurius &c. non ſolum non aſſurgere debet, ſed & infra libellam dehiſcere.

*Coroll. IV. Quantitates fluidi in diverſis tubis elevati ſunt in ratione directa diametrorum;* ac proinde major eſt quantitas fluidi elevati in tubo ampliore, quam in anguſtiore. Hoc enim ipſo, quod fluidum eo uſque aſcendat, dum altitudines ſint in ratione reciproca diametrorum (*Coroll. I.*), ſive dum $A : a = d : D$, obtinetur $AD = ad$. Eſt vero pondus, ſeu quantitas elevati in tubo *cylindrico* $= ADD$; quare ſi quantitates duæ $Q$ & $q$ mutuo conferentur, erit $Q : q = ADD : add$. Terminos ſecundæ ratio-



nis

nis dividendo per $AD = ad$, fiet $Q : q = D : d$. Q. E. D.
*Dices:* ſi quantitas fluidi elevati major ſit in tubo ampliore, majorem eſſe oportet vim tubi amplioris, quam anguſti; proindeque altius attolli debet fluidum in iſto, quam in illo; quod experientiæ adverſatur. ℞. majorem eſſe oportet vim *abſolutam* tubi amplioris C. A. *reſpectivam* N. A. & C. Annulorum vis *abſoluta* reſpondet numero punctorum annulos conſtituentium, qui major cum ſit in annulis amplioribus, quam in minus amplis, major itidem eſſe debet vis abſoluta. At *reſpectiva* pendet a majori curvedine, qua poſita plures vitri particulæ in eandem aquæ portionem agere, atque adeo majorem in ea celeritatem efficere poſſint. Annuli vero anguſtioris major eſt curvedo; ergo & major vis reſpectiva. Neutra tamen vis caret effectu ſibi proprio: vis major abſoluta elevat majorem fluidi *quantitatem*; vis major reſpectiva minorem, ſed ad majorem *altitudinem*.

*Schol.* II. Jam præcipua tubulorum capillarium phænomena recenſebo. Sunt ſequentia: I. Si tubus capillaris utrinque apertus aquæ puræ ſuperficiem contingat, aſcendet aqua ad 26. lineas *ultra libellam*. Immo: quamcunque profunde tubulus ejusmodi immergatur aquis, ſemper aqua ad eandem 26. linearum altitudinem rapietur *ultra libellam*. II. Nihil intereſt, utrum aqua *calida* ſit, an *frigida*; modo tubi novi, aut probe depurgati adhibeantur, ſemper liquidum ad eandem altitudinem aſſurget in tubulis *ejusdem diametri*, & *fabricæ*. Sic etiam magnopere curandum non eſt, an tuborum parietes *humidi* ſint, an *ſicci*, cum humor internis vitri parietibus adhærens *notabiliter* diametrum tubi non immutet. Quod ergo *Sturmius* adnotavit: *aquam in tubis prius madefactis altius aſſurgere*, ſi generatim ſumatur, a vero alienum eſt. Crediderim ego: *Sturmium* tubos non ſatis novos, aut non rite prius expurgatos in capiendis ex-

peri-

perimentis adhibuiſſe. Vetuſtas autem humori conjuncta multum officit liquidorum aſcenſui; nam vetuſtis tubis ad parietes internos plerumque adhæret cruſta quæpiam inſtar ærugiṅis, quam aer ſenſim inducit ſive arrodendo vitrum, & ſolvendo ſalia, e quibus vitra conflantur, ſive aliquid particularum terreſtrium & mineralium, quibus ſemper aer refertus eſt, illinendo. Detergitur cruſta hæc vitri actionem impediens, ſi interior tubulorum ſuperficies ſæpius tranſmiſſo ſpiritu vini probe diluatur, & ſiccetur. Alias non inutile fuerit tubos follibus perflare, cujus auctor eſt *Muſchenbrœk*. III. *Utcunque longi* ſint tubi, modo earundem diametri æquales ſint, idem fluidum ad eandem in ſingulis altitudinem aſſurgit; & vero aſſurgere debet, cum annuli a fluido remotiores vim nullam exerant, fluidumque a ſolis annulis proximis, quorum vis poſita diametrorum æqualitate æqualis eſt, elevetur, ac ſuſtentetur. *Muſchenbrœkius* quidem contrarium ſe obſervaſſe affirmat. At magis veritate moveor, quam auctoritate Viri alias multum celebrati, quem tubulis *inæqualium luminum*, aut certe *non omnino cylindricis* uſum fuiſſe puto. Quidquid ſit, illa *Muſchenbrœkii* obſervatio adverſatur obſervationibus *Bülffingeri*, *Nolleti*, *Weitbrechtii* (cujus doctrinam *in Commentariis Petropolitanis* adſcriptam hic receſſeo), aliorumque ſolertiſſimorum naturæ ſcrutatorum. Adverſatur item rationi, cum tuborum inter longitudines, & fluidorum altitudines nulla habeatur proportio; cumque fluidum in eadem ſupra libellam altitudine conſiſtat, ſeu tubus fluidi ſuperficiem lambat, ſive profundius immergatur, qua immerſione ejusdem tubi longitudinem minui neceſſe eſt. Rem totam ſubinde perviderit laudatus Auctor; unde in poſtrema editione ſua mutatæ ob tubulorum longitudinem altitudinis nuſquam commeminit. IV. Diverſa fluida ad diverſam altitudinem elevantur. Apud *Muſchenbrœkium* viſitur tabella exhibens variam illam

 alti-

altitudinem, quæ in tubo 43. lineas longo, & [illegible] quam ⅓ lin. in diametro habente notata fuit. Iſtam ſubjicio ea etiam de cauſſa, ut palam fiat: liquorum altitudines non reſpondere gravitatibus ſpecificis, ſive denſitatibus.

| *Fluida.* | *Eorum altit.* | *Grav. ſpec.* |
|---|---|---|
| Urina hominis ſani | 33, vel 34. lin. | 1, 030 |
| Spiritus Salis Ammon. | 30, vel 31. | 1, 120 |
| Oleum vitrioli | 26, vel 27. | 1, 700 |
| Aqua | 26, | 1, 000 |
| Oleum tartari per deliq. | 25, vel 26. | 1, 550 |
| Oleum raparum | 21. | 0, 913 |
| Spiritus nitri Glauberi | 20. | 1, 315 |
| Oleum æther. terebinth. | 18, vel 19. | 0, 874 |
| Alchol vini purum | 18, vel 19. | 0, 867 |
| Mercurius | 0, minus nihilo. | 14, 000 |

V. Fluida per cavitatem tubuli attolluntur motu retardato; principio aſcenſus ſunt celerrima, in fine lentiores. Nimirum: fluido ſenſim aſſurgente creſcit pondus elevandum, ſenſimque plus virium deſtruitur in cauſſa elevante, quæ demum cunque illa ſit. Subinde, cum pondus elevandum exæquat vim attollentem, exſtinguitur omnis celeritas, motuſque ceſſat. VI. Liquores elevati plerumque induunt ſupremam ſuperficiem concavam; quod argumento eſſe poteſt, ac ſolet: fluidorum moleculas magis trahi a vitro, quam a ſe invicem. Dixi: *plerumque*, nam Mercurius formam convexam induit. VII. Si tubus una ſui extremitate hermetice clauſus, neque prius aere evacuatus fuerit, non aſſurget liquidum; obnitente ſcilicet aere, qui elaſticitate ſua vim comprimentem elidit. VIII. Si tubus debita fluidi copia jam onuſtus lente educatur, & liquidi ſuperficiem deſerere incipiat, ſubſidere videbitur fluidum (tubo enim inſtar

coni

coni, cujusdam adhæreſcit gutta augens pondus columnæ tubo incluſæ). Sique tubus e fluido penitus eximetur, redibit liquor ad conſuetam altitudinem, tum immotus hærebit; nam facta ea ſeparatione conus, quem dixi, abrumpitur. IX. In tubo inclinato fluidum rapitur ad eam altitudinem perpendicularem, quæ habetur in recto ejusdem diametri; ſcilicet: in tubo inclinato non reſiſtit niſi gravitas *reſpectiva*, in recto *abſoluta*; majorem igitur fluidi portionem attollere debet vis quæcunque elevans in tubo inclinato, quam in recto. X. Si tubus cylindricus fluido ſibi debito jam expletus invertatur, deſcendit liquor ad oppoſitum tubi labrum, in quo ad eandem altitudinem ſuſpenditur, ad quam ante hauſtus fuit. XI. Si tuborum parietes ſebo, cera fuſa, aut oleo illinentur, nullus erit fluidorum plerorumque aſcenſus. Si latus dumtaxat unum heterogeneo iſtiusmodi corpore obducetur, aſſurgent fluida per latus alterum. Demò Mercurium, cujus ſuperficies hoc caſu in apice altitudinis concava erit; manifeſto, niſi fallor, indicio, magis trahi Mercurium a ſebo, vel cera &c. quam a vitro. XII. In vacuo Boyleano eadem propo phænomena locum habent, quæ aere pleno; niſi quod fluida ab aere inſigniter depurgata ad majorem altitudinem aſſurgunt, forte propterea, quod magis tum ſibi, tum parietibus vitri cohæreant, atque adeo fortius trahi poſſint.

*Schol. III.* Superat phænomenorum cauſſam definire; quod priusquam facio, nonnullas Phyſicorum opiniones recitare placet, ac refellere. I. Sunt, qui aſcenſum fluidorum in tubis capillaribus repetant *ab inæquali preſſione aëris.* Sic putant: Internus aer æque libere non fluit, ſed nec fluere poteſt *intra tubulos admodum anguſtos*, atque externus; quare ejusdem æquilibrium cum externo tolli neceſſe eſt. Hoc ſublato validius utique premuntur fluida ab aere externo,

& ab eo in tubulos capillares adiguntur. II. Alii ad *ſolennem illum æthereum ſuum* confugiunt, exiſtimantes; ſubtilis hujus materiæ preſſionem inter tuborum anguſtias longe minorem eſſe, quam in externo tuborum ambitu; hinc vero fluida ſublevari dicunt ob majorem ætheris externi efficaciam. III. Comminiſcuntur alii: ultra tubum *diminui preſſionem atmoſphæræ*, ac proinde *aerem* in poris fluidi latentem *ſe expandere*, eoque pacto fluidum urgeri ad aſcenſum. Tria hæc omnia prope in idem recidunt. IV. Placuit nonnullis cauſſam refundere in aliquam, neſcio quam, *incongruentiam*, quæ inter aerem, & vitrum intercedat; unde fieri ajunt, ut aer non tam arcte internis vitri parietibus adhæreat, ac liquidum, ideoque *ejus preſſio minuatur*. Porro incongruentiam illam proficiſci volunt vel *ab heterogeneis vibrationibus aeris, & vitri*; vel *a materia ſubtili*, quæ aerem inter, & vitrum torrentis inſtar ſe effundat, & validiorem adhæſionem impediat: vel denique *a diſſimilibus atmoſphærulis aeris, & vitri*, quæ invicem permiſceri nequeant; cum ex oppoſito atmoſphærula fluidi, & vitri, ut primum altera alteram contingit, quaſi in unam coaleſcant, corporaque conjungantur. V. Quibusdam viſum eſt: tubulorum capillarium phænomena pendere ab eadem adhæſione fluidorum ad latera interna vitri. Sed autem ſic mentem ſuam explicant: fluida vitro adhærentia partem ponderis ſui amittunt (aliquatenus enim ſuſtentantur a vitro), ac propterea a vicinis ejusdem fluidi columnis ultra libellam protrudi debent. VI. Alii advocant fluidum quoddam electricum, cujus ope liquida eleventur. Carteſianorum pleriquc, cauſſa una non contenti, plures ajunt ad eundem effectum concurrere.

§. 250. *Inæqualis preſſio aeris, vel ætheris* (quæ mere confingitur) *cauſſa non eſt aſcenſus flui-*

*fluidorum in tubis capillaribus.* Pr. p. I. *ad aerem ſpectans* : In vacuo Boyleano perinde aſſurgit fluidum ultra libellam, atque aere pleno ; ergo *inæqualiter premens aer* cauſſa non eſt aſcenſus fluidorum. II. Si aer utcunque premens ſit cauſſa phænomeni, debet fluidum ſpecifice levius altius attolli, quam gravius ; non autem altius attollitur ; ſic *Alcohol vini*, fluidorum leviſſimis accenſendum, aſſurgit ſolum ad 18, vel 19. lineas ; *Oleum vitrioli*, admodum grave, prope 26, vel 27 ; ergo. III. Aer æque denſus eſt extra tubum, ac in tubo ; quomodo preſſio aeris externi prævaleat ? IV. Aer intra tubulos utcunque anguſtos eadem libertate fluit, qua extra eosdem. Teſtis mihi eſt *Bülffingerus*, qui in Barometro vaſculum ſtagnantis Mercurii in tubum capillarem deſinere fecit, easque Mercurii mutationes advertit, quales vaſculo magis patente fiebant alibi ; quo quidem eventu liberrimus aeris fluxus manifeſte comprobatur. *Figmentum itaque eſt inæqualis preſſio aeris.* Adverſarii hoc experimento miſere torquentur ; hinc *argumentum Crucis* dici ſolet. Pr. p. II. *pertinens ad ætherem.* Ex ſententia adverſariorum æther libere pervadit poros omnium corporum ; ergo ſimiliter libere fluit per oſtium, & cavitatem tubi quantumvis anguſtiſſimi. Quidni igitur æqualiter premat æther intra tubum contentus cum externo ? II. Dabo interea liberaliter : inæqualem eſſe preſſionem

ætheris interni, & externi; quid tamen eſt, quod liquida graviora altius attolluntur, quam leviora? quid, quod ſuperficies Mercurii elevati convexa ſit, aliorum liquidorum fere concava?

*Schol.* Opponere ſolent Imo: Aer extra tubum capillarem ſitus gravis eſt, & fluidum ſibi ſubjectum premit; poteſt itaque fluidorum aſcenſus proficiſci ab aere premente. II. Mercurius in Barometro ſupra libellam elevatur ex cauſſa prementis aeris; ſimiliter ergo fluidum in tubis capillaribus. III. In tubis communicantibus aſcenſus fluidorum ad libellam tribuitur viribus prementibus; quidni etiam tribuatur in tubo capillari aſcenſus ultra libellam? IV. Non poteſt minor eſſe efficacitas aeris in aquam per tubos egregie vaſtos attollendam, quam per tubos capillares; attollitur autem per tubos utcunque vaſtos *vi prementis aeris* (quod patet *in antliis Hydraulicis*); ergo & per tubos capillares. V. Eorundem effectuum eædem eſſe debent cauſſæ; proinde ſi aliquis aſcenſus ultra libellam tribuendus eſt preſſioni aeris, tribui debent omnes. *Confirm.* Similes effectus, quamvis aliqua parte diſcrepantes, refundendi non ſunt in aliam cauſſam, ſed circumſtantias; ergo. VI. Fluida homogenea in tubis communicantibus ſe componunt *ad libellam* ex cauſſa *æqualis* preſſionis; ergo fluidum in tubo capillari aſſurget *ultra libellam* ex cauſſa *inæqualiter* prementis aeris interni, & externi. VII. Re vera aer externus æqualiter non premit cum interno; nam alia quidem corpora mutuam dicunt *congruentiam*, ut aqua, & vitrum: alia *incongruentiam*, ut aer, & vitrum; quocirca ſuperandæ huic incongruentiæ impendi debet vis aliqua aeris ſupremo tubuli oſtio incumbentis; cum interea aer externus tota vi ſua premat ſubjectum fluidum, facillimeque per infimum

mum tubuli oſtium aquam elevet, ob majorem ſcilicet aquæ cohærentiam cum vitro. VIII. Eadem inæqualis preſſio inde naſci poteſt, quod aer externus non perpendiculariter modo, ſed quaquaverſum graviter, omnique ex parte urgeat liquidum; aer vero tubulo contentus premit liquidum inſtar coni, ipſumque non attingit, niſi ea parte, qua conus in apicem deſinit; minor itaque eſſe debet preſſio aeris interni, quam externi: ſic *Honoratus Fabry*, *Sturmius* &c. IX. Si tubulus duos, tresve pedes longus in vacuo Boyleano immergatur, aſcendet aqua ultra libellam. Sique poſtea auxilio machinæ pnevmaticæ ſubito immittatur aer, ad majorem altitudinem aſſurget aqua. Atqui vero iſtud futurum non eſt, niſi minor ſit aeris preſſio in ſupremum tubuli oſtium, quam in aquam vaſe contentam; ergo. *Confirm.* Si ab aeris preſſione repetendus eſt aſcenſus alter; cur non aſcenſus primus (Scholæ dicunt *aſcenſus ſimpliciter*)? X. At ſaltem æther externus magis premit, quam internus; nam externus libere premit; internus vero licet pervadat poros tubuli, at pervadere nequit partes ſolidas; hinc externo major erit libertas agendi, quam interno; proinde.

R. ad I. D. A. Aer extraneus gravis eſt, & fluidum ſibi ſubjectum premit; ſimul tamen, & *æque* premit aer internus tubo contentus C. A. non premit *æqualiter* N. A. D. C. poteſt ergo fluidorum aſcenſus proficiſci ab aere extraneo premente, ſi *internus non æque reſiſtit* C. C. *ſi æque reſiſtit* N. C. vide phænomenon VII. Ad II. C. A. N. C. In ſummitate Barometri habetur *vacuum Torricellianum*, ac proinde nihil eſt, quod aſcenſum Mercurii prohibere poſſit, aut impedire; debet itaque aer externus vaſculo ſtagnantis Mercurii incumbens effectum ſuum ſortiri. At in tubis capillaribus *tantundem premit aer externus, quantum internus*, vel autem ideo externus præ-

valere

valere non poteſt; ergo. Ad III. C. A. N. C. Si liquida homogenea in tubis communicantibus ad eandem altitudinem non aſſurgunt, non habetur æquilibritas virium prementium; ergo aſcenſus fieri debet ſecundum determinationem *vis prævalentis*. Semper autem habetur æqualitas virium in tubis capillaribus, h. e. aer internus æque premit, ac externus; ergo. Ad IV. D. A. non poteſt minor eſſe vis, & efficacitas aeris, ſi vis utrobique ſit expedita C. A. ſi impedita N. A. & C. per tubos utcunque vaſtos attollitur aqua *vi prementis aeris*, ſi alius tubo contentus aer aſcenſum non impediat. Impedit autem in tubis capillaribus; ergo in iſtis aqua non attollitur *vi prementis aeris*. Ad V. Eorundem effectuum *in iisdem circumſtantiis poſitorum* eædem ſunt cauſſæ C. A. *in diverſis poſitorum Subdiſt.* ſi cauſſæ in diverſis circumſtantiis *æqualiter applicari* poſſint C. A. ſecus N. A. & C. Quis, niſi ineptus, ſic arguat: Lunæ tribuitur æſtus maris, ac proinde aſcenſus aquarum marinarum; ergo & aſcenſus in machinis Hydraulicis, vel tubis capillaribus. Atqui non ovum ovo ſimilius eſt, quam argumentatio iſta alteri. *Ad Confirm.* ajo: effectuum diverſitatem refundendam eſſe in circumſtantias, ſi diverſitas *mere* ſit *accidentaria*, quæ alternis modo obtineat, modo non obtineat. At *conſtans* ſi fuerit, in aliam cauſſam eſt conjicienda. Ad VI. C. A. N. C. precario ſumitur inæqualis iſta preſſio. Ad VII. N. A. Quod *de congruentia* adjicitur, falſiſſimum id quidem eſt, vaniſſimum ingenii *Hookiani* figmentum eſt. Nam unde, oro, probata dabitur ejus exiſtentia? Quid, quod *in hypotheſi congruentiæ iſtius* non ſatis expediantur pleraque phænomena? Illud certe nequit: quomodo aſcenſus fluidorum in tubis capillaribus minime conſentiant legibus Hydroſtaticis. Accedit: quod eadem incongruentia, quæ liberum aeris ingreſſum in tubos impedire dicitur, ſimiliter impedire debeat liberum egreſſum. Ad VIII. N. A.

etiam

etiam, iſtud pro lubidine fingitur. Cont. III. nec ut *hypotheſis* ſuſtineri poſſunt; inde enim clariſſima conſecutione elicio: hoc majorem eſſe debere elevationem fluidi, quo minor conulus aereus apice ſuo tubis incumbit; quod repugnat experimento *Bülffingeri*, qui ſumpto tubulo, cujus lumen ab una extremitate ad aliam identidem minuebatur, comperit fluidum elevari ad eandem altitudinem, quacunque extremitate tubus aquis immerſus fuerit, modo ſemper æque profunde. Quis autem non videat, majorem conum haberi ea parte, qua tubus divergit, quam ubi convergit? proinde quantumvis major, minorve conus tubo incumbat, nihilominus fluidum ad eandem altitudinem aſſurgit; ergo. Ad IX. dico: phænomeni cauſſam in eo eſſe, quod aer immiſſus, & ſucceſſive campanam ingrediens prius agit in vicinam aquam premendo, quam per ſupremum tubuli oſtium ingrediatur; hinc deficiente aëre interno fluidum elevatur. Subinde tamen, aere jam undique per campanam diffuſo, redit liquor ad priorem altitudinem. Non itaque *minor, aut inæqualis preſſio* aeris interni cauſſa eſt elevati fluidi, ſed *defectus omnis preſſionis* in tubo exerendæ. Satis jam liquet reſponſio *ad Confirm.* Ad X. N. A. ſi æther omnis aptus eſt ad pervadendos poros cujusque corporis: num ineptus cenſeri poteſt ad ſubeundum oſtium tubi?

§. 251. *Elevatio fluidorum ultra libellam tribui nequit diminutæ preſſioni atmoſphæræ, & ex ea natæ expanſioni aeris in fluido latentis.* Nam I. diminutio quidem illa commentitia eſt. II. Fluida ab aere probe depurgata etiam altius aſcendunt (*phæn. XII.*). III. In liquoribus calidis major eſt aeris explicatio, quam in frigidis; nec tamen hi altius aſcendunt, quam

quam iſti (*phæn. II.*). IV. Eadem habentur aeris expanſio, ſeu tubi ſebo illiti fuerint, ſeu non; quid igitur, quod in ſebo illitis non elevatur fluidum? Obſunt etiam phænomena Mercurii, aut ſtanni liquati.

§. 252. *In majorem congruentiam aquæ, quam aeris cum vitro refundi non debet aſcenſus in tubis capillaribus.* *Prob.* Etiam congruentia illa figmentum eſt; neque naſci poteſt *a vibrationibus heterogeneis*, quarum origo mechanica nunquam rite exponitur, cum materia ſubtilis more aliorum fluidorum undique premat æqualiter; proindeque vibrationes procudere nequeat; nec *a ſubtili materia* vitrum inter, & aerem fluente; cur enim non ſimiliter fluat vitrum inter, & aquam? neque *a diſſimilibus aeris, & vitri atmoſphæris*, quæ cur mutuo permiſceri nequeant, haud aſſequor. II. Non minus tenaciter vitro adhæret aer, quam aqua. Teſtem appello *P. Makò*: *Cape* (do verba Viri ſolertiſſimi) *tubum tres pollices longum, diametri* $\frac{1}{3}$ *linearum, in quo aqua aſſurgat ad* 20. *lineas; eundem de aqua eductum inflecte, dum aqua verſus medium tubi progrediens aeri locum relinquat. Applica in hoc ſitu rurſus aquæ tubum, aſcendet ea denuo, bullamque aeris intercludet. Educto tubo, atque ad perpendiculum conſiſtente omnis pene aqua inferior effluet uſque ad altitudinem 2, vel 3. linearum, ſupra quam hærebit bulla, & huic imminebit aqua ad altitudinem 20. linearum. Jam cur bulla pondere*

aquæ

*aqua onerata non extruditur? ſane quia vitri parietibus tenaciſſime adhæreſcit, ita ut interdum etiam Mercurii pondus ſuſtineat.*

§. 253. *Cauſſa elevationis liquidi non eſt validior adhæſio ad latera tubi*, præciſe a certo partium plexu, & figura proveniens; nam cenſuerunt aliqui particulas fluidorum anguiformes alternis cavitatibus, & prominentiis vitri velut infigi, partem ponderis amittere, ac propterea a vicinis fluidi columnis ultra libellam attolli. Placere non poteſt hæc opinio; ſcio enim guttam per extimos tubi parietes defluentem, & ad infimum oſtium vitri delatam elevari intra tubum ſine adminiculo vicinæ ullius columnæ. Scio item: aquam in extracto tubulo ſuſpenſam ſubinde defluere, ſi tubus invertatur. Scio denique: oleum raparum (omnium tenaciſſimum) non elevari ultra 19. lineas; cum interea minus tenax oleum vitrioli aſſurgat prope 27. lineas. *Dices*: Fluida re vera adhæreſcunt vitro; ergo. *Reddam ego*: adhæreſcunt, non tamen *ob plexum, & figuram partium*; ſecus verſo tubulo non deſcenderent.

§. 254. *Sed neque fluidum aliquod electricum eſt cauſſa elevati fluidi*; quod evincitur uno *Jallabirti*, & *Ellicoti* experimento, qui cum tubulo capillari copioſam materiam electricam circumfudiſſent, adverterunt nihil

nil immutatam fuiſſe altitudinem fluidorum.

§. 255. *Aſcenſus fluidorum in tubis capillaribus repetendus eſt ab attractione tubi.* Sic enim rite explicantur omnia phænomena, quorum alia dedi, & quaſi aliud agens explicui §. 249., alia explicate dabo Scholio ſequente.

*Schol. Oppon.* I. Si attractio tubi ſit cauſſa aſcenſus fluidorum ſupra libellam, elevari debet fluidum non modo per intimos parietes tubi, ſed etiam per extimos (nam vis trahens etiam moleculis in extima vitri ſuperficie conſtitutis tribuenda eſt); non autem elevatur, aut vero *non æque alte* elevatur externe, quam interne; ergo. II. Deberet major fluidi portio attolli intra, quam extra tubum (cum interni parietes ſibi admodum propinqui mutuo ſe adjuvent). Major autem non attollitur; ergo. Pr. m. In extima ſuperficie una duntaxat gutta ſuſtineri poteſt a vitro (§. 249. *Aſſert. V.*). Etiamque intra tubulos unam duntaxat guttam elevari deprehenderunt *Mariottus*, & *Bülffingerus*, inſtitutis eam in rem accuratiſſimis experimentis. III. Trahenti vitro reſiſtit mutua particularum fluidi attractio; ergo aſcenſus tribui non poteſt trahenti vitro. Sane; quia partes Mercurii ſe mutuo trahunt, Mercurius non aſſurgit in tubis capillaribus (niſi forte ſebo illitis); ergo a pari. IV. Vis attractiva in eodem tubo eſt conſtans, ſemperque eadem; ſemper itaque fluida quævis ad eandem altitudinem elevari debent. Atqui non ita elevantur; res enim exploratiſſima eſt: diverſa fluida ad diverſam altitudinem aſſurgere (§. 249. *phæn. IV.*); ergo. V. Saltem fluidum ſpecifice levius altius attolli deberet, quam gravius, quod tamen

haud

haud fieri docet tabula *Muſchenbrœkiana*. VI. Cum vis attractiva reſpondeat maſſis trahentibus, altiorem eſſe oportet aſcenſum in tubis longioribus, aut craſſioribus, quam in aliis, quorum maſſa minor eſt, ſed diameter eadem. Iſtud vero adverſatur experientiæ; ergo. VII. Admiſſa hac ſententia *vis eadem* elevaret inæquales quantitates ejusdem fluidi, quod ſuſtineri non poteſt. Pr. A. Si tubus idem jam *recte*, jam *oblique* aquis immittatur, ſemper fluidum evehitur *ad eandem altitudinem perpendicularem*, ac proinde plus maſſæ continetur tubo inclinato, quam recto; ergo. VIII. Dici nequit fluidum trahi *a toto tubulo*; ſecus vis trahens ageret in diſtans, & quantitas fluidi elevati reſponderet numero molecularum tubos componentium. Sed neque dici poteſt elevari fluidum *ab annulo ſupra ſummam fluidi ſuperficiem conſtituto*; ſic enim fluidum continenter evehi deberet ab annulis proximis uſque ad ſummitatem tubuli; ergo. IX. Vel totus cylinder fluidus tubo contentus trahitur a parietibus vitri, vel ſolum tenuis illa lamina, quæ proxima eſt ſuperficiei internæ tubi. Si primum: datur actio in diſtans. Si alterum: poterit liquidum elevatum deinceps extolli uſque ad ſummitatem tubuli; liquidum enim ſemel elevatum non ultra gravitat deorſum, quandoquidem gravitas liquidi elevati jam ab attractione vitri ſuperata fuit; poterit igitur annulus ſuperior prævalere, fluidumque attollere. X. Si actio immediata vitri non pertingat niſi ad minima intervalla, nulla prorſus haberi poteſt elevatio fluidi in tubis cylindricis; cum enim annulorum æqualium æquales ſint vires, fieri debet, ut quantum annulus 2dus fluidum urget ad aſcenſum, tantundem urgeat primus ad deſcenſum; quare viribus ſe mutuo elidentibus nulla erit fluidi elevatio. XI. At verſo ſaltem tubo liquidum defluere non poſſet ad imum tubi oſtium, quod antea ſummum erat; nimirum: idem annulus, qui potens eſt fluidum elevare, itidem potens eſſe debet fluidum

vitreo tubo ſuſtinere. Iſtud vero experientiæ adverſatur; ergo. XII. In hypotheſi vis attractivæ annulorum fluida altius evehi deberent in tubis vaſtioribus, quam in capillaribus; quod non iuſuvenit; ergo. Pr. Sequ. M. vaſtiorum annulorum major eſſe debet vis attractiva; quæ ſemper æſtimatur a peripheria, ſeu diametro; altius ergo evehi deberet in tubis vaſtioribus; nam effectus vis attractivæ eſt altitudo aſcenſus. Confirm. niſi fluidum altius aſſurgat in tubis vaſtioribus, major vis attractiva annulorum majorum deſtitueretur omni effectu.

*Laconice* reſpondebo; nam pleraque iſta; multaque alia dedi, ac ſolutiones inſinuavi §. 249. R. ad I. C. M. D. m. non autem elevatur æque alte, ac intra tubum C. m. penitus non elevatur N. m. & C. porro quod fluidum altius evehatur interne, quam externe, in cauſſa eſt parietum internorum vicinitas; intimæ enim ſuperficies mutuo ſe reſpiciunt, ſeque adjuvant. Ad II. C. M. N. m. ad Pr. C. 1. p. A. D. 2. intra tubulos una duntaxat gutta elevatur, paullo tamen major, quam quæ a latere externo vitri ſuſtentari queat C. h. p. quæ major non ſit N. h. p. & C. Nihil hic comminiſcor; teſtantur enim *Mariottus*, & *Bülffingerus* intra tubulum capillarem elevari guttam *ab imo tubi labro ſuſtinendam*, quæ major eſt (per *Aſſert. VII. §. 249.*). Ad III. D. A. prævalet tamen attractio vitri C. A. non prævalet N. A. & C. Contrarium obtinere in Mercurio docui *Aſſert. IV.* Sed nihilominus in tubis ſebo illitis aſcendit Mercurius, quod tribuendum ſebo, cujus validior eſt actio in Mercurium, quam ſit mutua particularum Mercurii attractio. Ad IV. D. A vis attractiva in eodem tubo eſt conſtans *relate ad idem fluidum* C. A. *ad diverſa* N. A. D. C. ſemper fluida ad eandem altitudinem attolli debent, ſi vis fluida elevans ſit *tota attractio vitri* C. C. ſi *ea tantum differentia*, qua vitrum mutuam fluidi attractionem ſuperat N. C.

diffe-

differentia iſthæc diverſa eſt reſpectu diverſorum fluidorum. Revoca *Aſſert.* XII. Ad V. D. A. Si tanquam ſuperanda ſit gravitas fluidorum T. A. ſi mutua particularum fluida componentium attractio N. A. & C. hujus maxime habenda eſt ratio. Ad VI. D. M. altiorem eſſe oporteret aſcenſum in tubis longioribus, ſi attractio vitri pertingeret ad majores diſtantias C. M. ſi ad minima ſolum intervalla N. M. Vide *Aſſert.* IX. Ad VII. D. A. vis eadem elevaret inæquales quantitates fluidi, aliter tamen applicatas C. A. eodem modo applicatas N. A. Immo ad rigorem loquendo non eſt eadem vis elevans in tubo *inclinato*, & *recto*; nam in recto vi attractivæ reſiſtit *tota gravitas abſoluta*, in obliquo *reſpectiva*. Ad VIII. C. 1. p. A. N. 2. Cur fluidum evehi non debeat ad ſummitatem tubuli, leges *Aſſert. VI.* Ad IX. ajo: duntaxat tenuem illam laminam ſuperficiei intimæ adhærentem *immediata actione vitri* attolli (*per Aſſert.* IX.), nec tamen liquorem ad ſummum tubuli oſtium elevari poſſe. Cauſſalem D. liquidum ſemel elevatum non ultra gravitat deorſum ſecundum tenuiſſimam laminam vitro adjacentem C. cauſſal. ſecundum cylindrum medium, qui non vi attractiva, ſed mutuæ cohærentiæ aſſurrexit N. cauſſal. & C. Ad X. ſolutionem dedi *Aſſert. VIII.* Dici interea poteſt: vires annulorum primi, & 2di ſe elidunt, eoque ipſo prævalet vis annuli 3tii, qui effectum ſortiri debet C. A. non prævalet N. A. & C. Ad XI. N. A. ad Pr. D. A. idem annulus potens eſſe debet fluidum verſo tubo ſuſtinere, ſi non accedat vis nova liquorem urgens ad deſcenſum C. A. ſi accedat N. A. & C. *ſubverſo* accedit vis annuli infra eum, qui *prius* liquorem ſuſtinebat, continenter ſiti, quæ eliſa non fuit; cum enim annulus proxime ſuperior trahat fluidum annulo extremo incluſum, annulus autem extremus viciſſim trahat fluidum priore illo contentum, vires eorum ſe impediant, ſicque annulus infra ſuſtinentem poſitus effectum conſequitur. Recurrunt alii

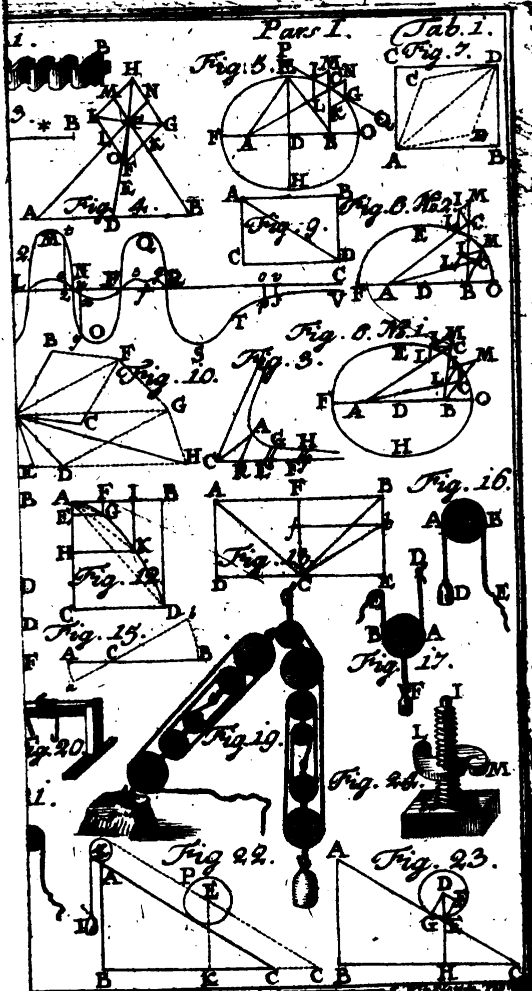
ad

ad vim annuli proximi cum pondere fluidi conſpirantem. Ad XII. N. Sequ. M. ad Pr. D. A. vaſtiorum annulorum major eſſe debet vis *abſoluta* C. A. *reſpectiva* N. A. cauſſalem eadem ratione D. vis trahens *abſoluta* eſt ut peripheria C. A. *reſpectiva* N. A. & C. Iſtius cauſſalem rurſum D. effectus vis attractivæ eſt *altitudo* aſcenſus *ducta in baſim* C. A. *altitudo ſimpliciter* N. A. & C. clariora hæc fient ex §. 249. *Coroll. II. Ad Confirm.* N. Sequ. A. effectus majoris vis *abſolutæ* eſt major fluidi portio, quæ elevatur.

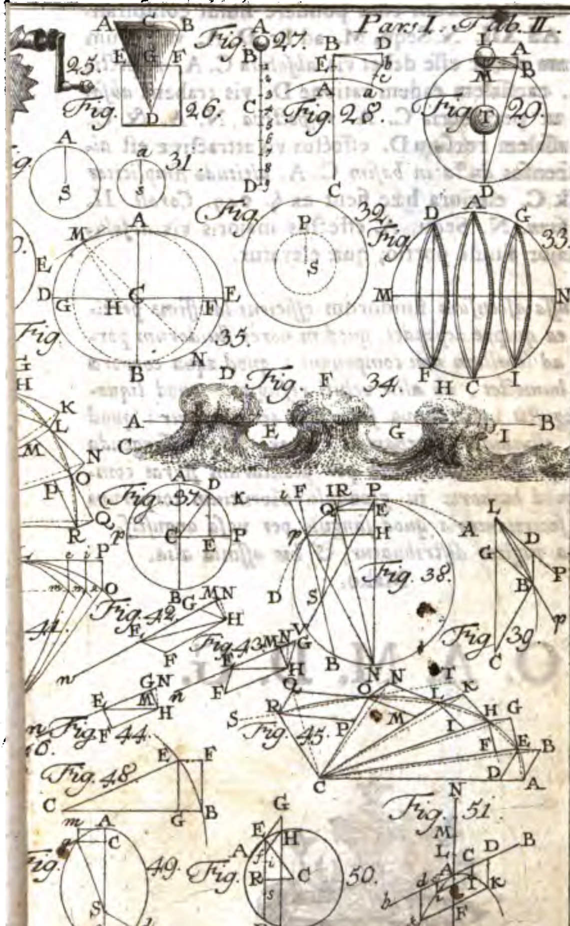
*Cauſſa aſcenſum* fluidorum *efficiens latiſſime pertinet; ex ea quippe dependet, quod minores fluidorum portiones ſe ad libellam non componant : quod aqua corpora quædam humectet, ab aliis veluti refugiat : quod liquores in anguſtis vaſis curva ſuperficie terminentur : quod ſpongias, ellychnia, ſaccharum, cineres &c. aſſurgendo imbuant; quod nativus ſuccus per plantarum fibras commeet : quod humores in glandulis viventium corporum varie ſecernantur : quod ſanguis per vaſa anguſtiſſima jugiter diſtribuatur, & his affinia alia.*

Makô.

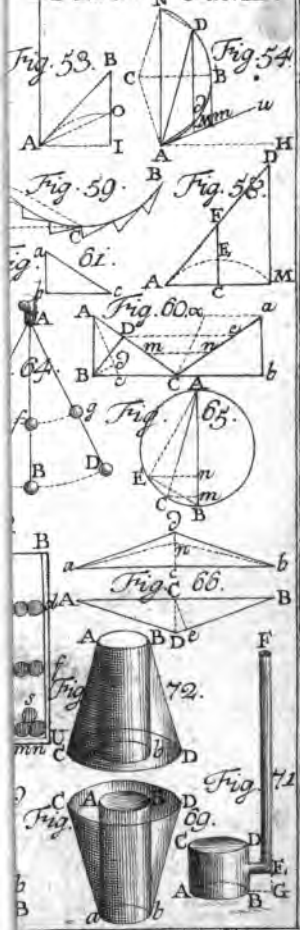
# O. A. M. D. G.


Pars I.
Tab. 1.
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 4.
Fig. 9.
Fig. 8. No. 2.
Fig. 8. No. 1.
Fig. 10.
Fig. 3.
Fig. 16.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 15.
Fig. 17.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 24.
Fig. 22.
Fig. 23.

UNIV OF MIC


Pars I. Tab. II.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 48.
Fig. 49.
Fig. 50.
Fig. 51.

Pars I. Tab. III.




UNIV. OF MICH.

A 592533
UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 06448 4846